Übungen zur Einführung des Energiebegriffs – Lösungen Serie 1

1. *Nährwerte*

   (a) Hier ein paar typische Lebensmittel-Energiewerte:

Nahrungsmittel	Menge	Energie in kJ	Energie in kcal
Olivenöl	$100\,\mathrm{ml}$	3400	810
Butter	$100\,\mathrm{g}$	2998	717
Käse (Gruyère)	$100\,\mathrm{g}$	1782	421
Mehl	$100\,\mathrm{g}$	1522	364
Vollmilch	$100\,\mathrm{ml}$	280	68
Spaghetti (gekocht)	$100\,\mathrm{g}$	1464	350
Reis (gekocht)	$100\,\mathrm{g}$	500	120
Essig	$100\,\mathrm{ml}$	71	17

   (b) Für den Energiewert der Schokolade in (Kilo-)Kalorien erhalten wir:

$$E = 2245\,\mathrm{kJ} \cdot \underbrace{\frac{1\,\mathrm{kcal}}{4.182\,\mathrm{kJ}}}_{=1} = \underline{\underline{537\,\mathrm{kcal}}}$$

2. *Alltägliche Energieaufwände*

   (a) Das reine Anheben des Cars benötigt insgesamt eine Energie von:

$$\Delta E = 18\,000\,\mathrm{kg} \cdot (2108 - 408)\,\mathrm{m} \cdot 10\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}} = 306\,000\,000\,\mathrm{J} = \underline{\underline{306\,\mathrm{MJ}}}$$

   (b) Wir berechnen, wie viel Energie einmal Toasten total benötigt:

$$\Delta E = 105\,\mathrm{s} \cdot 850\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 89\,250\,\mathrm{J}$$

   Dieser Energieumsatz lässt sich unter Annahme des Normaltarifs von $20\,\frac{\mathrm{Rp.}}{\mathrm{kWh}}$ auch als Preis ausdrücken:

$$\text{Kosten} = 89\,250\,\mathrm{J} \cdot \frac{20\,\mathrm{Rp.}}{\mathrm{kWh}} = 89\,250\,\mathrm{J} \cdot \frac{20\,\mathrm{Rp.}}{3\,600\,000\,\mathrm{J}} = 0.496\,\mathrm{Rp.} \approx \underline{\underline{0.5\,\mathrm{Rp.}}}$$

   (c) Eisen hat gemäss Skript eine spezifische Wärmekapazität von $450\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$. Damit folgt für die zur Erwärmung benötigte Energiemenge:

$$\Delta E = 450\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \cdot 0.12\,\mathrm{kg} \cdot 180\,{}^\circ\mathrm{C} = 9720\,\mathrm{J}$$

   Diese Energie erhält der Lötkolben innerhalb einer Minute. Das macht pro Sekunde:

$$\Delta E_{\text{Sekunde}} = \frac{9720\,\mathrm{J}}{60} = 162\,\mathrm{J}$$

   Es ist davon auszugehen, dass der Lötkolben noch etwas mehr Energie pro Sekunde bezieht, denn er heizt ja auch die Umgebung noch ein bisschen (und sendet Wärmestrahlung aus).

(d) i. Der Kühlschrank bezieht im einzelnen Moment zwar eine geringere Leistung, also weniger Joule pro Sekunde, aber dafür läuft er das ganze Jahr hindurch, ohne Pause, denn der Inhalt des Kühlschranks muss ja wirklich ständig gekühlt werden.

ii. **Schätzaufgabe!** Ich rechne vermutlich eher ein bisschen konservativ, wenn ich davon ausgehe, dass es in der Schweiz pro zwei Einwohner einen Haushaltskühlschrank gibt. Bei einer Bevölkerungszahl von etwa 8.5 Millionen wären das also $4\,250\,000$ Kühlschränke. Wenn die alle ständig laufen, so ergibt sich pro Jahr eine bezogene Energiemenge von:

$$\Delta E = 4\,250\,000 \cdot 25\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} \cdot \underbrace{365 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s}}_{=1\,\mathrm{Jahr}} = 3\,350\,700\,000\,000\,000\,\mathrm{J}$$

$$= 3\,350\,700\,000\,000\,000\,\mathrm{J} \cdot \underbrace{\frac{1\,\mathrm{TWh}}{3\,600\,000\,000\,000\,000\,\mathrm{J}}}_{=1} = 0.931\,\mathrm{TWh}$$

Anmerkung zum Taschenrechner: Vermutlich konnte Ihr Taschenrechner den Wert in Joule nicht mehr vollständig ausgeschrieben anzeigen. Stattdessen hat er sich der sogenannten **wissenschaftlichen Schreibweise** mit einer **Zehnerpotenz** bedient. Im Display des TI-30X Pro MultiView sieht dies beispielsweise folgendermassen aus:

