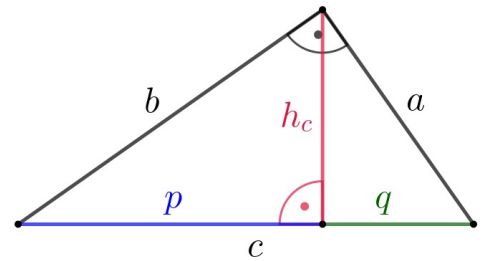


ÜBUNG V: Vermischte Aufgaben II

Klasse 155c / AGe

1. Höhen- und Kathetensatz im rechtwinkligen Dreieck

Im rechtwinkligen Dreieck unterteilt die Höhe h_c die Hypotenuse c in zwei Abschnitte p und q .

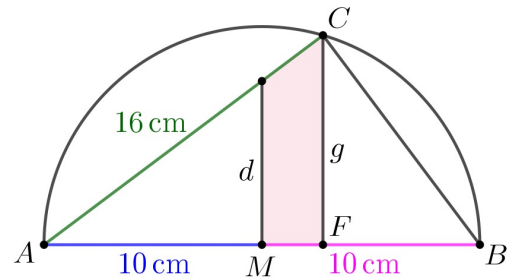


- (a) Zeige durch Betrachtung ähnlicher Dreiecke, dass die folgenden beiden Aussagen allgemein gültig sind:

Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$

Kathetensatz: $a^2 = c \cdot q$ und $b^2 = c \cdot p$

- (b) Zeige, dass der Satz des Pythagoras direkt aus dem Kathetensatz folgt.
 (c) Benutze den Höhen- und den Kathetensatz, um die eingefärbte Trapezfläche in der Figur rechts zu berechnen.



2. Ein Ballon steigt bei Windstille auf. Ein Beobachter befindet sich 750 m vom Aufstiegsort entfernt. Er sieht den Ballon unter einem Höhenwinkel $\alpha = 21.5^\circ$. Kurze Zeit später sieht er den Ballon unter dem Höhenwinkel $\beta = 35^\circ$. Um wie viele Meter ist der Ballon gestiegen?
3. Drei natürliche Zahlen $a, b, c \in \mathbb{N}$, die zusammen die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ erfüllen, werden als **pythagoreisches Zahlentripel** bezeichnet. Das einfachst mögliche Tripel lautet 3-4-5. Dann sind aber auch natürliche Vielfache davon, also 6-8-10, 9-12-15, usw. pythagoreische Zahlentripel, weshalb wir 3-4-5 als **primitives** Tripel bezeichnen.

Finde drei weitere primitive pythagoreische Zahlentripel mit $c = 13$, $c = 17$ und $c = 25$.

4. Auf der Plattform eines 23.8 m hohen Leuchtturmes steht ein **Theodolit** (Gerät zur Ermittlung von Horizontal- und Vertikalwinkeln). Durch sein Fernrohr sieht man ein vor Anker liegendes Schiff unter einem Tiefenwinkel von 12.9° .
 Wie viele Meter ist das Schiff vom Leuchtturm entfernt, wenn das Fernrohr des Messinstruments 1.6 m über der Plattform liegt?



5. Zeige, dass unter den Winkelfunktionen die folgenden Beziehungen gelten:

(a) $\sin(\alpha) = \cos(90^\circ - \alpha)$ (b) $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ (c) $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Dabei definieren wir bei (b): $\sin^2(\alpha) := (\sin(\alpha))^2$ und $\cos^2(\alpha) := (\cos(\alpha))^2$.

6. Betrachte den Schnittpunkt der drei Höhen in einem gleichseitigen Dreieck. In welchem Verhältnis unterteilt dieser Schnittpunkt jede Höhe?
7. Berechne den Flächeninhalt des gleichschenkligen Dreiecks ($a = b$) mit Schenkellänge $a = 12$ cm und dem Winkel $\gamma = 50^\circ$ (beim Eckpunkt C).