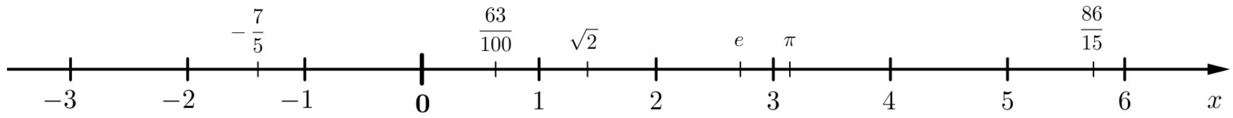
Der Absolutbetrag einer Zahl

Rep.: Jede Zahl von $-\infty$ bis $+\infty$ entspricht einem Punkt auf dem **reellen Zahlenstrahl**:



Bemerkungen

- Der **Nullpunkt** 0 wird auch **Ursprung**, **Zentrum** oder **Origo** genannt.
- Die **negativen Zahlen** liegen links vom Ursprung, die **positiven Zahlen** rechts davon. Wir sprechen auch von Zahlen mit negativem resp. positivem **Vorzeichen**.
- Die Zahl 0 selber ist weder positiv, noch negativ.

Für die weitere Mathematik ist es ab und zu praktisch den sogenannten **Absolutbetrag** $|a|$ einer Zahl a – einfach: der **Betrag** – zur Verfügung zu haben. Er ist wie folgt definiert:

Der (Absolut-)Betrag $|a|$ einer Zahl a

Unter dem **Betrag** *oder auch* **Absolutbetrag** $|a|$ *einer Zahl* a *verstehen wir ihren Abstand zum Ursprung auf dem Zahlenstrahl.*

Salopp gesagt: Der Betrag von a *ist die Zahl* a *mit weggelassenem resp. positivem Vorzeichen.*

Oder nochmals anders: Der Betrag von a *ist gegeben durch*

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{für } a < 0 \\ a & \text{für } a \geq 0 \end{cases}$$

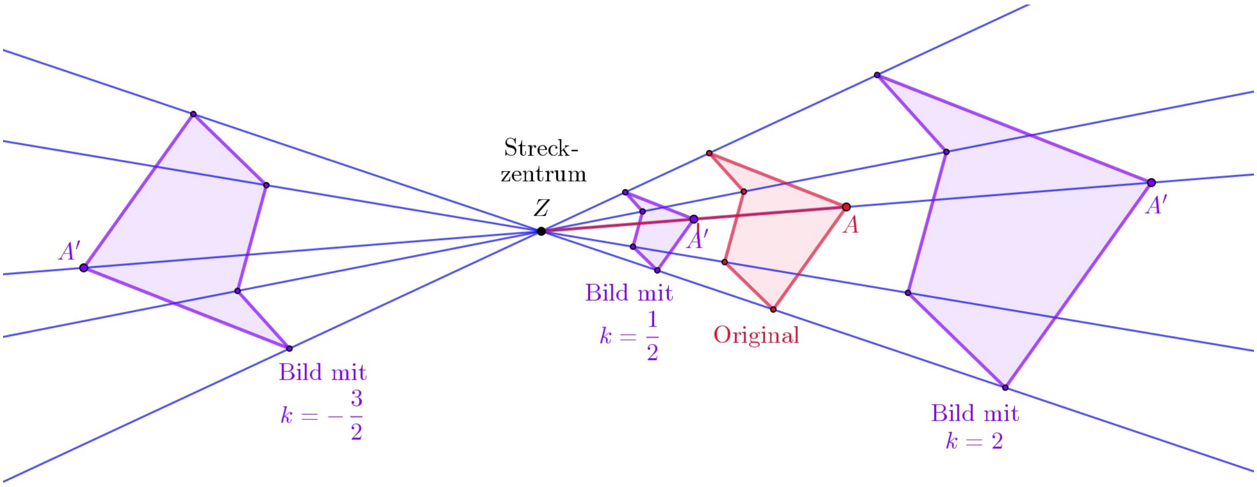
N.B.: Abstände sind per Definition stets positiv. Der Betrag einer Zahl ist also immer ≥ 0.

Bsp.: $|7| = 7$ $\quad |-6| = 6$ $\quad |-\pi| = \pi$ $\quad |-a| = |a|$ $\quad |0| = 0$

Die zentrische Streckung

Wir betrachten **Abbildungen ebener Figuren**.

Eine **zentrische Streckung** ist eine bestimmte Art der **Abbildung** eines **Originals** auf ein **Bild**. Sie wird durch die Angabe eines **Streckzentrums** Z und eines **Streckfaktors** k vollständig beschrieben:



Konstruktionsvorschrift

Ist $\overline{ZA}$ die Strecke vom Streckzentrum Z zu einem beliebigen Punkt A des Originals, so entsteht A', also das Bild von A, durch Abtragen von $k \cdot \overline{ZA}$ vom Streckzentrum Z aus in Richtung von A. Für negative Werte von $k \cdot \overline{ZA}$ erfolgt das Abtragen in die Gegenrichtung.

Aus dieser Konstruktionsvorschrift folgt:

- Für $k = 1$ wird das Original auf sich selbst abgebildet.
- Für $|k| > 1$ entsteht eine **Vergrößerung** der Figur, für $|k| < 1$ eine **Verkleinerung**.
- Jede Länge des Originals wird mit dem Faktor $|k|$ gestreckt resp. gestaucht, jede Fläche ($\widehat{=}$ Länge mal Länge) wird mit dem Faktor k^2 vergrößert resp. verkleinert.
- Für $k < 0$ wird das Original zudem auf die andere Seite von Z abgebildet und somit um $180°$ gedreht. $k = -1$ bewirkt folglich eine Punktspiegelung an Z.
- Zentrische Streckungen können die Größe, nicht aber die Form einer ebenen Figur verändern. Winkel und Richtungen bleiben erhalten. So liegt beispielsweise die Strecke eines Bildes stets parallel zur entsprechenden Strecke des Originals.

  Diese Aussagen könnten wir aufgrund der Konstruktionsvorschrift auch beweisen, aber derartige Beweise sind für uns aktuell nicht besonders lehrreich, weshalb wir sie hier weglassen wollen.