ÜBUNG II: Distributivgesetz und Teilbarkeitsregeln

Klasse 155c / AGe

1. Rechne vorteilhaft, indem du das **Distributivgesetz** geschickt einsetzt:

   (a) $34 \cdot 53 + 53 \cdot 26$ (b) $287 : 3 + 313 : 3$ (c) $998 \cdot 21$

   (d) $21 \cdot 56 + 34 \cdot 21$ (e) $462 : 3 - 159 : 3$ (f) $377 : 13$

   (g) $12\,948 : 13$ (h) $14 \cdot 11 + 6 \cdot 14 + 14 \cdot 52$ (i) $(5^3 + 5^2) : 5^2$

   (j) $(3^{26} - 3^{24}) : 3^{23}$ (k) $(273 + 2100) : 21$ (l) $11^2 + 9^2$

   (m) $31 \cdot 9998$ (n) $707\,000 : 7000$ (o) $62 \cdot 48 + 31 \cdot 104$

2. Teilergraphen zu T_{1001}, T_{108}, T_{1024} und T_{420}?

3. Wie viele Teiler haben: (a) 2^7 (b) 5^n (c) $2^3 \cdot 5^2$ (d) 360 ?

4. Gehe bei der Berechnung möglichst geschickt vor:

   (a) $(101\,100 : 50 - 2^{10}) : 2 \cdot 28$ (b) $(17^2 \cdot 3 + 39 - 3 \cdot 200)^2$

5. Überprüfe mittels Teilbarkeitsregeln:

   (a) $3 \sqsubset 471\,528$ (b) $15 \sqsubset 31\,245$ (c) $24 \sqsubset 27\,336$

   (d) $22 \sqsubset 9\,417\,518$ (e) $60 \sqsubset 159\,460$ (f) $99 \sqsubset 4\,059\,337\,689$

   (g) $36 \sqsubset 311\,076$ (h) $33 \sqsubset 4\,317\,214$ (i) $9 \sqsubset 21\,471^2$

6. Bestimme alle Zahlen $n \in \mathbb{N}$, für die gleichzeitig gilt: $n \sqsubset 120$ und $(n + 2) \sqsubset 120$.

7. Zwei Zahlen heissen **teilerfremd**, wenn ihr ggT gleich 1 ist. Wahr oder falsch?

   (a) Sind zwei Zahlen teilerfremd, so sind sie prim.
   (b) Zwei Primzahlen sind immer teilerfremd.
   (c) Ist von zwei Zahlen die eine Prim, so sind sie teilerfremd.
   (d) Jede gerade Zahl > 2 lässt sich als Summe zweier Primzahlen ansetzen. (Goldbach 1742)

8. Für welche Zahlen $n \in \mathbb{N}$ ist die Zahl $a = n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$ durch 6 teilbar?
   Tipp: Notiere dir zuerst ein paar Beispiele für kleine n.

9. Für welche natürlichen Zahlen $n \in \mathbb{N}$ gilt:

   (a) $2n \sqsubset n + 5$ (b) $n - 1 \sqsubset n + 1$ (c) $3n \in \mathrm{V}_4$?

   Hinweis: $\mathbb{V}_a$ ist die Menge aller **Vielfachen** von $a \in \mathbb{N}$, also: $\mathbb{V}_a = \{a, 2a, 3a, 4a, \ldots\}$.

10. $n \geq 3$ sei eine beliebige ungerade natürliche Zahl.
    Zeige, dass dann die Zahl $a = (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1)$ durch 24 teilbar ist.