

## Übungen zur Akustik

### Serie 7: Additionstheoreme und Schwebungen

#### 1. Mathematische Übungen zu den Additionstheoremen

$\alpha$	$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cot x$
$0^\circ$	0	0	1	0	–
$30^\circ$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60^\circ$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$90^\circ$	$\frac{\pi}{2}$	1	0	–	0

- (a) Rechts siehst du die bekannten exakten Werte für Sinus und Cosinus. Berechne unter Verwendung der Additionstheoreme die exakten Werte für  $\sin 15^\circ$ ,  $\sin 135^\circ$  und  $\cos 15^\circ$ .
- (b) In der Trigo hast du diverse Identitätsgleichungen für Sinus und Cosinus kennengelernt, die sich auf deren Symmetrieeigenschaften zurückführen lassen, z.B.:

$$\cos(180^\circ - \alpha) \equiv -\cos \alpha \qquad \sin(45^\circ + \alpha) \equiv \sin(135^\circ - \alpha) \qquad \sin(90^\circ - \alpha) \equiv \cos \alpha$$

Beweise diese drei Identitäten mittels der Additionstheoreme!

- (c) **Zusatzaufgabe:** Leite selber **“Tripelwinkelformeln”** her. Gesucht sind also Formeln für  $\sin(3\alpha)$  und  $\cos(3\alpha)$  die selber nur noch Glieder mit  $\sin \alpha$  und  $\cos \alpha$  enthalten. (Tipp:  $3\alpha = 2\alpha + \alpha$ .)
- (d) **Zusatzaufgabe:** Auch für den Tangens lässt sich eine Doppelwinkelformel  $\tan(2\alpha) = \dots$  herleiten.  $\tan(2\alpha)$  kann sogar durch einen Bruchterm ausgedrückt werden, in dem nur noch  $\tan \alpha$  auftritt. Finde diese Doppelwinkelformel für den Tangens! (Tipp:  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  und  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .)

#### 2. Grundsätzliches zur Schwebung – eine Rekapitulation von Kapitel 7

Eine akustische Schwebung entsteht, wenn zwei fast gleich hohe Töne nebeneinander erklingen. Angenommen, diese zwei Töne – wir gehen der Einfachheit halber von sinusartigen Schalldruckschwankungen aus – kommen bei deinem Ohr je mit der gleichen Amplitude an...

- (a) Beschreibe den Höreindruck, der sich ergibt!
- (b) Der eine Ton sei der Stimmgabelton mit  $f_1 = 440$  Hz. Welche Frequenz hat der andere Ton, wenn die Schwebungsfrequenz 3.0 Hz beträgt?
- (c) Die Schwebung ist ein sogenanntes **Interferenzphänomen**. Was ist damit gemeint? Erläutere den Ausdruck und erläutere auch die weiteren zu nennenden Fachausdrücke. In welchen Zusammenhängen begegnen wir Interferenzphänomenen?
- (d) Skizziere das für eine Schwebung charakteristische Wellenmuster und markiere darin die Schwebungsperiode, aus der die Schwebungsfrequenz hervorgeht.
- (e) Notiere die komplette Schalldruckfunktion für die Schwebung aus (b). (Es seien  $A_1 = A_2 = 1$ .)