`3.1536E15`

Achtung! Dieses `E` ist eine reine TR-Schreibweise für die Zehnerpotenz. Die Maschine darf diese Zahl so anzeigen, aber **wir notieren sie niemals in dieser Form!** Vielmehr schreiben wir:

$$\Delta E = 3.1536 \cdot 10^{15}\,\mathrm{J}$$

Das `E15` im TR steht also für $\cdot 10^{15}$ und gibt uns die Grössenordnung des Resultates separat an. Das $\cdot 10^{15}$ bedeutet, dass man das Dezimalkomma in 3.1536 um ganze 15 Stellen nach rechts verschieben müsste, wenn man diese Zahl ausschreiben möchte. Die Zahl 3.1536 wird 15-mal um den Faktor 10 vergrössert. Auch die Terawattstunde TWh lässt sich mit einer Zehnerpotenz schreiben:

$$1\,\mathrm{TWh} = 3\,600\,000\,000\,000\,000\,\mathrm{J} = 3.6 \cdot 10^{15}\,\mathrm{J}$$

Viele Taschenrechner bieten direkt eine Taste an, mit der sich solche Zehnerpotenzen ganz simpel eingeben lassen. Beim TI-30X Pro MultiView und bei vielen anderen Modellen ist diese Taste mit `EE` angeschrieben. So lässt sich auch obige Umrechnung in TWh leicht eingeben:

Eingabe im TR: `3.1536E15/3.6E15`

Back to physics: Vergleichen wir den erhaltenen Wert mit dem jährlichen Output des KKWs Gösgen:

$$\frac{0.876\,\mathrm{TWh}}{8.2\,\mathrm{TWh}} = 0.107 \approx \underline{\underline{10\,\%}}$$

Die Haushaltskühlschränke in der Schweiz brauchen also etwa $\frac{1}{10}$ resp. $10\,\%$ der Energie, die eines unserer grössten Kernkraftwerke produziert.

Natürlich ist das nur eine Schätzung. Wie viel der Anteil ganz genau beträgt, z.B. für das Jahr 2018, wissen wir nicht. So ganz falsch dürfte das Resultat aber auch nicht sein. D.h., der tatsächliche Wert liegt vermutlich irgendwo zwischen $5\,\%$ und $20\,\%$ und mit ziemlicher Sicherheit z.B. nicht unter $2\,\%$ oder über $50\,\%$.

Mit solchen Abschätzungen wollen wir uns vor allem die **Grössenordnung** eines Wertes klar machen und so im Vergleich mit anderen Werten relativ einfach und rasch erkennen, was z.B. in einer Energiebilanz wichtig und was weniger wichtig ist – und das sind eben häufig schon sehr relevante Aussagen.

3. *Solarkonstante I*

Die Einheiten der Solarkonstante lauten vorgelesen:

$$\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}} = \text{“Joule pro Quadratmeter und pro Sekunde”}$$

Damit wird beschrieben, wie viel Strahlungsenergie von der Sonne her bei der Erde ankommt, und zwar pro Flächenstück und pro Zeitspanne. Hier die ganz konkrete Erläuterung der Solarkonstante:

$S \approx 1400\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}}\ \widehat{=}$	“Auf einem gegen die Sonne ausgerichteten Flächenstück von $1\,\mathrm{m}^2$ Grösse kommt auf Höhe der Erde pro Sekunde eine Energiemenge von etwa $1400\,\mathrm{J}$ an.”

4. *Solarkonstante II*

Die Grösse dieser “Scheibe”, die die Erde aus der Sicht der Sonne darstellt, können wir mit der Formel für die Kreisfläche aus dem Erdradius R_E berechnen:

$$A = \pi \cdot R_\mathrm{E}^2 = \pi \cdot (6\,370\,000\,\mathrm{m})^2 = 127\,480\,000\,000\,000\,\mathrm{m}^2$$

Anmerkung 1: Auch dieses Resultat passt ausgeschrieben wohl nicht mehr in Ihr Taschenrechner-Display. Im Display des TI-30X Pro MultiView liest man stattdessen:

`1.274760909E14`

Nochmals... Wir verstehen, was der TR meint, schreiben das Resultat selber aber anders auf:

$$A = 1.2748 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m}^2$$

Anmerkung 2: Von all den im TR sichtbaren Ziffern vor der Zehnerpotenz habe ich nur die ersten fünf abgeschrieben. Das berechnete Resultat können wir nämlich gar nicht so genau angeben, wenn der Erdradius, den wir eingesetzt hatten, nicht genauer bekannt ist.

