LINEARES I: Lineare Gleichungen und Geraden im Koordinatensystem – LÖSUNGEN

Klasse 155c / AGe

1. Es ergeben sich die folgenden Lösungen:

   (a) $\underline{\underline{x = 5}}$ (b) $\underline{\underline{x = 0}}$ (c) $\underline{\underline{x = \frac{11}{2}}}$ (d) $\underline{\underline{x = \frac{81}{20}}}$ (e) $\underline{\underline{x = -1}}$

   (f) für $q \neq r + 1$ ist $\underline{\underline{x = \frac{1}{q - r - 1}}}$ (g) $\underline{\underline{x = \frac{a + b}{2}}}$ (h) $\underline{\underline{x = 6a}}$

2. Wir erhalten die folgenden impliziten und expliziten Formen:

   (a) $\underline{\underline{3x - y = -5}}$ und $\underline{\underline{y = 3x + 5}}$

   (b) $\underline{\underline{3x - 3y = 32}}$ und $\underline{\underline{y = x - \frac{32}{3}}}$

   (c) $\underline{\underline{51x - 23y = 4}}$ und $\underline{\underline{y = \frac{51}{23}x - \frac{4}{23}}}$

   (d) $\underline{\underline{mx - y = -q}}$ und $\underline{\underline{y = mx + q}}$ war bereits gegeben

   (e) $\underline{\underline{14x - 7y = -2}}$ und $\underline{\underline{y = 2x + \frac{2}{7}}}$

   (f) $\underline{\underline{ax + by}} = c$ bereits gegeben und $\underline{\underline{y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}}}$ $(b \neq 0!)$

   N.B.: Für die implizite Form gibt es unendlich viele Lösungen. Die Gleichung kann mit einem beliebigen Faktor $s \neq 0$ multipliziert werden. Hier wurde jeweils eine "möglichst einfache" Lösung mit möglichst kleinen, natürlichen Parametern angegeben.

3. Es ist jeweils die Lösung einzusetzen und dann nach dem gesuchten Parameter aufzulösen, z.B.:

   (a) Setze $(6, 10)$ ein in $ax + 2y = 5 \quad \Rightarrow \quad 6a + 20 = 5 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{a = -\frac{5}{2}}}$

   So erhalten wir bei den anderen Aufgaben:

   (b) $\underline{\underline{b = -\frac{5}{11}}}$ (c) $\underline{\underline{c = 451}}$ (d) $\underline{\underline{a \in \mathbb{R} \text{ und } b = 0}}$ (e) $\underline{\underline{a = 0}}$

   (f) ist – ähnlich wie (d) – nicht eindeutig lösbar. Es sind beliebig viele Paare (a, b) möglich. Man kann aber sagen, wie z.B. b zu berechnen ist, wenn a vorgegeben wird:

   $$9a + 11b = 30 \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{30 - 9a}{11} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{ (a, b) \,\middle|\, a \in \mathbb{R} \text{ und } b = \frac{30 - 9a}{11} \right\}}}$$

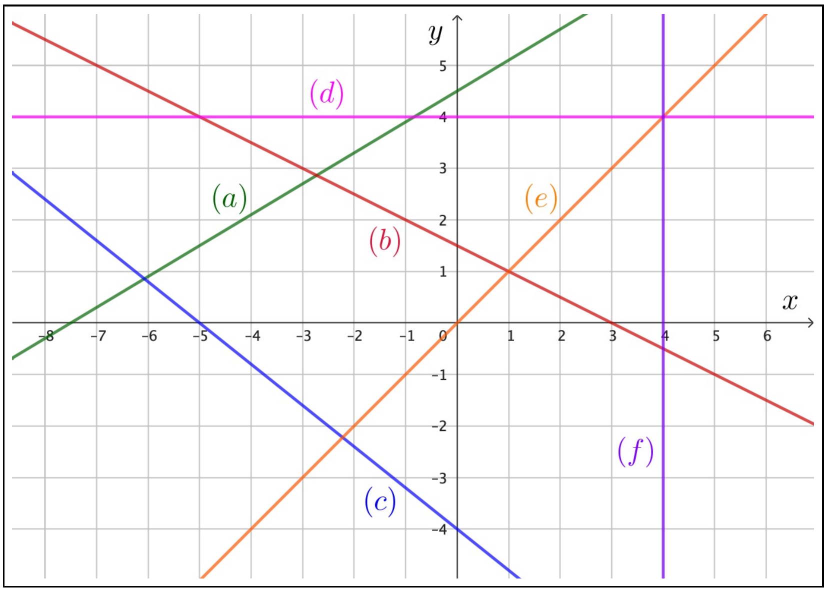
4. (a) Ursprungsgerade $\Rightarrow$ in der expliziten Form $y = mx + q$ muss der y-Achsenabschnitt q gleich null sein. Daraus folgt:

   $$y = mx \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{mx - y = 0}}$$

   (b) $x = a$ steht für eine Gerade parallel zur y-Achse, die durch Stelle a auf der x-Achse verläuft. D.h., $x = 5$ beschreibt eine **Vertikale** durch die Stelle $x = 5$.

   $y = a$ steht für eine Gerade parallel zur x-Achse, die durch die Stelle a auf der y-Achse verläuft. D.h., $y = -3$ beschreibt eine **Horizontale** auf der Höhe $y = -3$.

5. Es ergeben sich die folgenden Geraden:



6. Wir erhalten die folgenden Geradengleichungen:

$$f: \quad \underline{\underline{y = \frac{3}{4}x + 2}} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{3x - 4y = -8}}$$

$$g: \quad \underline{\underline{y = -x + 2}} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x + y = 2}}$$

$$h: \quad \underline{\underline{y = -\frac{3}{2}x - 2}} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{3x + 2y = -4}}$$

$$i: \quad \underline{\underline{y = \frac{1}{5}x - 2}} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x - 5y = 10}}$$

$$j: \quad \underline{\underline{x = -3}}$$

$$k: \quad \underline{\underline{y = \frac{7}{2}}}$$

7. Alle drei Gleichungen haben **dieselbe Lösungsmenge**, beschreiben also die **gleiche Gerade**. Sie lassen sich durch Äquivalenzumformungen ineinander überführen.