Training Grundwissen 4 – zu bearbeiten auf Freitag 12.1.24

Sämtliche Aufgaben sind ohne Taschenrechner zu lösen, damit sie etwas bringen!

1. Multipliziere effizient aus und fasse zusammen:

   $(3x-2y)^2-(3x+2y)^2=$

   $\left(a^3-3z^3\right)^4=$

   $(2m-n)(4m^2+2mn+n^2)=$

   $(4r-2s+3t)(4r-2s-3t)=$

2. Drücke die Fläche A eines gleichseitigen Dreiecks durch seine Höhe h aus.

3. Faktorisiere:

   $x^2-30x+144=$

   $x^2-25x+144=$

   $x^2+18x-144=$

   $x^2-24x+144=$

   $x^2-26x+144=$

   $x^2-10x-144=$

   $x^2-74x+144=$

4. Wie lauten die Definitionen von Sinus, Cosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck?

5. Löse in $\mathbb{R}$:

   $x^3+8=0$

   $x^4-4=0$

Lösungen

1. $(3x-2y)^2-(3x+2y)^2 = 9x^2-12xy+4y^2-9x^2-12xy-4y^2 = \underline{\underline{-24xy}}$

   $\left(a^3-3z^3\right)^4 = \underline{\underline{a^{12}-12a^9z^3+54a^6z^6-108a^3z^9+81z^{12}}}$

   $(2m-n)(4m^2+2mn+n^2) = \underline{\underline{8m^3-n^3}}$

   $(4r-2s+3t)(4r-2s-3t) = (4r-2s)^2-(3t)^2 = \underline{\underline{16r^2-16rs+4s^2-9t^2}}$

2. Höhe h in Abhängigkeit von der Seite s des gleichseitigen Dreiecks: $h=\frac{\sqrt{3}}{2}s$. (Falls nicht auswendig gewusst, kann dieser Zusammenhang entweder mit dem Satz des Pythagoras oder mit exakten Werten der Winkelfunktionen wieder hergeleitet werden.)

$$\Rightarrow \quad s=\frac{2}{\sqrt{3}}h \quad \Rightarrow \quad A=\frac{s\cdot h}{2}=\frac{2h\cdot h}{2\sqrt{3}}=\underline{\underline{\frac{h^2}{\sqrt{3}}}}$$

3. $$\begin{aligned}
x^2-30x+144 &= \underline{\underline{(x-6)(x-24)}}\\
x^2-25x+144 &= \underline{\underline{(x-9)(x-16)}}\\
x^2+18x-144 &= \underline{\underline{(x+24)(x-6)}}\\
x^2-24x+144 &= \underline{\underline{(x-12)^2}}\\
x^2-26x+144 &= \underline{\underline{(x-8)(x-18)}}\\
x^2-10x-144 &= \underline{\underline{(x+8)(x-18)}}\\
x^2-74x+144 &= \underline{\underline{(x-2)(x-72)}}
\end{aligned}$$

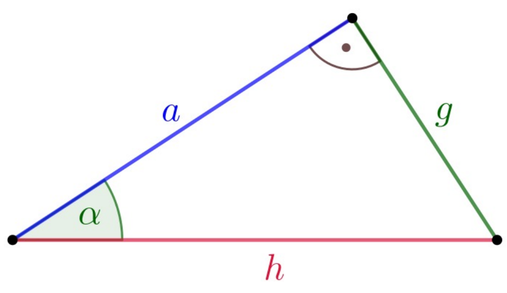
4. Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck mit *Hypotenuse* h. Bezeichne ich einen der beiden spitzen Winkel mit dem Namen α, so ist die an α anliegende Kathete die *Ankathete* a und die diesem Winkel gegenüberliegende Kathete die *Gegenkathete* g.

   Nun definieren wir die drei Winkelfunktionen als *Seitenverhältnisse* in diesem rechtwinkligen Dreieck, wobei wir uns am Winkel α orientieren:

   Sinus: $\sin(\alpha) := \dfrac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \dfrac{g}{h}$

   Cosinus: $\cos(\alpha) := \dfrac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \dfrac{a}{h}$

   Tangens: $\tan(\alpha) := \dfrac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \dfrac{g}{a}$



5. Löse in $\mathbb{R}$:

$$x^3+8=0 \quad\Leftrightarrow\quad (x+2)\left(x^2-2x+4\right)=0 \quad\Leftrightarrow\quad \underline{\underline{x=-2}}$$

$$\begin{aligned}
x^4-4=0 \quad&\Leftrightarrow\quad \left(x^2+2\right)\left(x^2-2\right)=0\\
&\Leftrightarrow\quad \left(x^2+2\right)\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)=0 \quad\Rightarrow\quad \mathbb{L}=\underline{\underline{\{\pm\sqrt{2}\}}}
\end{aligned}$$