unterstrass.edu
WO WERTE SCHULE MACHEN

ELEKTRIZITÄTSLEHRE

Alex Gertsch

Physik-Skript für die Promotion 153

Zürich im Februar 2023

Inhaltsverzeichnis

Teil I

Elektrischer Strom

Kapitel 1

Der einfache Stromkreis – eine Einführung

Elektrischer Strom ist ein ungeheuer alltägliches Phänomen. Wir benutzen im Laufe eines Tages mit Sicherheit mindestens zehn verschiedene elektrische Geräte, ohne uns allzu sehr darüber zu wundern, dass das alles so gut funktioniert. Stecker rein und es läuft!

Wie aber funktioniert "Strom"? Was ist Strom genau? Wie und wann entsteht er? Wie kann er genau genutzt werden? Was hat er mit **Energie** zu tun? Welche **Gefahren** birgt er? Was ist **Stromverbrauch**? Wie betreibt der Strom all diese elektrischen und elektronischen **Geräte** (vom Stabmixer über den Fernseher und den Computer bis zum Händy)? Diesen und weiteren Fragen werden wir im ersten Teil der Elektrizitätslehre nachgehen.

In diesem einführenden Kapitel starten wir mit einem einfachen praktischen Beispiel, wie es in einer normalen **Taschenlampe** realisiert ist: Eine **Batterie** betreibt ein **Glühlämpchen** – oder allgemeiner formuliert: eine **Spannungsquelle** versorgt einen einzelnen **Verbraucher**. Wir legen also direkt mit der Anwendung los und werden zentrale Begriffe, wie z.B. **Spannung**, **Stromstärke** oder **Widerstand**, verwenden, ohne die präzisen, aber teilweise eben etwas abstrakten physikalischen Definitionen dazu bereits kennengelernt zu haben. Selbstverständlich werden wir dieses Versäumnis in den folgenden Kapiteln nachholen, denn für ein tiefer gehendes physikalisches Verständnis sind die genauen Definitionen dieser Begriffe sehr wichtig.

Von Beginn weg wollen wir **elektrische Stromkreise** als etwas Greifbares und Praktisches verstehen. Dazu werden wir bereits viele Aspekte anschneiden, z.B.:

- Welche **Bedingungen** müssen erfüllt sein, damit ein elektrischer Strom fliesst?
- Woran sieht man, dass das Fliessen eines elektrischen Stromes mit einem **Energieumsatz** resp. einem **Energietransport** verbunden ist?
- Wie stellt man einen Stromkreis in einem **Schaltschema** dar?
- An welchen **Wirkungen** erkennt man eigentlich das Fliessen eines elektrischen Stromes?
- Wie kann man sich den elektrischen Strom auf **atomarer Grössenordnung** vorstellen? Wie müssen demnach **elektrisch leitende Materialien (= Leiter)** beschaffen sein und wodurch zeichnen sich im Gegensatz dazu **Isolatoren** aus?
- Was ist der Unterschied zwischen **Gleichstrom** und **Wechselstrom**?

1.1 Lernziele zum Kapitel 1

- Ich kenne die Bedingungen für das Fliessen eines **elektrischen Stromes**: Erstens muss eine **Spannungsquelle** (z.B. Netzgerät, Steckdose, Batterie, Solarzelle, ...) vorhanden sein, zweitens braucht es einen durch leitende Materialien **geschlossenen Stromkreis**.

- Unter dem Begriff **Spannungsquelle** verstehe ich eine **"Strompumpe"**, also den "Antrieb" eines elektrischen Stromes. **Elektrische Spannungen** und somit auch die "Stärke" von Spannungsquellen werden in der **SI-Grundeinheit Volt** V angegeben.

- Ich kann einfache **Schaltschemata** interpretieren und kenne die **Symbole** für die wichtigsten **Schaltelemente**.

- Auf einem **Steckbrett** kann ich einfache Stromkreise zusammenbauen. Insbesondere weiss ich, welche Steckplätze innerhalb des Bretts miteinander verbunden sind.

- Ich weiss, dass **Atome** aus **Protonen** p, **Neutronen** n und **Elektronen** e^- aufgebaut sind und wo diese Teilchen im Atom zu finden sind.

- Ich habe verstanden, dass die **elektrische Ladung** eine **Materieeigenschaft** ist, die man Protonen und Elektronen zuschreibt, um die Phänomene der Elektrizitätslehre zu erklären. Jedes Elektron ist **einfach negativ** und jedes Proton **einfach positiv geladen**. D.h., jedes Elektron trägt eine negative und jede Proton eine positive Elementarladung: $q_e = -e$ und $q_p = +e$. Neutronen sind **elektrisch neutral**: $q_n = 0$. Da sich die Welt aus lauter p, n und e^- zusammensetzt, ist die **Elementarladung** e die kleinstmögliche Ladungsmenge. Ihren Wert, nämlich $\boldsymbol{e = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}$, kenne ich auswendig.

- Ich weiss, dass die **elektrische Ladung eines Gegenstandes** auf ein Ungleichgewicht zwischen Protonen und Elektronen zurückzuführen ist. Einen Ort mit einem **Elektronenüberschuss** bezeichnet man als **negativen Pol** und umgekehrt ist ein Ort mit einem **Elektronenmangel** ein **positiver Pol** (z.B. bei den Polen einer Spannungsquelle).

- Die **elektrische Ladung eines Gegenstandes** kürze ich mit dem Symbol Q ab, für **Ladungen einzelner Teilchen** verwende ich hingegen das kleine q.

- Ich kenne das **Coulomb** C als **SI-Grundeinheit** der elektrischen Ladung.

- Ich kenne die **qualitativen Eigenschaften der Coulombkraft** zwischen zwei elektrischen Ladungen (Anziehung/Abstossung, Abnahme mit zunehmender Distanz).

- Ich weiss, dass der Ausdruck **elektrischer Strom** für die **kollektive Bewegung elektrisch geladener Teilchen** steht. Daraus leite ich ab, dass **elektrisch leitende** Stoffe **frei bewegliche Ladungsträger** enthalten müssen: in Metallen handelt es sich um **Leitungselektronen**, in **Lösungen um Ionen**. Umgekehrt kann es in **elektrischen Isolatoren** keine frei beweglichen Ladungsträger geben.

- Ich weiss, dass die **Leitfähigkeit** von **Metallen** auf frei bewegliche Elektronen zurückzuführen ist (ca. **1 Leitungselektron pro Atom**). In **Flüssigkeiten** und **Gasen** müssen **Ionen** vorhanden sein, damit sie den Strom leiten.

- Ich kenne drei Wirkungen des elektrischen Stromes: die **elektromagnetische (em-)**, die **Wärmewirkung (Joule'sche Wärme)** und die **chemische Wirkung**. Ich kann spontan einige Beispiele und Anwendungen dieser Wirkungen beschreiben.

1.2 Der Taschenlampen-Stromkreis – ein Einstiegsbeispiel

Ein **Steckbrett** ist so aufgebaut, dass sich darauf in einfacher Weise elektrische und elektronische Schaltungen stecken lassen. Innerhalb des Steckbrettes sind im Innenbereich jeweils 5, in den Aussenleisten jeweils 25 Steckpositionen miteinander verbunden (vgl. Abb. 1.1).

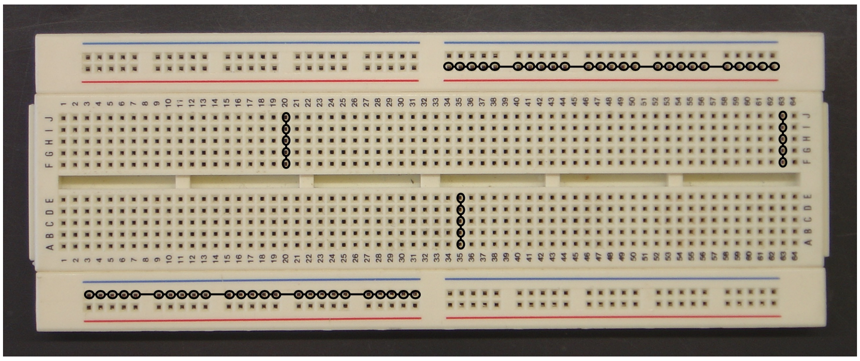


Abbildung 1.1: Beispiele von Verbindungen innerhalb eines Steckbrettes.

Auf einem solchen Steckbrett stecken wir uns mit einem **Batterieblock**, einem **Kippschalter** und einem **Glühlämpchen** einen einfachen **Stromkreis** zusammen (Abb. 1.2). Mit dem Schalter lässt sich das Lämpchen ein- und ausschalten.

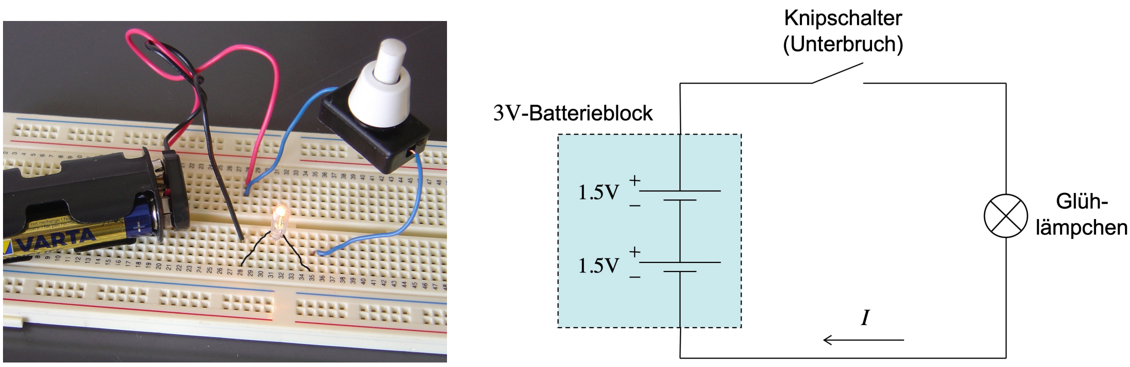


Abbildung 1.2: Der Taschenlampen-Stromkreis und das zugehörige Schaltschema.

Bereits anhand dieses einfachen Beispiels lässt sich eine Vielzahl teilweise sehr grundlegender und allgemeiner Aussagen zum elektrischen Strom machen:

Der geschlossene Stromkreis: Nur solange ein Stromkreis geschlossen ist, fliesst Strom. D.h., die beiden Anschlüsse des Batterieblocks müssen durch elektrisch **leitende Elemente** (Kabel, Lämpchen, etc.) miteinander verbunden sein. Sobald der Stromkreis unterbrochen ist, fliesst kein Strom mehr.

Der Kippschalter unterbricht den Stromkreis ("Lämpchen aus") oder er schliesst ihn ("Lämpchen an"). Dabei spielt es keine Rolle, an welcher Stelle der Schalter in den Stromkreis eingebaut wird ("vor" oder "hinter" dem Glühlämpchen). Im Schaltschema dürfte man die Positionen von Lämpchen und Schalter vertauschen, ohne dass sich an der Funktionsweise der Schaltung irgendetwas verändern würde.

Die Spannungsquelle: Neben dem geschlossenen Stromkreis braucht es für das Fliessen eines elektrischen Stromes einen "Antrieb". In unserem Beispiel ist dies die Batterie.

Allgemeiner spricht man bei solchen den Strom antreibenden Elementen von **Spannungsquellen**. Dabei gibt es einen Unterschied zwischen **Gleichstrom**- und **Wechselstrom**-Spannungsquellen. Unsere Batterie ist eine Gleichstrom-Spannungsquelle, weil die **Polung** an ihren Enden ständig gleich bleibt: Es gibt einen **positiven Pol (+)** und einen **negativen Pol (–)**. Auch **Plus**- und **Minuspol** sind erlaubte Namen.[1]

Bei den Wechselstrom-Spannungsquellen verändert sich die Polung ihrer Anschlüsse andauernd. Dies ist z.B. bei Steckdosen der Fall. Kapitel 2 widmet sich dem Spannungsbegriff ausführlicher.

Im Moment merken wir uns:

Bedingungen für das Fliessen eines elektrischen Stromes

Ein elektrischer Strom fliesst genau dann, wenn...