Die Solarkonstante bezieht sich auf jeden einzelnen Quadratmeter dieser grossen Fläche. D.h., wir können hochrechnen, welche Energiemenge pro Sekunde insgesamt auf dieser Fläche ankommt. Dabei berücksichtigen wir auch noch, dass von dieser Energie effektiv nur $45\,\%$ auf der Erdoberfläche ankommen (der Rest wird reflektiert oder von der Erdatmosphäre aufgenommen):

$$45\,\% \cdot S \cdot A = 0.45 \cdot 1400\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}} \cdot 1.2748 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m}^2 = 8.031 \cdot 10^{16}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

Im Skript finden wir für den jährlichen Weltenergiebedarf aus dem Jahre 2017 einen Wert von $588\,\mathrm{EJ} = 588 \cdot 10^{18}\,\mathrm{J}$. In welcher Zeit wird diese Energiemenge von der Sonne geliefert?

$$t = \frac{588 \cdot 10^{18}\,\mathrm{J}}{8.031 \cdot 10^{16}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = 7322\,\mathrm{s} = \underline{\underline{2\,\mathrm{h}\,02\,\mathrm{min}}} \approx 2\,\mathrm{h}$$

Beachten Sie, wie sich am Schluss bei der Berechnung der Zeit die Energieeinheit Joule weghebt und Sekunden stehen bleiben:

$$\frac{\mathrm{J}}{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = \frac{\frac{\mathrm{J}}{1}}{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = \frac{\mathrm{J}}{1} \cdot \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{J}} = \mathrm{s}$$

5. *Solarkonstante III*

Der Abstand "Sonne – Erde", also eine Astronomische Einheit, beträgt etwa $150\,\mathrm{Mio.\,km}$, in Metern:

$$1\,\mathrm{AE} = 149.6\,\mathrm{Mio.\,km} = 149\,600\,000\,000\,\mathrm{m} = 1.496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$$

Durch Umstellung der Gleichung folgt:

$$S = \frac{L}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad L = 4\pi r^2 \cdot S = 4\pi \cdot (1.496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m})^2 \cdot 1400\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}} = 3.94 \cdot 10^{26}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

Die Sonne sendet also pro Sekunde die unvorstellbar grosse Energiemenge von

$$3.94 \cdot 10^{26}\,\mathrm{J} = 394\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,\mathrm{J}$$

aus – in jeder einzelnen Sekunde!! Von dieser Energie lebt alles auf der Erde. Sie kommt seit Jahrmilliarden zu uns, und zwar gratis (Sonnen- und Erdalter: ca. 4.5 Mia. Jahre).

6. *Strom aus der Batterie vs. Strom aus der Steckdose – ein Preisunterschied?*

   (a) Das müssen Sie schon selber beantworten... ich kenne ja die Antwort bereits.

   (b) Aus den Angaben berechnen wir die Eenrgie, die in der Batterie gespeichert war:

   $$\Delta E = 2\,\mathrm{h}\,20\,\mathrm{min} \cdot 1.8\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 8400\,\mathrm{s} \cdot 1.8\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 15\,120\,\mathrm{J}$$

   Für diese Energiemenge bezahlt man also $3.90\,\mathrm{sFr.}$. Wie viele derartige Batterien würde man benötigen, um eine Energiemenge von $1\,\mathrm{kWh}$ zur Verfügung zu haben?

   $$\frac{1\,\mathrm{kWh}}{15\,120\,\mathrm{J}} = \frac{3\,600\,000\,\mathrm{J}}{15\,120\,\mathrm{J}} = 238$$

   Der Preis für diese Anzahl Batterien beliefe sich auf:

   $$238 \cdot 3.90\,\mathrm{sFr.} = 928.20\,\mathrm{sFr.}$$

   Für dieselbe Energiemenge bezahlen wir nur $20\,\mathrm{Rp.}$, wenn wir sie aus der Steckdose beziehen. Die elektrische Energie aus der Batterie ist also unglaublich viel teurer als diejenige aus der Steckdose:

   $$\frac{928.20\,\mathrm{sFr.}}{0.20\,\mathrm{sFr.}} = 4641$$

   Über 4500-mal mehr bezahlt man für ein Joule aus der Batterie im Vergleich zu einem Joule aus der Steckdose! Die Portabilität hat effektiv ihren Preis. Da ist es doch gut, dass es Akkumulatoren (Akkus), also wiederaufladbare Batterien gibt, die man unter Verwendung von Energie aus der Steckdose immerhin mehrfach benutzen kann.