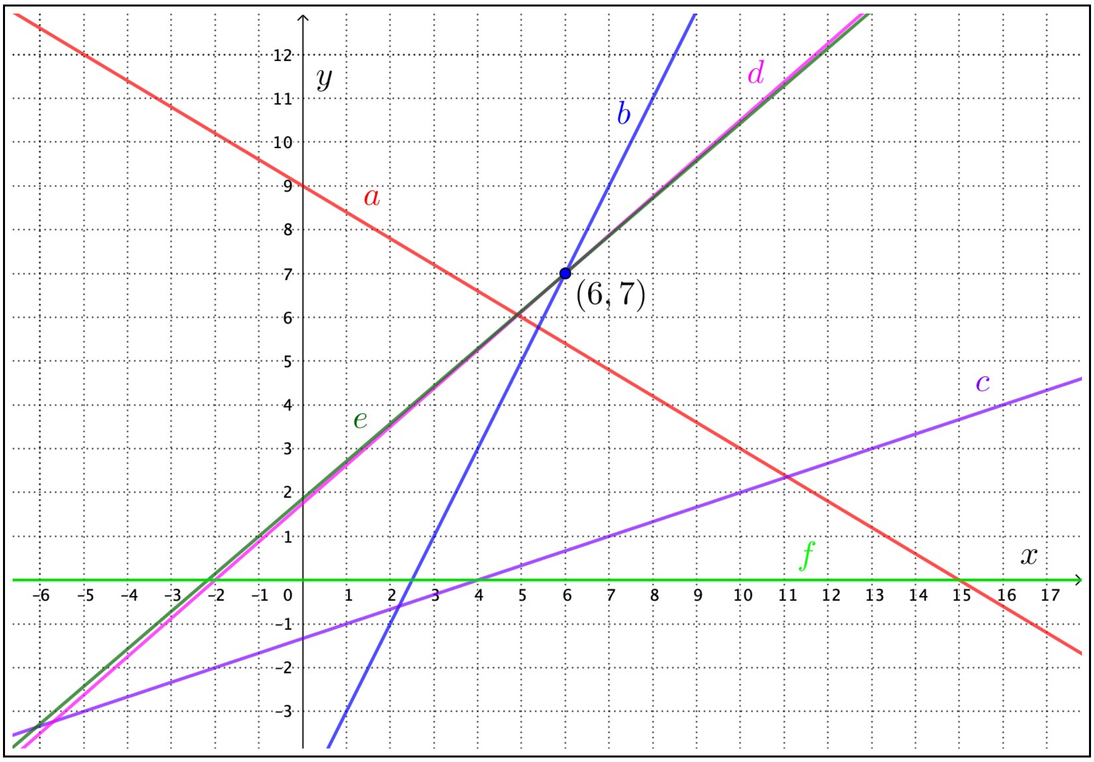
LINEARES III: Das Determinantenverfahren – LÖSUNGEN

Klasse 155c / AGe

1. (a) $\underline{\underline{(\frac{1}{2},\frac{1}{2})}}$, (b) $\underline{\underline{(x,y)=(\frac{19}{17},-\frac{92}{17})}}$, (c) $\underline{\underline{(u,v)=(-2,-3)}}$, (d) $\underline{\underline{(x,y)=(\frac{4}{7},-\frac{80}{7})}}$,
   (e) $\underline{\underline{(x,y)=(2,\frac{1}{2})}}$, (f) $\underline{\underline{(r,s)=(\frac{2}{3},0)}}$, (g) $\underline{\underline{(x,y)=(\frac{1}{6},-\frac{21}{2})}}$, (h) $\underline{\underline{(x,y)=(2,-\frac{9}{2})}}$,
   (i) $\underline{\underline{(x,y)=(2\sqrt{3}-\sqrt{2},2-\sqrt{6})}}$, (j) $\underline{\underline{(x,y)=(11,8)}}$, (k) $\underline{\underline{(x,y)=(2,2)}}$, (l) $\underline{\underline{(x,y)=(18,-15)}}$.