1. *ein* **geschlossener Stromkreis** *besteht, und...*
2. *in diesem Stromkreis eine* **Spannungsquelle** *vorhanden ist.*

Das Schaltschema: Den logischen Aufbau eines Stromkreises stellt man in einem **Schaltschema** dar. Dabei besitzt jedes **Schaltelement** ein ganz bestimmtes Symbol. In Abb. 1.7 auf Seite 15 siehst du eine Auswahl solcher Symbole. Abb. 1.3 zeigt, wie ein komplizierteres Schaltschema aussehen kann. Diese Schaltung lässt abwechslungsweise zwei **Leuchtdioden (LEDs)** aufleuchten (Blinker).[2]

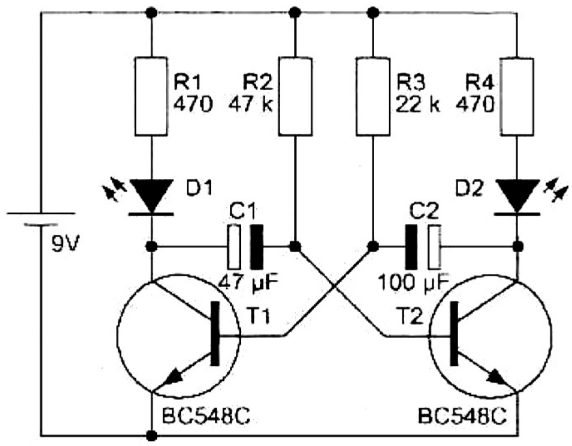


Abbildung 1.3: Eine Blinkschaltung: Die beiden LEDs D1 und D2 leuchten abwechslungsweise auf. Zur Steuerung bedarf es weiterer Schaltelemente wie Kondensatoren (C1 und C2) und Transistoren (T1 und T2). In vielen Schaltschemata sind die Schaltelemente direkt mit näheren Spezifikationen angeschrieben. Hier handelt es sich z.B. um Transistoren des Typs BC548C.

[1] Auf einer Batterie sind die Pole in der Regel angeschrieben. Bei einem Gleichstrom-Netzgerät ebenfalls, wobei zusätzlich Farben verwendet werden. Rot kennzeichnet den positiven Pol, Blau oder Schwarz den negativen.

[2] In der Blinkschaltung (Abb. 1.3) entdeckst du zwei für die Elektronik enorm wichtige Schaltelemente: den **Kondensator** (z.B. C1) und den **Transistor** (z.B. T1). Insbesondere die Transistoren sind von grosser Bedeutung. Auf ihnen basiert die gesamte moderne Prozessoren-Elektronik (Rechner, Computer-Chip, Hädy, etc.)!

Die Stromrichtung im Gleichstromkreis: Die Polung unserer Batterien bleibt stets dieselbe (Gleichstrom-Spannungsquelle). Als Folge davon fliesst auch der Strom im Stromkreis immer in dieselbe Richtung, weshalb wir von **Gleichstrom** sprechen.

Im Prinzip ganz willkürlich wurde festgelegt, dass die Stromrichtung **vom positiven zum negativen Pol der Spannungsquelle** führt. Dies ist die Richtung des sogenannten **technischen Stromes**. Wir zeichnen diese Richtung nicht immer ein, weil sie meistens gar nicht so wichtig ist. Gegebenenfalls beschriften wir den Stromrichtungspfeil mit einem I, dem Symbol für die **Stromstärke** (vgl. Kap. 2).

Achtung! Diese technische Stromrichtung bedeutet nicht, dass in der Realität immer eine Ladungsbewegung vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle stattfindet – im Gegenteil! In den meisten Stromkreisen werden metallene Leiter verwendet und in diesen sind es die **Leitungselektronen**, die vom Minus- zum Pluspol der Spannungsquelle fliessen. Unser Taschenlampen-Stromkreis ist das beste Beispiel dafür. Dort besteht nämlich die gesamte Leitung aus Metall, inkl. dem Glühdraht des Lämpchens! Mehr zu den verschiedenen Arten der elektrischen Leitung erfährst du im Abschnitt 1.5.

Also nochmals: Der technische Strom ist einfach ein theoretisches Konstrukt, er fliesst per Definition vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle.[3]

Elektrische Energie – eine wichtige Überlegung: Betrachten wir zwei kugelförmige Körper. Der eine trage eine positive Ladung, der andere eine negative (vgl. Abb. 1.4). Aufgrund der **Coulombkraft**[4] ziehen sich diese beiden Körper an. Somit muss man Arbeit verrichten resp. Energie aufwenden, um den Abstand zwischen ihnen zu vergrössern. Wir sagen: **"Jede Ladungstrennung ist mit einem Energieaufwand verbunden."**

Diese Arbeit ist als sogenannte **elektrische Energie** E_{el} im Zustand der **voneinander getrennten Ladungen** enthalten. Wir bekommen diese Energie zurück, wenn sich die beiden Körper wieder annähern. Diesen Vorgang bezeichnen wir als **Ladungsausgleich**: **"Bei jedem Ladungsausgleich wird elektrische Energie freigesetzt."**

Anmerkung: Elektrische Energie ist also eine **Energie der Lage** – genauer: es kommt auf die relative Lage elektrischer Ladungen an. Eine solche Energie der Lage bezeichnet man in der Physik allgemein als **potentielle Energie**. Aus der Mechanik kennen sie bereits die potentielle gravitative Energie E_{pot}, bei der es auf die relative Lage von Massen ankommt. Nun haben sie mit der potentiellen elektrischen Energie E_{el} gesehen, dass man auch bei elektrischen Ladungen von einer Energie der relativen Lage sprechen kann.

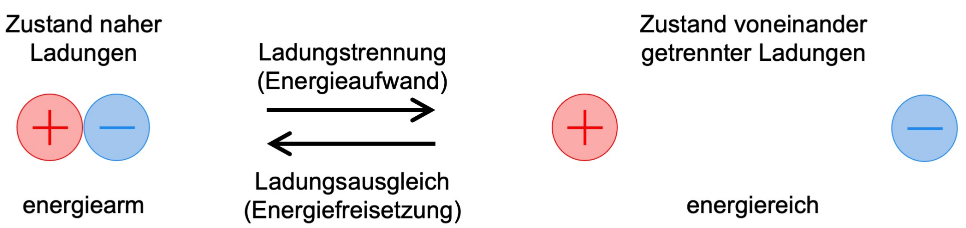


Abbildung 1.4: Ladungstrennung und -ausgleich – das Verständnis der elektrischen Energie.

[3] Für die "Gmerkigen": Innerhalb der Batterie ist es gerade umgekehrt. Dort fliesst der technische Strom vom Minus- zum Pluspol.

[4] Coulombkraft: Elektrische Ladungen mit gleichem Vorzeichen stossen sich gegenseitig ab, Ladungen verschiedenen Vorzeichens ziehen sich gegenseitig an.

Energietransport von der Spannungsquelle zum Verbraucher: Jede Spannungsquelle besitzt **elektrische Pole**, also voneinander getrennte positive und negative Ladungen. D.h., jede Spannungsquelle beinhaltet **elektrische Energie**. Lässt man den Ladungsausgleich zwischen ihren Polen über einen Stromkreis ablaufen, so kann die dabei freigesetzte elektrische Energie für den Betrieb von Geräten (Verbraucher) genutzt werden:

Ein Stromkreis befördert Energie von der Spannungsquelle zum Verbraucher!

In unserem Beispiel dient die Batterie als Spannungs- resp. Energiequelle, währenddem das Lämpchen die Rolle des Verbrauchers übernimmt. Dort wird die elektrische Energie in innere Energie (Wärme) umgesetzt. Der extrem dünne Glühdraht wird dadurch so heiss, dass er weiss glüht (ca. $3000\,^\circ\mathrm{C}!$) und deshalb Licht aussendet.

"Reibungsverluste": Idealerweise sollte die von der Spannungsquelle abgegebene Energie komplett im Verbraucher umgesetzt werden. Verluste im restlichen Stromkreis sind unerwünscht, aber leider auch unvermeidbar!

Glücklicherweise sind **Metalle sehr gute Leiter**, sodass in ihnen über kurze Strecken hinweg und bei geringen Stromstärken kein grosser Energieverlust entsteht. In unserem Taschenlampenstromkreis geht in der Leitung durch Kabel, Schalter und Steckbrett praktisch keine Energie verloren.

Wie auch immer, auch metallene Leiter sind nicht komplett widerstandsfrei. Im Metall drin "reibt der Strom" – die Leitungselektronen "stossen an die Atomrümpfe". Wie stark diese Reibung ist, hängt einerseits von der Metallsorte ab, andererseits davon, wie dünn und wie lange das betreffende Metallkabel ist. Z.B. ist der Glühdraht im Glühlämpchen so dünn, dass er einen erheblichen Engpass für den elektrischen Strom darstellt. Nur deswegen wird dort so viel Energie freigesetzt.

In nicht-metallenen Leitern ist der Leitungswiderstand deutlich grösser und es geht unterwegs mehr Energie verloren.

"Stromverbrauch" – definitiv der falsche Ausdruck! Als elektrischen Strom bezeichnen wir die kollektive Bewegung elektrisch geladener Teilchen. In den Metalldrähten unseres Taschenlampen-Stromkreises wird der Strom durch die Bewegung der Leitungselektronen ausgemacht. Diese Bewegung startet aber nicht bei der Batterie und endet auch nicht beim Lämpchen. Im ganzen Stromkreis fliesst überall ein gleich starker Strom. Nirgendwo wird in diesem Sinne "Strom verbraucht".

Der Alltagsbegriff "Stromverbrauch" ist also missverständlich. Für den Physikunterricht sollten wir ihn streichen resp. konsequent durch den treffenderen Ausdruck **Verbrauch von elektrischer Energie** ersetzen.

Verdeutlichung: Am negativen Pol der Batterie besitzen die Leitungselektronen mehr elektrische Energie als am positiven. Die Batterie selber (resp. der chemische Prozess in ihrem Innern) hat sie mit dieser Energie versorgt. Auf ihrem Weg durch den Stromkreis geben die Elektronen diese elektrische Energie ab – hauptsächlich beim Lämpchen.

Bei seriell geschalteten Spannungsquellen addieren sich die Spannungen: So nebenbei wollen wir mitnehmen, dass sich die Spannungen zweier hintereinander geschalteter Spannungsquellen zu einer Gesamtspannung aufaddieren. Am Batterieblock wird insgesamt eine Spannung von $3\,\mathrm{V}$ gemessen, wenn die beiden darin enthaltenen Batterien je eine Spannung von $1.5\,\mathrm{V}$ erzeugen.

Dem hintereinander Legen zweier Schaltelemente sagt man **Reihen-** oder **Serieschaltung**. Bei der Serieschaltung mehrerer Spannungsquellen ist die Gesamtspannung also die Summe der Einzelspannungen.

1.3 Elektrische Ladung – ein Ausflug in die Welt der Teilchen

Alle Materie, mit der wir es zu tun haben, ist aus **Atomen** aufgebaut. Diese wiederum enthalten lediglich drei Sorten von Teilchen: das **Elektron** e^-, das **Proton** p und das **Neutron** n.[5] Protonen und Neutronen bilden gemeinsam die **Atomkerne**, währenddem die Elektronen die um einen Faktor 10 000 bis 100 000 grösseren **Atomhüllen** ausmachen.

Elektrische Ladung ist eine **Eigenschaft dieser Materieteilchen** selbst: Jedes Proton trägt eine positive **Elementarladung** ($q_p = +e$). Man sagt, es ist **einfach positiv geladen**, während jedes Elektron **einfach negativ geladen** ist ($q_e = -e$). Neutronen tragen keine Ladung, sie sind **elektrisch neutral** ($q_n = 0$).

Die Elementarladung e

Sämtliche elektrischen Ladungsmengen, die wir antreffen, sind ganzzahlige Vielfache der **Elementarladung** e. *Diese besitzt einen Wert von:*

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \qquad \textbf{auswendig lernen!}$$

Anmerkungen zur elektrischen Ladung

- Die **elektrische Ladung** ist eine **physikalische Grösse**, genau wie z.B. die Masse m oder die Geschwindigkeit v. Deshalb erhält sie zur Abkürzung ein eigenes Symbol, Q, und eine eigene SI-Grundeinheit, das **Coulomb** C.

  Wenn wir von einzelnen Teilchen, z.B. von Elektronen sprechen, wird statt des grossen Q's in der Regel das kleine q als Symbol für die elektrische Ladung verwendet.

- Das Auftreten der Elementarladung, also einer kleinsten, nicht weiter teilbaren Ladungsmenge, ist recht erstaunlich und hat fundamentale Bedeutung. Entsprechend wichtig ist ihr Wert, den du **stets auswendig präsent** haben solltest.

- Zwischen zwei elektrischen Ladungen herrscht stets eine **Coulombkraft**: zwei Ladungen mit gleichem Ladungsvorzeichen stossen sich gegenseitig ab, zwei Ladungen mit verschiedenem Ladungsvorzeichen ziehen sich an.

