

ÜBUNG XII: Wurzelgleichungen

Klasse 155c / AGe

1. Löse die folgenden Gleichungen in \mathbb{R} .

Wichtig! Zur Lösung jeder Wurzelgleichung gehört am Schluss die **Probe**, denn beim Quadrieren können Lösungen hinzukommen. Daher muss zwingend überprüft werden, welche Resultate tatsächliche Lösungen der ursprünglichen Gleichung sind!

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \quad \sqrt{2x+1} = 3 & \text{(b)} \quad \sqrt{3x-2} = -4 & \text{(c)} \quad \sqrt{x^2-16} = 2-x \\ \text{(d)} \quad \sqrt{x+5} = \sqrt{4-x} & \text{(e)} \quad 10\sqrt{40-x} = 40\sqrt{10-x} & \text{(f)} \quad \sqrt{x+8} = \sqrt{2} + \sqrt{6} \\ \text{(g)} \quad 5\sqrt{x^2-1} - 4x = 0 & \text{(h)} \quad \sqrt{x+6} = x & \text{(i)} \quad 4(\sqrt{x+5}-2) = x \end{array}$$

2. Löse jeweils beide Gleichungen. Vergleiche danach die dabei entstehenden quadratischen Gleichungen und die Lösungsmengen. Was fällt dir auf und wie erklärst du dir das?

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad \sqrt{x+1} = x-5 & \text{und} \quad \sqrt{x+1} = 5-x \\ \text{(b)} \quad \sqrt{13-4x} = 4-x & \text{und} \quad \sqrt{13-4x} = x-4 \end{array}$$

3. Löse die folgenden Wurzelgleichungen in \mathbb{R} :

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad \sqrt{x^2+4x+8} + x = 0 & \text{(b)} \quad \sqrt{x+3} = \sqrt{x+11} \\ \text{(c)} \quad \sqrt{x} + \sqrt{x+4} = 4 & \text{(d)} \quad 4 = \sqrt{40-x} - \sqrt{x} \\ \text{(e)} \quad \frac{\sqrt{x-3}}{2} = \sqrt{\frac{x^2-7}{12}} & \text{(f)} \quad \frac{\sqrt{x^2-9}}{6} + \sqrt{3x+5} = \sqrt{x^2-9} - \frac{\sqrt{3x+5}}{4} \end{array}$$

4. In der SRT (= Spezielle Relativitätstheorie von Albert Einstein im Jahre 1905) kommt der Lorentzfaktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

sehr häufig vor. Dabei ist $v > 0$ die Geschwindigkeit eines Körpers und $c > 0$ die Lichtgeschwindigkeit. Drücke die Geschwindigkeit v durch γ und c aus. Dabei ist $v < c$ und somit sicher $\gamma \geq 1$

5. Löse auch die folgenden Gleichungen in \mathbb{R} :

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad 3\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2+9} & \text{(b)} \quad \sqrt{2x^3-6x+5} = x^2+x-3 \\ \text{(c)} \quad \sqrt{6-x} + \sqrt{2x+1} = \sqrt{x+7} & \text{(d)} \quad \sqrt{x-2} + \sqrt{x-11} = \sqrt{x+13} \end{array}$$