- Eine Gleichung, in der die Unbekannte x unter einer Wurzel vorkommt, nennen wir **Wurzelgleichung**.

$$
\begin{array}{lrcll}
\textbf{Beispiel:} & & \sqrt{x+2} = 3 & & |\,(\ldots)^2 \\
& \Rightarrow & x+2 = 9 & & |\,-2 \\
& \Leftrightarrow & x = 7 & &
\end{array}
$$

Probe: $\sqrt{7+2} = 3 \quad \checkmark \qquad \Rightarrow \quad \underline{\underline{x = 7}}$

- Zur Auflösung einer Wurzelgleichung muss mindestens einmal quadriert werden:

$$
\begin{array}{llcl}
\textbf{Beispiel:} & \sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5 & & |\,(\ldots)^2 \\
\Rightarrow & \left(\sqrt{x+5}\right)^2 + 2\sqrt{x+5}\,\sqrt{x} + \left(\sqrt{x}\right)^2 = 5^2 & & |\,\text{ausmultiplizieren} \\
\Leftrightarrow & x+5+2\sqrt{x^2+5x}+x = 25 & & |\,\text{zusammenfassen} \\
\Leftrightarrow & 2x+5+2\sqrt{x^2+5x} = 25 & & |\,-2x-5 \\
\Leftrightarrow & 2\sqrt{x^2+5x} = 20-2x & & |\,:2 \\
\Leftrightarrow & \sqrt{x^2+5x} = 10-x & & |\,(\ldots)^2 \\
\Rightarrow & x^2+5x = 100-20x+x^2 & & |\,-x^2+20x \\
\Leftrightarrow & 25x = 100 & & |\,:25 \\
\Leftrightarrow & x = 4 & &
\end{array}
$$

Probe: $\sqrt{4+5} + \sqrt{4} = \sqrt{9} + 2 = 3 + 2 = 5 \quad \checkmark \qquad \Rightarrow \quad \underline{\underline{x = 4}}$

- Weshalb muss nach der Rechnung eine Probe durchgeführt werden?

$$
\begin{array}{llcl}
\textbf{Beispiel:} & \sqrt{2x-1} - \sqrt{x-5} = 0 & & |\,+\sqrt{x-5} \\
\Leftrightarrow & \sqrt{2x-1} = \sqrt{x-5} & & |\,(\ldots)^2 \\
\Rightarrow & 2x-1 = x-5 & & |\,-x+1 \\
\Leftrightarrow & x = -4 & &
\end{array}
$$

Probe: $\sqrt{2\cdot(-4)-1} + \sqrt{-4-5} = \sqrt{-9} + \sqrt{-9}$ geht nicht! $\quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\mathbb{L} = \{\,\}}}$

Wir merken uns also für die Behandlung von Wurzelgleichungen:

Regel:	Wir schaffen die Wurzel weg, indem wir nach geeigneter Umformung der Gleichung beide Seiten quadrieren.
Achtung!	Das Quadrieren einer Gleichung ist <u>keine</u> äquivalente Umformung. Daher ist eine Probe hinterher unerlässlich!