  Die Coulombkraft wird mit zunehmendem Ladungsabstand rasch schwächer, besitzt im Prinzip aber dennoch eine unendliche Reichweite (**Coulombgesetz**).

  Auf dem Phänomen "Coulombkraft" basiert praktisch die gesamte Chemie: Elektronen werden durch die Coulombkraft an Atomkerne gebunden und mehrere Atome fügen sich aufgrund der Coulombkraft zu **chemischen Verbindungen** zusammen, also zu Stoffen mit neuen Eigenschaften.

  Auch der elektrische Strom lässt sich sehr häufig auf die Coulombkraft zurückführen. Mehr dazu im nächsten Kapitel.

[5] Es gibt durchaus noch weitere Teilchen, vielleicht sogar solche, die wir noch gar nicht kennen. Was aber die Materie angeht, mit der wir es in der Regel so zu tun haben, so besteht sie zu über 99.999 % aus p, n und e^-.

1.4 Elektrisch geladene Körper und elektrische Pole

Die elektrische Ladung von Gegenständen alltäglicher resp. sichtbarer Grössenordnung (= **makroskopische** Gegenstände) führen wir auf unterschiedliche Anzahlen von Protonen und Elektronen zurück. Dabei muss ein Körper nicht gleichmässig geladen sein, sondern er kann Stellen unterschiedlicher Ladungsvorzeichen und -konzentrationen aufweisen:

Elektrisch geladene Körper

Ein **positiv** *geladener Körper beinhaltet mehr Protonen als Elektronen. Man spricht von einem* **Elektronenmangel**.

Ein **negativ** *geladener Körper beinhaltet mehr Elektronen als Protonen. Man spricht von einem* **Elektronenüberschuss**.

Ein elektrisch **neutraler** *resp.* **nicht geladener** *Körper beinhaltet gleich viele Elektronen wie Protonen.*

Elektrische Pole

Eine positiv geladene Stelle an einem Körper, also eine Stelle mit einem Elektronenmangel, bezeichnen wir als **positiven Pol**.

Umgekehrt ist ein **negativer Pol** *eine Stelle mit einem Elektronenüberschuss, also mit negativer Ladung.*

Gut zu wissen

- Eine **Spannungsquelle** ist ein gutes Beispiele für einen makroskopischen Körper mit elektrischen Polen. Sobald irgendwo durch Reibung statische Elektrizität vorhanden ist, hat man es ebenfalls mit elektrischen Polen zu tun.
- Körper alltäglicher Grössenordnung können nicht beliebig stark geladen sein, denn:
  - Erstens wird es mit zunehmender Ladung an einem Ort immer aufwändiger, die **Ladungskonzentration** weiter zu erhöhen.

    Sitzen beispielsweise viele Elektronen in einem kleinen Volumen, so ist das Hinzugeben weiterer e^- in dieses Volumen schwierig, denn diese werden von der grossen negativen Ladung der bereits vorhandenen e^- stark abgestossen (Coulombkraft).

    Auf diese Weise wird z.B. bei der **Influenzmaschine** (vgl. Abb. 1.5) die Erzeugung beliebig starker Ladungen verhindert.
  - Zweitens wird bei hohen Ladungskonzentrationen und nicht zu grossem Abstand zum nächsten Körper die Luft zwischen diesen Körpern leitend und es findet ein Ladungsausgleich statt.

    Dieses Phänomen kennst du bestens unter dem Namen **Blitz**.

    Werden die beiden Pole der Influenzmaschine genügend nahe zueinander gebracht, so lässt sich dieser Blitz beobachten.

Gegenstände alltäglicher Grössenordnung tragen niemals mehr als $10^{-6}\,\mathrm{C}$ (= 1 Millionstel Coulomb). In Wolken können durch Reibungselektrizität aber durchaus Ladungsmengen in der Grössenordnungen ganzer Coulombs entstehen.

An diesen Beispielen erkennen wir, dass das **Coulomb** eine **enorm grosse Einheit** ist.

- Einzelne Atome und Moleküle (= Teilchen, die aus ein paar wenigen Atomen bestehen) nehmen je nach Zusammensetzung gerne ein bis drei Elektronen auf oder geben gerne ein bis drei Elektronen ab. Man spricht dann von einem geladenen Atom resp. Molekül und verwendet dafür den Oberbegriff **Ion**. Ein Ion ist also ein Teilchen atomarer Grössenordnung, das ein bis drei positive oder negative Elementarladungen trägt.

  Z.B. haben das Cl^--Ion oder das OH^--Ion je ein zusätzliches Elektron aufgenommen und sind deshalb einfach negativ geladen. Umgekehrt haben das H_3O^+-Ion oder das Mg^{2+}-Ion ein resp. zwei Elektronen abgegeben und sind nun einfach resp. doppelt positiv geladen.

- Die **Erde** ist insgesamt eine mehr oder weniger elektrisch neutrale und leitende Kugel. Wegen ihrer Grösse darf man sie als beinahe unendliches Ladungsreservoir ansehen.

  Eine **Erdung**, also ein elektrisch leitender Kontakt mit dem Erdboden, neutralisiert einen geladenen Körper. Die Erde kann beliebig viele Elektronen aufnehmen oder abgeben.

  Da wir Menschen in der Regel ebenfalls elektrisch neutral sind – wofür mitunter ein praktisch ständiger Kontakt mit der Erde sorgt – herrscht zwischen uns und der Erde normalerweise keine Spannung. Geerdete Gegenstände sind somit für uns elektrisch gefahrlos und Erdungen sind Schutzvorrichtungen. Das mittlere Steckdosenloch ist eine solche Erdung.

  Über Erdungen lassen sich Stromkreise schliessen, was z.B. beim Morseapparat oder bei Kuhdrähten ausgenutzt wird.

- Mit einer **Glimmlampe** (vgl. Abb. 1.5) lassen sich Ladungssorten voneinander unterscheiden. Lässt man den Ladungsausgleich zwischen zwei Körpern über die Glimmlampe ablaufen, so leuchtet sie auf der Seite auf, welches elektrisch negativer geladen war.

  Ist die eine Seite mit einer Erdung, also mit eine elektrisch neutralen Ort verbunden, so sieht man auf diese Weise, ob die andere Seite positiv oder negativ geladen war.

Abbildung 1.5: Influenzmaschine und Glimmlampe.

1.5 Elektrischer Strom, Ladungsträger, Leiter und Isolatoren

Manche Stoffe – und zwar nicht nur Festkörper, sondern durchaus auch Flüssigkeiten und manchmal sogar Gase – leiten den elektrischen Strom, andere nicht. Weshalb? Worin unterscheiden sich denn leitende und nicht-leitende Stoffe? Um diese Frage zu beantworten, muss zuerst gesagt werden, was elektrischer Strom überhaupt ist:

Welche Vorstellung hat die Physik vom elektrischen Strom?

Elektrischer Strom *ist die* **kollektive Bewegung** *elektrischer Ladungsträger, also von elektrisch geladenen Teilchen.*

Diesen simplen Satz vor Augen wird nun klar, welche Bedingung ein Stoff auf der Ebene der Teilchen erfüllen muss, um elektrisch leitend zu sein!

Wann leitet ein Stoff den elektrischen Strom?

Ein Stoff **leitet** *den elektrischen Strom genau dann, wenn es in ihm* **frei bewegliche elektrische Ladungsträger** *gibt. Man spricht von einem* **elektrischen Leiter**.

Sind umgekehrt alle Ladungsträger an ihren Ort im Material gebunden oder besteht der Stoff überhaupt nur aus elektrisch neutralen Teilchen, so leitet er nicht und wir sprechen von einem **elektrischen Isolator**.

Leitungseigenschaften verschiedener Stoffe

In vielen **Metallen** *gibt es etwa* **1 Leitungselektron pro Atom**, *welches sich frei im Material bewegen kann, solange die Lücke, die es hinterlässt durch ein anderes Leitungselektron aufgefüllt wird. Metalle sind daher sehr gute elektrische Leiter!*

In **Flüssigkeiten** *und* **Gasen** *müssen* **Ionen**, *also einzelne geladene Atome oder Atomverbände, vorhanden sein, wenn der Stoff leitend sein soll. Salzlösungen, Säuren und Basen leiten deshalb recht gut. Reines Wasser hingegen leitet sehr schlecht!*

In **Isolatoren** *gibt es* **keine frei beweglichen Ladungsträger**. *Alle geladenen Teilchen sind an ihren Ort gebunden. Die meisten Kunststoffe isolieren gut, ebenso Keramiken.*

1.6 Wirkungen des elektrischen Stromes

Elektrischer Strom bedeutet Energietransport von einer Spannungsquelle an einen Verbraucher. Dort muss sie natürlich auch umgesetzt werden. Was für Energieumsetzungen sind das? Was kann man mit elektrischem Strom anstellen? Anders gefragt: Welche Wirkungen kann elektrischer Strom haben? An welchen Phänomenen lässt er sich erkennen? Hier die drei für den Alltag wichtigsten Antworten:

Die Wärmewirkung: Jeder Leiter setzt dem elektrischen Strom einen bestimmten Widerstand entgegen. Z.B. ist dasFliessen der Elektronen im Innern eines Drahtes mit Reibung verbunden! Durch diese innere Reibung erwärmt sich der Leiter. Man spricht von der **Wärmewirkung des elektrischen Stromes** oder von der **Joule'schen Wärme**.[6]

Meistens ist die Wärmewirkung des Stromes eher unerwünscht, da sie einen Energieverlust bedeutet. Z.B. wäre es schön über Computer zu verfügen, die nicht heiss werden. Man bräuchte dann keine Kühlung.Im konventionellen Elektroherd, im Haarföhn, im Bügeleisen und in Glühlampen wird die Joule'sche Wärme hingegen bewusst genutzt.

[6]Seit 1911 kennt man ein Phänomen, bei welchem die Wärmewirkung eines Stroms komplett verschwindet, die **Supraleitung**. Werden bestimmte Leitermaterialien unter eine vom Material abhängige Sprungtemperatur abgekühlt, so fällt die Wärmewirkung des Stromes ganz weg und der Leiter ist total widerstandsfrei. Allerdings sind diese Sprungtemperaturen bei allen bekannten supraleitenden Materialen derart tief, dass eine technische Ausnutzung des Phänomens für den Alltag bis heute nicht in Betracht kommt.

Die elektromagnetische Wirkung: Elektrizität und Magnetismus sind eng miteinander verbunden. Im Laufe des 19. Jahrhunderts wurde dieser Zusammenhang theoretisch so weit entwickelt, dass Magnetismus seither nur noch als Teil der Elektrizitätslehre angesehen wird und nicht mehr als eigenständiges Gebiet der Physik gilt.[7] Elektrische Ströme erzeugen und wechselwirken mit magnetischen Phänomenen. Wir sprechen von der **elektromagnetischen Wirkung des elektrischen Stromes**, abgekürzt: **em-Wirkung**.

Die Alltagsanwendungen des Elektromagnetismus sind zahlreich und für unsere Zivilisation von grosser Bedeutung. Z.B. beruht die Funktionsweise aller **Elektromotoren** auf der em-Wirkung. Und dass in Kraftwerken Strom erzeugt werden und über Hochspannungsleitungen zu uns in die Haushalte geliefert werden kann, geht ebenfalls auf die em-Wirkung zurück. Sowohl **Generatoren**, als auch **Transformatoren** bedienen sich der em-Wirkung. Sie bilden das Rückgrat unserer modernen, elektrifizierten Gesellschaft!

Eine der einfachsten Anwendung der em-Wirkung ist der **Elektromagnet**. Durch mehrfache Wicklung eines Drahtes zu einer **Spule** wird die em-Wirkung des Stromes verstärkt. Ebenso durch einen Eisenkern im Inneren der Spule. Das Tolle am Elektromagneten ist, dass er sich durch Knopfdruck ein- und ausschalten lässt.

Die chemische Wirkung: Chemische Reaktionen sind Umplatzierungen von Elektronen auf der Grössenordnung von Atomen. Diese Umplatzierungen sind mit einem Umsatz an elektrischer Energie verbunden, welche man in diesem Zusammenhang häufig als chemische Energie bezeichnet. Das Fliessen eines Stromes hat ebenfalls mit einem Umsatz an elektrischer Energie zu tun. Ladungsträger bewegen sich, weil sie dabei elektrische Energie abgeben können. Es erstaunt daher nicht, dass elektrischer Strom mit chemischen Reaktionen einhergehen kann. Strom kann eine **chemische Wirkung** zeigen.

Typische Beispiele dafür sind die **Elektrolyse** – die Aufspaltung von Wasser in Sauerstoff und Wasserstoff – aber auch die herkömmliche **Batterie**, bei deren Betrieb umgekehrt das Ablaufen einer chemischen Reaktion den Strom hervorruft. Beim Aufladen eines Akkus lässt dann der Strom den chemischen Prozess in die Gegenrichtung ablaufen.