2. Es ergeben sich die folgenden Geraden. b, d und e schneiden sich in einem einzigen Punkt $(6,7)$:



3. $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P}=\frac{4-(-1)}{11-2}=\frac{5}{9}$. Somit ist $y=\frac{5}{9}x+q$.
   Jeder der beiden gegebenen Punkte muss diese Geradengleichung erfüllen.
   Setze ich z.B. $P(2,-1)$ ein, so ist $-1=\frac{5}{9}\cdot 2+q$, woraus folgt: $q=-\frac{19}{9}$.
   Damit ergibt sich: $\underline{\underline{y=\frac{5}{9}x-\frac{19}{9}}}$ und $\underline{\underline{5x-9y=19}}$.
   Alternativ können wir von Anfang an die beiden Punkte in die explizite Geradengleichung $y=mx+q$ einsetzen und dann ein 2x2-LGS für die Unbekannten m und q lösen:

$$\left|\begin{array}{l} -1=m\cdot 2+q \\ 4=m\cdot 11+q \end{array}\right| \quad\Leftrightarrow\quad \left|\begin{array}{l} 2m+q=-1 \\ 11m+q=4 \end{array}\right| \quad\Rightarrow\quad 9m=5 \quad\Leftrightarrow\quad m=\frac{5}{9} \quad \text{etc.}$$

4. Für g setzen wir die explizite Geradengleichung mit bekanntem y-Achsenabschnitt an: $y=mx-3$.
   Nun setzen wir den Punkt $P(14,-9)$ ein und erhalten für die Steigung: $-9=14m-3\Leftrightarrow m=-\frac{3}{7}$.
   Damit ist $g:\;\; y=-\frac{3}{7}x-3$.
   Wenn Q ebenfalls auf g liegen soll, dann müssen die Koordinaten von Q die Geradengleichung erfüllen. Wenn ich also für x den Wert -28 einsetze, müsste sich für y der Wert 9 ergeben. Wir überprüfen: $-\frac{3}{7}\cdot(-28)-3=12-3=9$ und somit $\underline{\underline{Q\in g}}$.

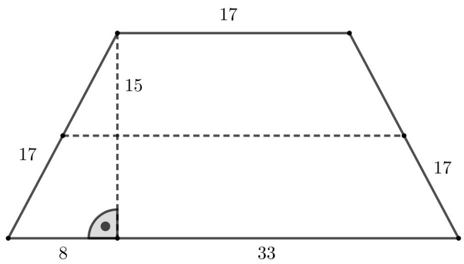
5. Die unterschiedlich lange Seite l ist entweder die Grund- oder dann die Deckseite des Trapezes. Die anderen drei Seiten haben die Länge s. Dann folgt aus den beiden Angaben (m = Mittellinie des Trapezes):

$$\left| \begin{array}{c} l+3s=U \\ \frac{l+s}{2}=m \end{array} \right| \quad \text{also:} \quad \left| \begin{array}{c} l+3s=84 \\ \frac{l+s}{2}=25 \end{array} \right| \quad \Rightarrow \quad \left| \begin{array}{c} l+3s=84 \\ l+s=50 \end{array} \right| \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{s=17\,\text{cm} \quad \text{und} \quad l=33\,\text{cm}}}$$

Die Differenz zwischen Grundseite und Deckseite beträgt $33\,\text{cm}-17\,\text{cm}=16\,\text{cm}$. Halbieren wir diese Differenz, so ergibt sich die $8\,\text{cm}$ lange Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks mit schräger Seite als Hypotenuse und der Höhe als zweite Kathete. Für diese Höhe ergibt sich aus dem Satz des Pythagoras:

$$h=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{289-64}=\sqrt{225}=15\,\text{cm}$$

Im Trapez gilt: "Fläche = Mittellinie mal Höhe", also $A=m\cdot h=25\cdot 15=\underline{\underline{375\,\text{cm}^2}}$.



6. Sei x die Anzahl der Säcke, die der Esel derzeit trägt, und y die jetzige Anzahl Säcke auf dem Rücken des Pferdes, so ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\left| \begin{array}{c} 2\cdot(x-1)=y+1 \\ y-1=x+1 \end{array} \right| \quad \text{also:} \quad \left| \begin{array}{c} 2x-y=3 \\ x=y-2 \end{array} \right| \quad \Leftrightarrow \quad x=5 \quad \text{und} \quad y=7$$

Derzeit trägt also der **Esel 5 Säcke** und das **Pferd 7 Säcke**.

7. Ist x das aktuelle Alter von Hans und y das aktuelle Alter des Vaters, so ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\left| \begin{array}{c} x+24=y \\ 3(x+9)=y+9 \end{array} \right| \quad \text{also:} \quad \left| \begin{array}{c} 2x-y=3 \\ x=y-2 \end{array} \right| \quad \Leftrightarrow \quad x=3 \quad \text{und} \quad y=27$$

Sei nun t die Zeit, die verstreichen muss, bis der Vater doppelt so alt ist wie Hans, so folgt:

$$2(3+t)=27+t \quad \Leftrightarrow \quad t=21$$

In 21 Jahren wird der Vater also doppelt so alt sein wie Hans. Hans wird dann 24 Jahre alt sein und sein Vater 48 Jahre.