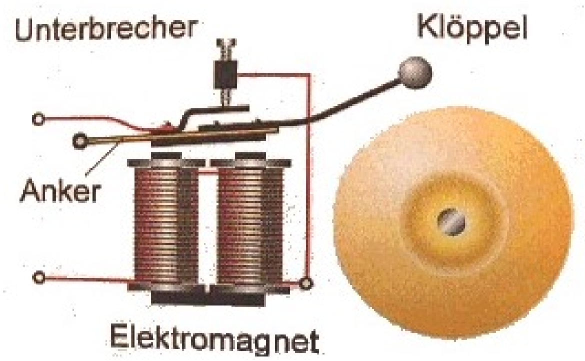
Im Alltag bemerken und verwenden wir vor allem die Wärme- und die em-Wirkung. Die chemische Wirkung ist – mit Ausnahme von Batterien – weniger präsent.[8]

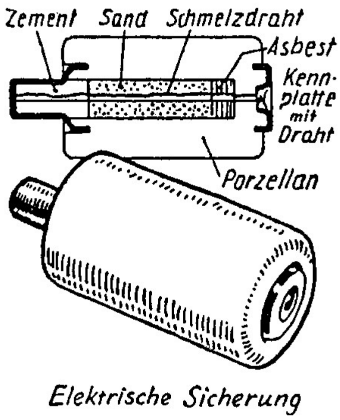
Die wichtigsten Auswirkungen des elektrischen Stromes

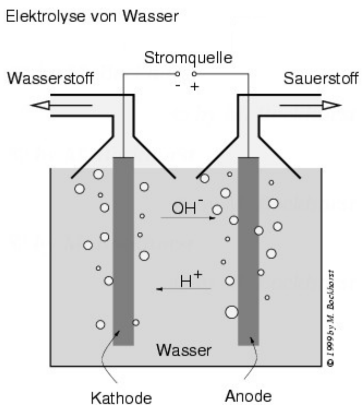
- **Joule'sche resp. Wärmewirkung**
  Der elektrische Strom erwärmt den Leiter, in welchem er fliesst.
- **Elektromagnetische resp. em-Wirkung**
  Elektrischer Strom zeigt magnetische Wirkungen und wird umgekehrt durch Magnetismus beeinflusst.
- **Chemische Wirkung**
  Elektrischer Strom kann chemische Reaktionen hervorrufen und umgekehrt selber durch solche Reaktionen erzeugt werden.

[7] In diesem Physik-Skript widmet sich der gesamte zweite Teil dem **Elektromagnetismus**.

[8] Im Grunde genommen sind alle Wirkungen des elektrischen Stromes elektromagnetisch. Die vorliegende Aufzählung ist lediglich ein Versuch die verschiedenen Wirkungen etwas zu gliedern, sodass wir einfach darüber reden können.







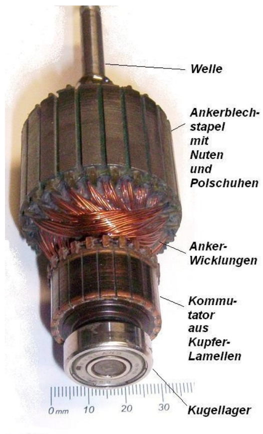


Abbildung 1.6: Verschiedene Wirkungen des elektrischen Stroms:
Die Joule'sche Wärme (Wärmewirkung) wird z.B. beim Bügeleisen, der Glühlampe, aber auch bei der Schmelzdrahtsicherung ausgenutzt.
Die em-Wirkung wird bei Elektromagneten, aber auch bei Hausklingeln oder – ganz wichtig – in Elektromotoren ausgenutzt, z.B. auch im Staubsauger.
Bei der Elektrolyse von Wasser werden die H_2O-Moleküle in Wasserstoff und Sauerstoff aufgespaltet (chemische Wirkung).

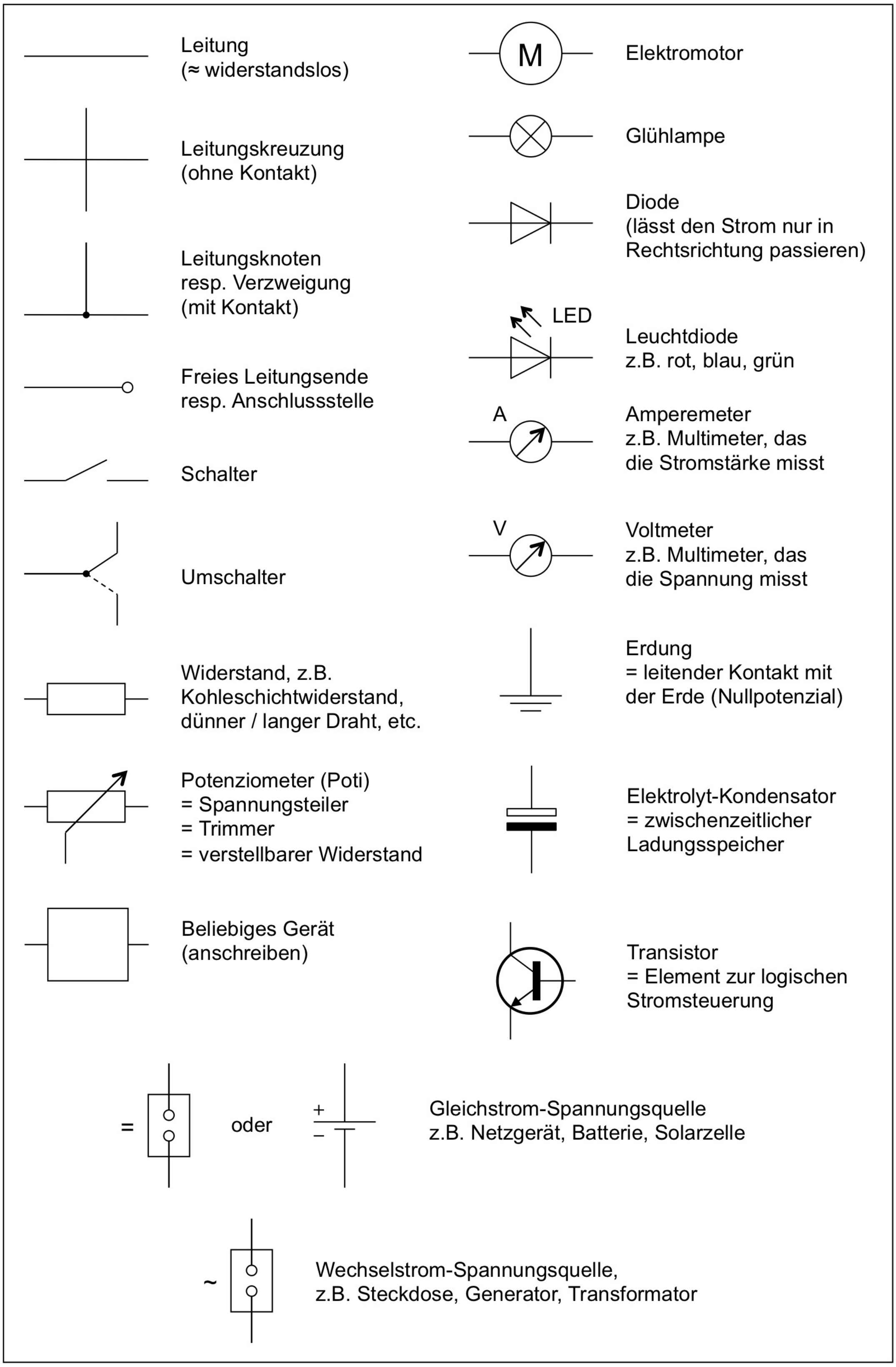


Abbildung 1.7: Eine Auswahl verschiedener Schaltsymbole und ihrer Bedeutungen.

Kapitel 2

Elektrische Spannung und elektrische Stromstärke

"Für das Fliessen eines elektrischen Stromes ist eine Spannungsquelle notwendig." Dieser Aussage aus dem Kapitel 1 soll nun genauer auf den Grund gegangen werden. Was ist denn eine **elektrische Spannung** überhaupt? In diesem Kapitel lernen wir diesen ganz zentralen Begriff der Elektrizitätslehre kennen. So erfährst du z.B.:

- **Repetition:** Die Spannung zwischen den beiden **Polen einer Spannungsquelle** ist anschaulich darauf zurückzuführen, dass diese Pole unterschiedliche elektrische Ladungen tragen. In den meisten von uns betrachteten Fällen, z.B. bei einer Batterie oder einem Gleichstrom-Netzgerät, herrscht am einen Pol ein Elektronenüberschuss (= negativer Pol) und am anderen ein Elektronenmangel (= positiver Pol).

- Muss **Arbeit** resp. **Energie** aufgewendet werden, um eine elektrische Ladung von einem Ort A zu einem Ort B zu bewegen, so herrscht zwischen diesen beiden Orten eine elektrische Spannung. Z.B. braucht es Energie, um die Pole einer Batterie aufzubauen, um also Elektronen vom positiven zum negativen Pol zu bewegen und somit die Ladungstrennung zu bewirken. "Energielieferant" ist der chemische Prozess im Batterieinnern.

  Tatsächlich bildet diese Aussage die Grundlage zur offiziellen Definition der Spannung: **Die elektrische Spannung U zwischen zwei Orten ist gegeben durch den für die Ladungsverschiebung pro Ladungsmenge Q benötigten Energieumsatz ΔE:**

  $$U := \frac{\Delta E}{Q} \qquad \text{“Spannung ist Energieumsatz pro Ladung.”}$$

- Umgekehrt wird die Energiemenge ΔE freigesetzt, wenn sich die Ladung Q von B nach A bewegt:

  $$\Delta E = U \cdot Q$$

  Auf diese Weise erklären wir die Freisetzung von Energie beim Fliessen eines elektrischen Stromes: Die Ladungsträger (meistens Elektronen) bewegen sich von dem für sie energetisch höher liegenden zum energetisch tiefer liegenden Pol der Spannungsquelle.

Im zweiten Teil des Kapitels richtet sich dann der Fokus auf die **elektrische Stromstärke** I. Damit beschreiben wir, wie viel Ladung sich gerade durch einen Leiter bewegt, wie stark also das Fliessen resp. die Bewegung der elektrischen Ladung ist.

Beide Grössen, elektrische Spannung U und elektrische Stromstärke I sind äusserst wichtige und zentrale Grössen der Elektrizitätslehre. Versuche von Anfang an ein genaues Verständnis dafür zu entwickeln!

2.1 Lernziele zum Kapitel 2

- Ich weiss, dass eine **Ladungstrennung** einen **Energieaufwand** bedeutet, der aber wieder frei wird, wenn die Ladungen wieder zusammen gebracht werden.

- Ich kann begründen, warum die Bewegung einer elektrischen Ladung vom einen Pol einer Spannungsquelle zum anderen mit einem **Umsatz** ΔE an **elektrischer Energie** verbunden ist. In diesem Zusammenhang kenne ich die Begriffe **Verschiebungsarbeit** und **Energiefreisetzung**.

- Ich kenne die **Definitionen von elektrischer Spannung und elektrischer Stromstärke** durch die Gleichungen (2.1) und (2.3) **auswendig** und kann sie in Berechnungen einzeln oder kombiniert anwenden. Ebenso kann ich damit erklären, was unter den beiden zugehörigen **SI-Grundeinheiten Volt** V und **Ampere** A zu verstehen ist.

- In **Serieschaltungen** entspricht die Gesamtspannung der Summe der Teilspannungen. Diese Gleichung verwende ich bei Rechnungen in derartigen Schaltung als zusätzlichen quantitativen Zusammenhang.

- Das Verständnis zur elektrischen Spannung kann ich am Beispiel von **Spannungsquellen** wie Batterien, Netzgeräten und Steckdosen erläutern.

- Ich kann erklären, warum das Vorhandensein einer elektrischen Spannung eine **notwendige Bedingung für das Fliessen eines elektrischen Stromes** ist.

- Ich weiss, dass die **elektrische Stromstärke in einem nicht-verzweigten Stromkreis überall gleich gross** ist. In diesem Zusammenhang ist mir bewusst, dass der Alltagsausdruck **"Stromverbrauch"** physikalisch gesehen falsch ist und richtigerweise vom **"Verbrauch der elektrischen Energie"** die Rede sein müsste.

- Ich weiss, dass der **technische Stroms** I per Definition stets in die Richtung fliesst, die ein frei beweglicher, positiver Ladungsträger nehmen würde. Ich verwechsle diese Stromrichtung nicht mit der Richtung des tatsächlichen **Elektronenstroms** in einem metallenen Leiter, der genau in die entgegengesetzte Richtung fliesst.

- Ich bin der Lage, mit einem **Multimeter** sowohl **Spannungs-**, als auch **Stromstärkemessungen** vorzunehmen. Ich weiss, dass ich dabei stets mit der grössten Messbereichseinstellung beginnen muss.

- Ich kenne zwei Typen von Spannungsquellen: **Gleichspannungsquellen**, z.B. Batterien, geben fixe Pole mit normalerweise konstantem Spannungswert vor. Bei **Wechselspannungsquellen**, z.B. Steckdosen, wechselt die Polung regelmässig.

- Ich kenne die Eckdaten der **Schweizerischen Stromversorgung (Steckdosen)**: sinusförmiger Wechselstrom mit einer **Netzspannung** von $230\,\mathrm{V}$ ($=$ mittlerer Spannungsbetrag) und einer **Netzfrequenz** von $50\,\mathrm{Hz}$.

- Ich kann über die Anschlüsse in einer **normalen Steckdose** Auskunft geben. Ich weiss, was der **Polleiter (Phase)**, der **Neutralleiter** und der **Schutzleiter (Erdung)** sind und welche dieser Buchsen lebensgefährlich ist. Zudem bin ich mit Hilfe eines **Phasenprüfers** in der Lage, die Polung einer Steckdose zu überprüfen.

2.2 Elektrische Verschiebungsarbeit und Spannungsdefinition

Zwischen elektrischen Ladungen wirken Coulombkräfte: eine negative Ladung wird von anderen negativen Ladungen abgestossen und umgekehrt von positiven Ladungen angezogen. Dies führt bei der Bewegung von Ladungen zu **Energieumsätzen** ΔE, wie wir nun in wenigen Gedankenschritten anhand von Abb. 2.1 sehen werden.

Am Ende dieser Betrachtungen steht die enorm wichtige **Definition der elektrischen Spannung** U. Versuche deshalb die folgenden Ausführungen ganz genau und Punkt für Punkt zu verstehen!

Erläuterungen und weiterführende Überlegungen zur Abb. 2.1

Situation: Zwischen einer negativ geladenen Platte links und einer positiv geladenen Platte rechts befinde sich ein positiv geladenes, kleines Kügelchen mit **Ladung** Q.[1]

Elektrische Kraft: Aufgrund der Coulombkräfte wird das Kügelchen von der rechten Platte abgestossen und von der linken Platte angezogen. Insgesamt entsteht so eine **elektrische Kraft** F_{el} nach links.

Wichtig: Die Coulombkräfte, welche die Ladung Q von den beiden Platten erfährt, sind proportional zu Q selber.[2] Damit ist auch die elektrische Kraft F_{el} proportional zu Q, also umso stärker, je grösser Q ist:

$$F_{\text{el}} \sim Q$$

Verschiebungsarbeit/Energieumsatz: Soll das Kügelchen nach rechts verschoben werden, so verläuft diese Verschiebung entgegengesetzt zur Richtung der Kraft F_{el}. Die Bewegung der Ladung vom Ort A zum Ort B ist also nicht "gratis"! Sie erfordert einen **Energieaufwand** oder -**umsatz** ΔE, der in diesem Zusammenhang auch als die am Kügelchen verrichtete **Verschiebungsarbeit** bezeichnet wird.

Je stärker F_{el} ist, umso grösser wird ΔE sein, denn bei einer stärkeren Kraft F_{el} ist die Verschiebung von A nach B ja logischerweise strenger resp. aufwändiger! Und da F_{el} proportional zu Q ist, muss dies auch für ΔE gelten:

$$\Delta E \sim Q$$

Proportionalität → Gleichung: Die Proportionalität zweier Grössen x und y lässt sich mathematisch stets in eine einfache Gleichung fassen:

$$y \sim x \qquad \Rightarrow \qquad y = m \cdot x \qquad \text{mit} \quad m = \frac{y}{x} = \text{konst.}$$

Dabei ist m eine sogenannte **Proportionalitätskonstante**, also ein konstanter Wert, der durch Multiplikation den y-Wert zu einem bestimmten x liefert.

---

[1] Im Vergleich zu den Ladungen der beiden Platten soll die Ladung Q sehr klein sein!

[2] Die Coulombkraft, welche die Ladung Q von einer zweiten Ladung Q_2 erfährt, beträgt nämlich:

$$F_{\text{el}} = k \cdot \frac{Q \cdot Q_2}{r^2} \qquad (\sim Q\,!)$$

Diese Gleichung wird als **Coulombgesetz** bezeichnet. Darin ist r der Abstand zwischen den beiden Ladungen und k eine universelle Konstante mit einem Wert von $k = 9.0 \cdot 10^9\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$.

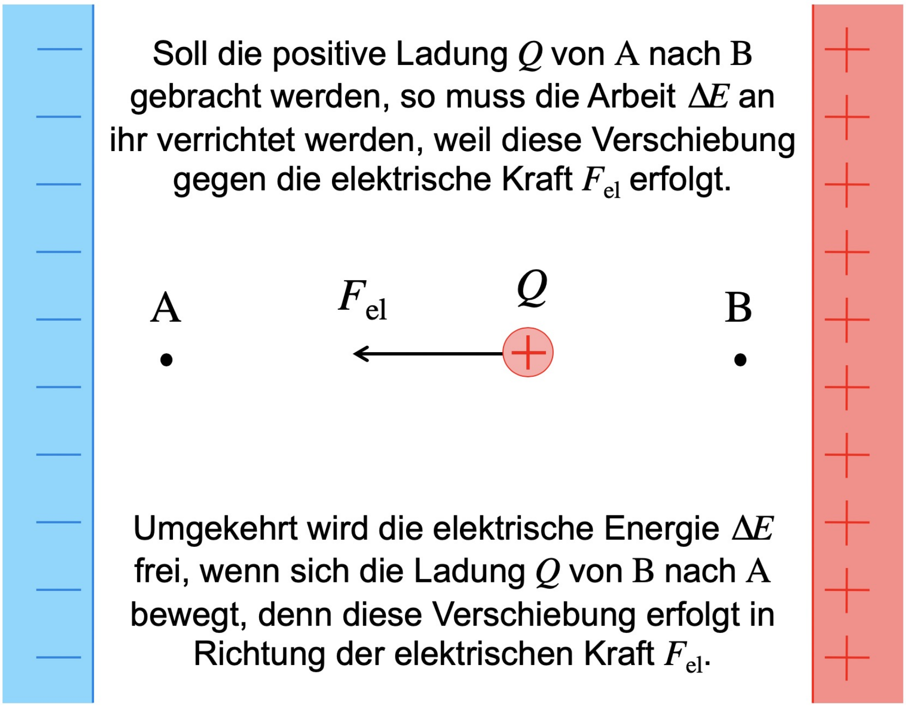


Abbildung 2.1: Arbeitsaufwand und Energiefreisetzung bei einer Ladungsverschiebung.

Spannungsdefinition: Wie wir eben gesehen haben, sind bei der Verschiebung des Kügelchens vom Ort A zum Ort B der Energieumsatz ΔE und die Ladung Q des Kügelchens proportional zueinander. Daher gibt es eine Proportionalitätskonstante U, mit der man schreiben kann:

$$\Delta E \sim Q \qquad \Rightarrow \qquad \Delta E = U \cdot Q \qquad \text{mit} \quad U = \frac{\Delta E}{Q} = \text{konst.}$$

Die Konstante $U = \frac{\Delta E}{Q}$ beschreibt den **Energieumsatz pro Ladungsmenge**, welche von A nach B verschoben wird. Sie hängt wegen der Proportionalität von ΔE und Q selber nicht mehr von der effektiv verschobenen Ladungsmenge Q ab, sondern beschreibt einen allgemeinen **"elektrisch-energetischen Unterschied"** zwischen den beiden Orten A und B. Wir bezeichnen diese Angabe als die zwischen A und B herrschende **elektrische Spannung** U.

Definition der elektrischen Spannung

Wird bei der Verschiebung der elektrischen Ladung Q vom Ort A zum Ort B die elektrische Energie ΔE umgesetzt, so ist die **elektrische Spannung** *U zwischen diesen beiden Orten gegeben durch:*

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \tag{2.1}$$

Merke: "Elektrische Spannung = Energieumsatz pro Ladung."

Anmerkungen zur Spannungsdefinition

- Die **SI-Einheit** der elektrischen Spannung heisst **Volt** V. Aus (2.1) folgt:

$$[U] = \frac{[\Delta E]}{[Q]} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} =: \mathrm{Volt} = \mathrm{V} \qquad \text{“}1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{J}\ \textit{Energie pro}\ 1\,\mathrm{C}\ \textit{Ladung.”}$$

  Der Name “Volt” geht auf den italienischen Physiker **Alessandro Volta** (vgl. Abb. 2.2) zurück.[3] Er war der Erfinder der ersten Batterie, also der ersten stabilen Spannungsquelle, und hat dadurch ganz entscheidend zum Beginn des Zeitalters der Elektrizität beigetragen.

- **“Elektrische Energie = gespeicherte Verschiebungsarbeit”**

  In Abb. 2.1 wurde zuerst die positive Ladung Q vom Ort A zum Ort B verschoben. Dafür war ein Arbeitsaufwand notwendig, weil diese Verschiebung gegen die elektrische Kraft F_{el} erfolgte.

  Der für diese Verschiebung aufgebrachte Energieumsatz ΔE ist aber keineswegs verloren. Vielmehr ist diese Energiemenge in der **Lage** der Ladung Q am Ort B gespeichert. Wir sagen: am Ort B besitzt die Ladung Q mehr **elektrische Energie** als am Ort A.

  Die elektrische Energie einer Ladung hängt also von deren Aufenthaltsort ab. Sie ist, wie gerade geschildert, eine **Energie der Lage**, also eine Form von **potentieller Energie**.[4]

- **Berechnung von Energieumsätzen**

  Bei jeder Bewegung einer Ladung Q vom Ort A zum Ort B, zwischen welchen die Spannung U herrscht, wird die Energiemenge ΔE umgesetzt, d.h. von der Ladung aufgenommen oder abgegeben. Es gilt die Umformung von (2.1):

$$\Delta E = U \cdot Q \qquad \text{“}\textit{Energieumsatz} = \textit{Spannung mal Ladung}\text{”} \tag{2.2}$$

- **Beispiel einer Spannung:** Bei einer $9\,\mathrm{V}$-Batterie stehen die $9\,\mathrm{V}$ für die elektrische Spannung zwischen den beiden Batteriepolen. Konkret bedeutet dieser Wert:

  Pro Coulomb Ladung, welche sich beim Fliessen eines elektrischen Stromes vom einen zum anderen Batteriepol bewegt, wird eine Energie von $9\,\mathrm{J}$ freigesetzt.

  Andersrum: Möchte ich die $9\,\mathrm{V}$-Batterie aufladen, so muss pro Coulomb Ladung, das anschliessend für den Strom zur Verfügung stehen soll, eine Energie von $9\,\mathrm{J}$ zugeführt werden.

- **Man bemerke:** Eine Spannung wird immer **zwischen zwei Orten** angegeben! Das muss so sein, denn sie bezieht sich gemäss ihrer Definition immer auf den Energieumsatz bei einer Ladungsverschiebung vom einen zum andern Ort.

  Man kann also nicht sagen: “Die Spannung an der Stelle A beträgt $3\,\mathrm{V}$.” **Diese Aussage ergibt so keinen Sinn, weil sie sich nur auf einen einzigen Ort bezieht!**

---

[3] Voltas vollständiger Name lautete: **Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Graf von Volta**.

[4] Du kennst nun also bereits zwei Arten von Lage- oder eben potentiellen Energien, nämlich erstens die **gravitative** und zweitens die **elektrische** potentielle Energie.

Bei der gravitativen potentiellen Energie geht es um Massen. Deren Verschiebung ist immer dann mit einem Energieumsatz verbunden, wenn sie mit oder gegen die Gewichtskraft erfolgt.

Und neu gibt es nun eben auch die elektrische potentielle Energie, bei der Energieumsatz mit Ladungsverschiebungen mit oder gegen die elektrische Kraft F_{el} einhergehen.

Abbildung 2.2: Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806), Alessandro Volta (1745 – 1827). Nebenbei: Auf Voltas Bild sieht man im Hintergrund rechts ein seltsam anmutendes, stapelartiges Objekt. Dies ist eine **Volta'sche Säule**, also eben eine dieser ersten brauchbaren Batterien! Rechts daneben wird dieses historische Objekt noch etwas grösser und als Fotografie gezeigt.

2.3 "Spannung als Ursache für den elektrischen Strom"

Nochmals zu Abb. 2.1: Zwischen A und B besteht eine elektrische Spannung U, weil die Verschiebung der Ladung Q von A nach B eine Verschiebungsarbeit erfordert. Dies wiederum ist nur der Fall, weil die Ladung Q im Gebiet zwischen den beiden geladenen Platten eine elektrische Kraft F_{el} erfährt. Das Bestehen einer elektrischen Spannung U ist also an das Vorhandensein von elektrischen Kräften F_{el} geknüpft.

Die Spannung U zwischen A und B wiederum macht eine Aussage über den elektrischen Energieumsatz ΔE, der stattfindet, wenn eine Ladung von A nach B oder in die Gegenrichtung verschoben wird:

$$\Delta E = U \cdot Q$$

In Abb. 2.1 muss Verschiebungsarbeit am Kügelchen verrichtet werden, wenn man es von A nach B bewegt, und umgekehrt wird **elektrische Energie** frei, wenn das Kügelchen von B nach A verschoben wird.

Und was macht das Kügelchen von sich aus, wenn man es nicht festhält und keine Hindernisse im Weg stehen?

Aufgrund von F_{el} wird es sich ganz bestimmt in Richtung von A bewegen. Energetisch betrachtet strebt das Kügelchen also offenbar danach seine elektrische Energie abzugeben. Ganz allgemein gilt: Elektrische Ladungen streben danach ihre elektrische Energie zu verringern.[5]

Genau dieser Unterschied an elektrischer Energie hat aber eben mit der elektrischen Spannung zwischen den beiden Orten A und B zu tun!

Fassen wir zusammen: Die Spannung U geht mit dem Vorhandensein der elektrischen Kraft F_{el} einher und kann daher ebenso gut wie die Kraft selber als Ursache für die Ladungsbewegung, also für den elektrischen Strom aufgefasst werden!

[5] Vergleiche dazu: "Weshalb fällt ein Stein herunter, wenn man ihn loslässt?" Erstens, weil er durch die Gewichtskraft von der Erde angezogen wird. Eine zweite, ebenso gute Begründung lautet, dass er beim Fallen potentielle Energie abgeben kann. Massen streben nach Zuständen möglichst geringer potentieller Energie!

Zwei äquivalente Aussagen zur Ursache von Ladungsbewegungen (Strom)

Eine elektrische Ladung wird vom Ort B in Richtung von Ort A bewegt, weil sie ...

1. *im Gebiet zwischen A und B eine elektrische Kraft F_{el} in Richtung A erfährt,*
2. *auf dem Weg von B nach A elektrische Energie abgeben kann.*
   Grund dafür ist die zwischen A und B vorhandene elektrische Spannung U.

   "Die Ursache jedes elektrischen Stromes ist eine elektrische Spannung zwischen zwei Orten. Durch das Strömen vom einen zum anderen Ort können die Ladungsträger ihre elektrische Energie abgeben, was wir als eigentliche Ursache der Ladungsbewegung, also des Stromes ansehen."

Damit werden wir weiterarbeiten. Ladungsbewegungen durch Coulombkräfte zu begründen, wie wir das z.B. im Abschnitt 2.2 zwischendurch gemacht haben, wird ab jetzt sekundär.[6]

2.4 Die Definition der elektrischen Stromstärke

Elektrischer Strom besteht aus sich bewegenden Ladungsträgern, wie z.B. Leitungselektronen in Metallen. An jedem beliebigen Ort in einem Leiter können wir die dort vorbeikommenden Teilchen resp. ihre Ladungen zählen. Die Angabe der "vorbei geströmten Ladungsmenge Q pro Zeitabschnitt Δt" nennen wir die **elektrische Stromstärke I** (vgl. Abb. 2.3).

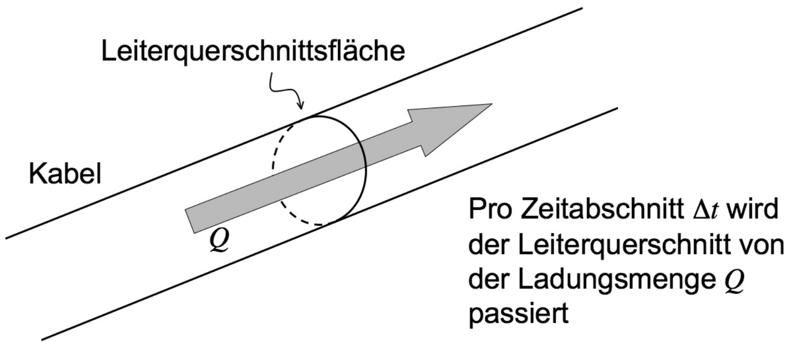


Abbildung 2.3: Vorstellung und Definition der Stromstärke.

Definition der elektrischen Stromstärke

Fliesst in einem Leiter ein elektrischer Strom, so wird seine **elektrische Stromstärke** I *definiert als die Ladungsmenge* Q*, welche pro Zeitabschnitt* Δt *eine Leiterquerschnittsfläche passiert:*

$$I := \frac{Q}{\Delta t} \qquad (2.3)$$

"Stromstärke = Ladung pro Zeit."

[6]Nebenbei: Die **Minimierung der elektrischen Energie** erklärt auch die Existenz **chemischer Bindungen**. Die Elektronen der beteiligten Atome sind in der Verbindung einfach energetisch günstiger positioniert, als wenn die Atome separiert sind. Bei **exothermen** chemischen Reaktionen wird Energie frei, weil sich dabei Elektronen so umpositionieren, dass sie weniger elektrische Energie besitzen. Man sagt: "Die Lage der Elektronen in der neuen Verbindung ist energetisch günstiger."

Bemerkungen zur elektrischen Stromstärke

- Die SI-Einheit zur elektrischen Stromstärke erhält wiederum einen eigenen Namen:

  $$[\,I\,] = \frac{[\,Q\,]}{[\,t\,]} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \mathrm{Ampere} = \mathrm{A}$$

  Das **Ampere A** ist eine der 7 **Basiseinheiten** des SI. Es wird über die em-Wirkung des Stromes definiert, wie wir im Teil II des Skripts (Elektromagnetismus) erfahren werden.

- **Ein Beispiel:** Fliesst in einem Draht ein elektrischer Strom der Stärke $0.5\,\mathrm{A}$, so kommt pro Sekunde an jeder Stelle des Drahtes eine Ladungsmenge von $0.5\,\mathrm{C}$ in Form von Leitungselektronen vorbei. Wir können daraus z.B. folgern, wie viele Elektronen N pro Sekunde an jeder Stelle des Drahtes vorbei driften – eine nicht ganz kleine Zahl:

  $$N = \frac{Q}{e} = \frac{0.5\,\mathrm{C}}{1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 3.1 \cdot 10^{18}$$

- **"In einem nicht-verzweigten Stromkreis herrscht überall dieselbe Stromstärke."**

  Dies verwundert nicht sonderlich, wie die folgende Überlegung zeigt:

  Würde an zwei Stellen ein- und desselben Drahtes eine unterschiedliche Stromstärke gemessen, so müsste sich in jeder Sekunde im Drahtstück zwischen diesen beiden Stellen die negative Ladungsmenge vergrössern oder verkleinern. Folge davon wäre die Ausbildung eines makroskopisch erfassbaren elektrischen Poles, also eines Elektronenüberschusses oder -mangels. Dies wird allerdings nicht beobachtet. Ein stromdurchflossener Leiter bleibt an allen Stellen elektrisch neutral.[7]

Die Geschichte von der Stromrichtung – der technische Strom I

In Metallkabeln sind es, wie wir bereits wissen, die frei beweglichen **Leitungselektronen**, welche den Stromfluss ausmachen. Diese "Art von Strom" treffen wir im Alltag, aber auch im Physikunterricht mit Abstand am häufigsten an.

Elektrischer Strom wurde allerdings untersucht, lange bevor man eine Ahnung von Elektronen hatte. D.h., man wusste lange Zeit nicht, was denn da genau strömt – nur dass es sich dabei um elektrische Ladung handeln sollte. Aufgrund der damals bekannten Phänomene konnte nicht ermittelt werden, ob sich beim Strom durch ein Metallkabel positive Ladungen vom positiven zum negativen Pol, oder umgekehrt negative Ladungen in die Gegenrichtung bewegen. Trotzdem wollte man dem elektrischen Strom I eine Richtung zuweisen und so hat man definiert, dass diese sogenannt **technische Stromrichtung** stets die Richtung ist, in welche sich eine positive Ladung bewegen würde. Der technische Strom führt also stets vom positiven zum negativen Pol einer Spannungsquelle!

Auch als man schliesslich erkannte, dass es bei der Metallleitung negativ geladene Teilchen sind, die sich bewegen, hat man diese Stromrichtungsdefinition beibehalten.[8]

---

[7] Man könnte natürlich die Hypothese aufstellen, dass es im Draht eine Stelle gibt, an welcher elektrische Ladung erzeugt oder vernichtet wird. Eine solche Hypothese widerspricht allerdings allen Messungen und dem theoretischen Grundprinzip der **Erhaltung der elektrischen Ladung**: Die Summe über alle elektrischen Ladungen bleibt in einem elektrisch abgeschlossenen System erhalten.

[8] Das mag man nun reichlich komisch finden, aber so daneben ist es gar nicht. Neben der **Elektronenleitung** in Metallen gibt es ja durchaus noch andere Arten, wie ein elektrischer Strom geleitet werden kann. Z.B. sind es bei der **Ionenleitung** in Salzlösungen mitunter auch positive geladene Teilchen, die sich bewegen. Es wäre also genauso willkürlich, die Stromrichtung vom negativen zum positiven Pol einer Spannungsquelle zeigen zu lassen.

Wir unterscheiden in Metallkabeln also zwischen dem **technischen Strom** I – ein rein theoretisches Konstrukt – und dem tatsächlich vorhandenen **Elektronenstrom**. Ersterer führt vom positiven zum negativen Pol einer Spannungsquelle, letzterer gerade in die Gegenrichtung. In Schaltschemata zeichnen wir in der Regel die Richtung des technischen Stromes ein.

Technischer Strom und Elektronenstrom

Die Richtung des **(technischen) Stromes** I *ist stets die Richtung, in die sich positive Ladungsträger bewegen würden. Der technische Strom führt also stets vom positiven zum negativen Pol einer Spannungsquelle und wird in Gleichstromkreis-Schemata so eingezeichnet.*

Andererseits spricht man in metallischen Leitern vom **Elektronenstrom**. *Damit meint man die Elektronenfliessrichtung, welche stets entgegengesetzt zum technischen Strom verläuft.*

Kommt in einem Text der Ausdruck "Stromrichtung" ohne weitere Erläuterung vor, so ist damit stets die Richtung des technischen Stromes gemeint, ansonsten müsste explizit vom Elektronenstrom die Rede sein.

2.5 Spannungsquellen, Gleich- und Wechselstrom

Batterien, also **elektrochemische Spannungsquellen**, geben ihre beiden Pole und die dazwischen herrschende Spannung fix vor.[9] Etablieren wir einen Stromkreis mit einer Batterie als Spannungsquelle, so wird aufgrund dieser fest vorgegebenen Polung der elektrische Strom stets in die gleiche Richtung fliessen. Wir sprechen deshalb von **Gleichstrom** und bezeichnen Batterien als **Gleichspannungsquellen**.

Steckdosen hingegen sind **Wechselspannungsquellen**. Treibt eine Steckdose den Stromkreis an, so wechselt der elektrische Strom darin pro Sekunde 100mal seine Richtung. Die Elektronen fliessen 50mal pro Sekunde in die eine und 50mal pro Sekunde in die entgegengesetzte Richtung. Wir sprechen von einem **Wechselstrom** mit einer für unsere Netzversorgung charakteristischen Wechselfrequenz von $50\,\mathrm{Hz}$ (Hertz).

Grund für den Wechselstrom ist die Art, wie unsere Netzspannung erzeugt wird, nämlich durch **Generatoren**. Dies sind Maschinen, in welchen die kinetische Energie einer Drehbewegung in elektrische Energie umgewandelt wird. Sie funktionieren elektromagnetisch. Im zweiten Teil dieses Skripts werden wir darauf zu sprechen kommen.

Die drei Buchsen einer Schweizerischen Steckdose (vgl. Abb. 2.4)

- Eine der beiden äusseren Buchsen einer Steckdose wird **Polleiter**, **Phasenleiter** oder einfach **Phase** genannt. Die Phase gibt die aktuelle Polung vor. Ein direkter Kontakt mit ihr ist für uns Menschen **lebensgefährlich!**

- Die andere äussere Buchse heisst **Neutralleiter**. Sie ist **geerdet**, steht also in direktem Kontakt mit dem Ladungsreservoir "Erde". Damit ist sie stets **elektrisch neutral** und ist deshalb für uns **ungefährlich**.

[9] Der Spannungswert einer Batterie wird durch die elektrochemischen Prozesse in der Batterie definiert.

- Der **Schutzleiter** in der Mitte ist ebenfalls eine direkte **Erdung**, welche im angeschlossenen Gerät in der Regel mit dem Gehäuse verbunden wird, um allfällige Fehlströme bei Defekten abzuleiten. Im Prinzip bräuchte es in einer Steckdose zum Betrieb von Geräten nur den Pol- und den Neutralleiter. Diese beiden Buchsen sind an die Wechselpolung des Elektrizitätswerks angeschlossen. Der Schutzleiter ist eine reine Sicherheitsvorkehrung. So gibt es denn auch diverse Geräte, die nur mit einem Eurostecker und nicht mit einem Stecker des Typs J ausgestattet sind (vgl. Abb. 2.4).

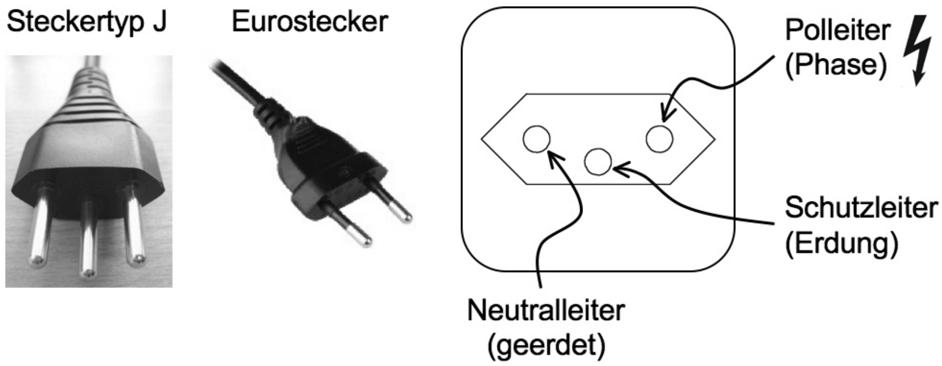


Abbildung 2.4: Die in der Schweiz üblichen Steckdosen sind für den Steckertyp J konstruiert. Auch sogenannte Eurostecker passen in unsere Steckdosen.

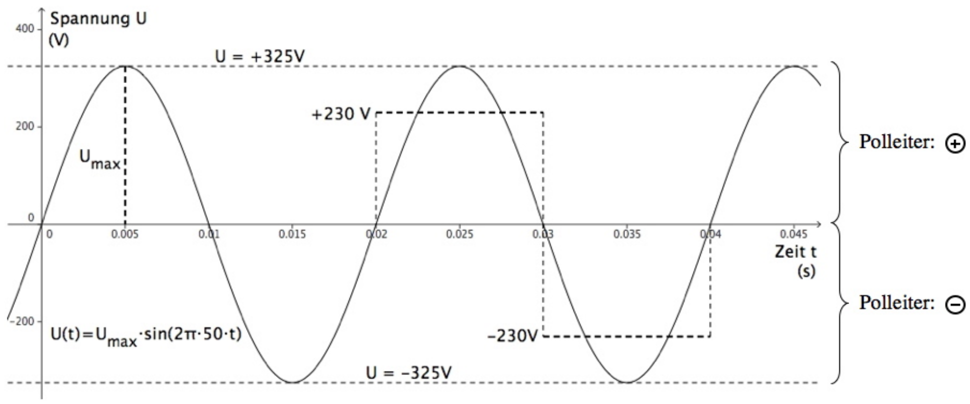


Abbildung 2.5: Der zeitliche Verlauf der Spannung zwischen dem Pol- und dem Neutralleiter bei einer $230\,\mathrm{V}$-Steckdose. Es handelt sich um eine sinusförmige Wechselspannung.

Zwischen Pol- und Neutralleiter besteht eine **sinusförmige Wechselspannung**, deren Amplitude $U_{\text{max}} = 325\,\mathrm{V}$ beträgt. Als Mittelwert des Spannungsbetrages ergeben sich $230\,\mathrm{V}$. Mit diesem Mittelwert lassen sich viele Berechnungen zu Wechselströmen genau gleich wie bei Gleichströmen durchführen – es geht dann einfach stets um Mittelwerte. Die Momentanwerte variieren ununterbrochen.

Die meisten Geräte arbeiten problemlos mit Wechselspannung und wo es nötig ist, kommen sogenannte **Gleichrichter** zum Einsatz. Ausserdem ist die in den Generatoren der Kraftwerke erzeugte Wechselspannung für unsere Stromversorgung sehr praktisch. Die Überlandleitungen zur Übertragung der elektrischen Energie sind nämlich nur bei Hochspannung effizient, und die Spannungstransformation ist mit Wechselstrom sehr einfach zu bewerkstelligen.

Kapitel 3

Der elektrische Widerstand

Die elektrische Spannung U haben wir nun hinlänglich als Ursache für den elektrischen Strom kennengelernt. Wie viel Strom effektiv durch einen Leiter fliesst, d.h., welchen Wert die Stromstärke I aufweist, hängt aber nicht alleine von der angelegten Spannung U ab. Es kommt klarerweise auch auf die **Leitfähigkeit** des Leiters an!

Im Einführungskapitel haben wir die Leitfähigkeit verschiedener Stoffe bereits **qualitativ** diskutiert. Wir erinnern uns: Ein Stoff leitet den elektrischen Strom, wenn in ihm frei bewegliche elektrische Ladungsträger vorhanden sind. Metalle sind aufgrund ihrer Leitungselektronen sehr gute Leiter, Salzlösungen sind als Ionenleiter etwas schlechter und v.a. nimmt ihre Leitfähigkeit mit der Zeit ab. Ganz schlechte Leiter, also Isolatoren, sind Stoffe mit keinen frei beweglichen Ladungsträgern, wie z.B. Luft, Styropor oder Plastik.

In diesem Kapitel wollen wir die Leitfähigkeit von Körpern nun auch **quantitativ** untersuchen. Dabei werden wir bei einer Vielzahl von Leitern eine **Proportionalität** zwischen der angelegten Spannung U und dem daraus resultierenden Strom I entdecken: Ver-x-fache ich die Spannung über einem Leiter, so wächst die Stromstärke ebenfalls um den Faktor x an. Leiter mit dieser Proportionalitätseigenschaft nennen wir **Ohm'sch**. Bei **nicht-Ohm'schen Leitern** ist der Zusammenhang zwischen U und I nicht proportional.

Als **Widerstand** R eines Körpers definieren wir das Verhältnis aus angelegter Spannung und daraus hervorgehender Stromstärke:

$$R := \frac{U}{I} \qquad \text{“}\textit{Widerstand ist Spannung } \textbf{pro} \textit{ Stromstärke.}\text{”}$$

Besitzt ein Leiter einen grossen Widerstand, so muss über ihm eine grosse Spannung angelegt werden, um in ihm eine bestimmte Stromstärke zu erzeugen.

Bei Ohm'schen Leitern ist der elektrische Widerstand R ein konstanter Wert, bei nicht-Ohm'schen Leitern beobachten wir bei unterschiedlichen Spannungen resp. Stromstärken wieder einen neuen Widerstandswert.

Zum Schluss dieser Einleitung ein konkretes Beispiel: Am Farbcode eines **Kohleschichtwiderstandes** lese ich einen Widerstandswert von $82\,\Omega$ ab. Wollte ich durch diesen Widerstand einen Strom der Stärke $1\,\mathrm{A}$ fliessen lassen, so müsste ich dafür theoretisch eine Spannung von $82\,\mathrm{V}$ über ihm anlegen:

$$82\,\Omega = 82\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \qquad \text{“}\textit{82 Volt Spannung } \textbf{pro} \textit{ 1 Ampere Stromstärke.}\text{”}$$

Allerdings würde dieser Kohleschichtwiderstand diese Stromstärke niemals aushalten. Sie würde zu viel Energie in ihm freisetzen, sodass er innert kürzester Zeit verbrennen würde. Tatsächlich sind Kohleschichtwiderstände nur in Bereichen sehr geringer Stromstärken einsetzbar und auch nur dort in guter Näherung Ohm'sch.

3.1 Lernziele zum Kapitel 3

- Ich kenne die Definition des **elektrischen Widerstandes** eines Leiters durch Gleichung (3.1) **auswendig** und kann in einfachen Worten erläutern, was unter dieser physikalischen Grösse zu verstehen ist.

- Ich weiss, dass das Leitungsverhalten eines Leiters durch eine **Kennlinie** in einem I-U-**Diagramm** beschrieben werden kann. Solche Diagramme kann ich interpretieren.

- Ich kann in einfachen Worten beschreiben, was man unter einem **Ohm'schen** und einem **nicht-Ohm'schen Leiter** versteht. Für beide Fälle kann ich mindestens zwei typische Beispiele nennen.

- Ich weiss, dass für **Ohm'sche Leiter** das **Ohm'sche Gesetz** (3.2) gilt. Dieses kenne ich **auswendig**, kann es in Worten erläutern und in Berechnungen anwenden. Diese Berechnungen können auch umfangreicher sein und Schritte beinhalten, in denen die Gleichungen für Spannung und Stromstärke, (2.1) und (2.3), zur Anwendung kommen.

- Ich weiss, dass der elektrische Widerstand von nicht allzu dünnen oder langen **Metalldrähten** resp. **-kabeln** sehr klein ist und in der Regel vernachlässigt werden darf.

- Mit Hilfe einer Farbcodeübersicht (vgl. Anhang A) bin ich in der Lage den Widerstandswert eines **Kohleschichtwiderstandes** zu bestimmen.

- Sobald ich eine nicht-verzweigte Schaltung (= **Serieschaltung**) vor mir habe, weiss ich, dass sich die Widerstandswerte der hintereinander liegenden Schaltelemente zum **Gesamtwiderstand** addieren; die Gesamtspannung ist die Summe der Teilspannungen über den einzelnen Schaltelementen, währenddem die Stromstärke in allen Elementen dieselbe ist.

Abbildung 3.1: Georg Simon Ohm (1787 – 1854), Entdecker des Ohm'schen Gesetzes.

3.2 Die Definition des elektrischen Widerstandes

Über einem Leiter (= irgendein Element in der Schaltung) liegt die Spannung U an (vgl. Abb. 3.2). Aufgrund dieser Spannung wird ein elektrischer Strom durch den Leiter fliessen. Handelt es sich um einen guten Leiter, so wird die Stromstärke I gross sein. Bei einem schlechten Leiter ist sie klein. Umgekehrt kann man sagen: Besitzt der Leiter einen grossen **elektrischen Widerstand**, so entsteht bei vorgegebener Spannung U eine geringe Stromstärke I, bei kleinem Widerstand hingegen ist die Stromstärke gross.

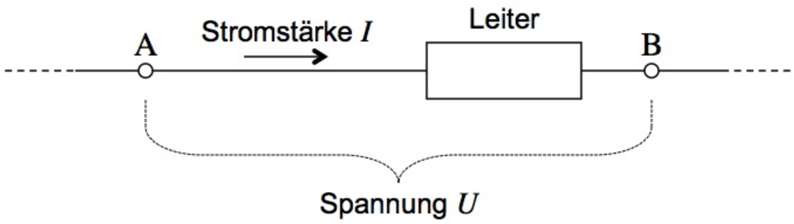


Abbildung 3.2: Illustration zur Idee des elektrischen Widerstandes: Aufgrund der über ihm angelegten Spannung U lässt ein Leiter eine bestimmte Stromstärke I zu. Der Leiter besitzt einen "elektrischen Widerstand", der bestimmt, wie viel Strom bei welcher Spannung fliesst.

Definition des elektrischen Widerstandes

Über einem elektrischen Leiter herrsche eine elektrische Spannung U, welche in ihm einen elektrischen Strom der Stärke I hervorruft. Dann definieren wir den **elektrischen Widerstand** *R des Leiters als:*

$$R := \frac{U}{I} \tag{3.1}$$

"Widerstand = Spannung pro Stromstärke."

Anmerkungen zur Definition des elektrischen Widerstandes

- Mit der Definition des elektrischen Widerstandes wird auch erklärt, wie sich die SI-Einheit dieser Grösse, das **Ohm** Ω, zusammensetzt:[1]

  $$[\,R\,] = \frac{[\,U\,]}{[\,I\,]} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} =: \mathrm{Ohm} = \Omega$$

  Wenn du dir diese Einheitenkombination merkst, kannst du dir immer vor Augen führen, was der elektrische Widerstand eines Leiters beschreibt. Es wird die Frage beantwortet, wie viele Volt Spannung an den Leiter angelegt werden müssen, um eine bestimmte Stromstärke in Ampere zu erreichen (*"Volt pro Ampere"*).

- **Ein Beispiel:** Der Widerstandswert eines Kohleschichtwiderstands betrage $R = 1.2\,\mathrm{k}\Omega$. Das bedeutet, dass man pro Ampere Stromstärke, das man durch diesen Widerstand fliessen lassen möchte, eine Spannung von $1200\,\mathrm{V}$ anzulegen hätte ($\Omega = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$).[2]

[1] Diese Einheit geht auf den deutschen Gymnasiallehrer **Georg Simon Ohm** (vgl. Abb. 3.1) zurück, welcher als erster die physikalischen Zusammenhänge zwischen Spannung und Stromstärke untersuchte.
Das Symbol dieser Einheit ist ein griechisches grosses Omega: Ω.

[2] Natürlich wird man das in der Realität nicht versuchen, denn ein Kohleschichtwiderstand ist nicht für so

3.3 Ohm'sche Leiter und das Ohm'sche Gesetz

Ohm'sche Leiter und das Ohm'sche Gesetz

Ein **Ohm'scher Leiter** *ist ein Leiter, dessen elektrischer Widerstand R konstant ist. D.h., der Widerstandswert R eines Ohm'schen Leiters ist unabhängig von der angelegten Spannung resp. der Stärke I des durch ihn fliessenden Stromes.*

Bei Ohm'schen Leitern sind also Spannung U und Stromstärke I proportional zueinander. Der elektrische Widerstand R ist die Proportionalitätskonstante, welche Spannung und Stromstärke miteinander verknüpft:

$$U = R \cdot I \qquad \text{Merke:} \quad \mathbf{Z\,\underline{U}\,E\,\underline{R}\,\underline{I}} \tag{3.2}$$

Diese Gleichung bezeichnen wir als das **Ohm'sche Gesetz**.

Anmerkungen zu Ohm'schen Leitern und zum Ohm'schen Gesetz

- **Eselsbrücken zum Ohm'schen Gesetz:** Der Kantonsname **URI** enthält die Symbole im Ohm'schen Gesetz in der richtigen Reihenfolge. Der Kantonsname ZUERI verrät durch das E zudem, wo das Gleichheitszeichen sitzt. Also: ZUERI ist besser als URI! ☺

- Als **Kennlinie** eines Leiters bezeichnen wir den zu diesem Leiter gehörenden Graphen in einem I-U-Diagramm. Man kann daraus ablesen, welche Spannung U an den Leiter anzuschliessen ist, um durch ihn einen Strom der Stärke I fliessen zu lassen.

  Bei Ohm'schen Leitern ist diese Kennlinie stets eine **Ursprungsgerade**, da Spannung U und Stromstärke I proportional zueinander sind. Der elektrische Widerstand R des Leiters gibt die Steigung der Kennlinie an.

- **Kohleschichtwiderstände** und **nicht zu dünne Metalldrähte** resp. -**kabel** sind gute Beispiele für Ohm'sche Leiter, wie es die zugehörigen Kennlinien in Abb. 3.3 illustrieren.

- Kohleschichtwiderstände für die Elektronik lassen sich heutzutage mit praktisch beliebigem Widerstandswert anfertigen. In einem Elektroladen erhält man fast gratis Widerstände von ein paar Ω bis hin zu einigen $\mathrm{M\Omega}$ (Megaohm).

  Anhang A gibt darüber Auskunft, wie man aus dem **Farbcode** auf einem Kohleschichtwiderstand auf dessen Widerstandwert schliessen kann.

- **Metalldrähte weisen ganz allgemein sehr kleine Widerstandswerte auf.** Nur bei enorm langen oder sehr dünnen Drähten werden die zugehörigen Widerstandswerte relevant, ansonsten dürfen wir sie **vernachlässigen**.

  Eine Referenzgrösse: Der Widerstand eines $1\,\mathrm{mm}$ dicken und $1\,\mathrm{m}$ langen Kupferdrahtes beträgt ziemlich genau $22\,\mathrm{m\Omega}\,(= 0.022\,\Omega)$ – also praktisch nichts.

grosse Stromstärken wie $1\,\mathrm{A}$ gebaut. Bei dieser Stromstärke würde der Kohleschichtwiderstand sofort zerstört, da in ihm die riesige Energiemenge von $1200\,\mathrm{J}$ pro Sekunde in Form von Joule'scher Wärme umgesetzt würde...

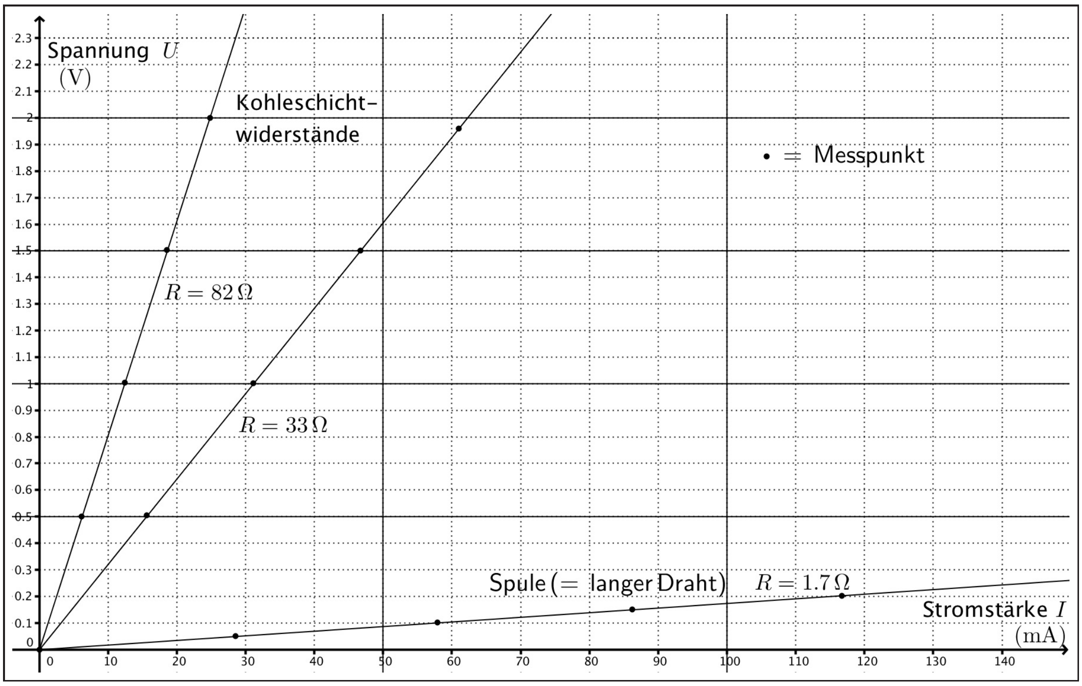


Abbildung 3.3: Kennlinien zweier Kohleschichtwiderstände und einer Spule.

3.4 Nicht-Ohm'sche Leiter

Viele Leiter des elektrischen Stromes verhalten sich **nicht-Ohm'sch**. Das bedeutet, angelegte Spannung U und Stärke I des fliessenden Stromes sind nicht proportional zueinander. Hier einige allgemeine Anmerkungen zu solchen nicht-Ohm'schen Leitern:

- Die Kennlinie eines nicht-Ohm'schen Leiters verläuft zwar weiterhin durch den Ursprung des I-U-Diagramms[3], ist aber keine Gerade mehr.

  Abb. 3.4 zeigt die Kennlinie eines Glühlämpchens für maximal $10\,\mathrm{V}$. Man sieht gut, wie sich auch eine Gesetzmässigkeit, aber ganz offensichtlich keine Proportionalität ergibt.

  In der Regel ist es nicht selbstverständlich, dass sich ein solcher von der Proportionalität abweichender Zusammenhang mathematisch geschlossen durch eine Funktionsgleichung $U(I)$ beschreiben lässt. In Abb. 3.4 zeigt die gezeichnete Kurve den Versuch, eine mathematisch wohldefinierte Kennlinie durch die Messpunkte zu legen – das gelingt in diesem Fall gar nicht so schlecht.[4]

- Nicht-Ohm'sche Leiter sind z.B. Glühdrähte, Dioden, Luft, der menschliche Körper, u.v.a.

- **Es gibt keine Leiter, die sich unter allen Umständen Ohm'sch verhalten!**

  Richtig ist vielmehr die Aussage, dass manche Leiter sich über einen gewissen Spannungsbereich hinweg in guter Näherung Ohm'sch verhalten. Das gilt auch für Kohleschichtwiderstände und Metalldrähte.

[3] Klar: Ohne Spannung kein Strom!

[4] Bei der gezeichneten Kurve handelt es sich um den Graphen einer Potenzfunktion $U(I) = k \cdot I^n$, deren Parameter k und n so gewählt wurde, dass der Graph möglichst gut durch die Messpunkte verläuft. Für die beiden Parameter wurden die Werte $k = \frac{57.76}{100\,000}$ und $n = 1.83$ ermittelt, sodass man für die Funktionsgleichung insgesamt schreiben kann: $U(I) = \frac{57.76}{100\,000}\,\mathrm{V} \cdot \left(\frac{I}{\mathrm{mA}}\right)^{1.83}$.

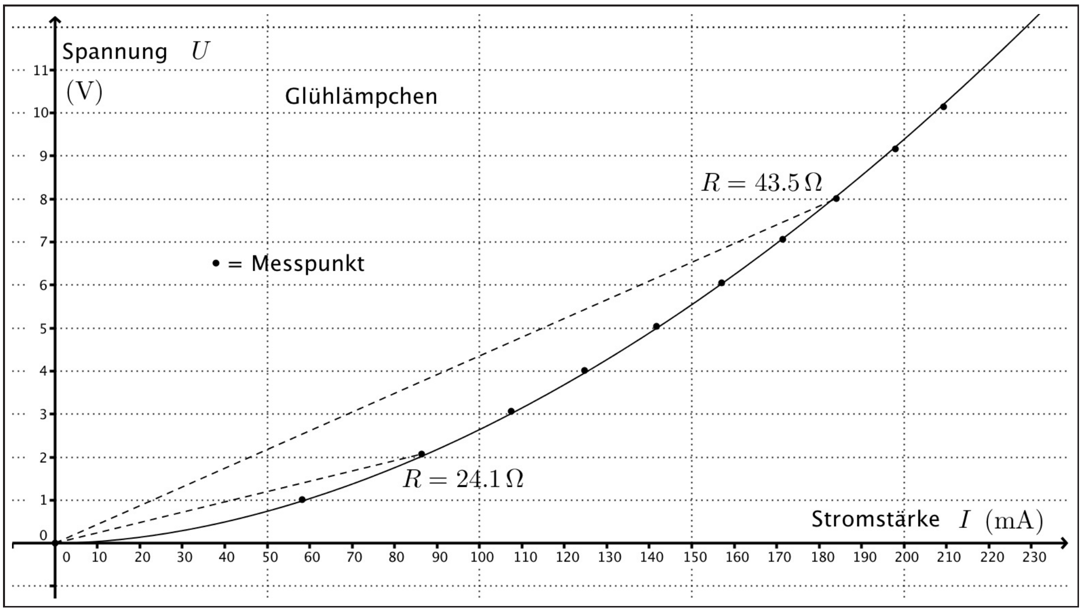


Abbildung 3.4: Kennlinie eines Glühlämpchens.

- Das Leitungsverhalten ist im Übrigen **temperaturabhängig**. Verändert sich die Temperatur eines Leiters, so hat dies in der Regel Einfluss auf dessen Leitfähigkeit.

  Das sehen wir sehr schön bei der Kennlinie des Glühlämpchens in Abb. 3.4. Will man die Stromstärke immer weiter erhöhen, so braucht man dafür überproportional mehr Spannung. Das heisst, der Widerstand des Lämpchens ist bei grossen Spannungs- und Stromstärkewerten deutlich grösser als bei geringen. Grund dafür ist die grosse Temperatur des Glühdrahtes, die das Fliessen der Leitungselektronen im Metall erschwert.

- Wir halten fest: Bei nicht-Ohm'schen Leitern ist die Beschreibung des Leitungsverhaltens durch eine Funktionsgleichung $U(I)$ schwierig.

  Was aber immer geht, ist eine punktuelle Angabe des elektrischen Widerstands R: Mit Gleichung (3.1) kann durch eine gleichzeitige Messung von Spannung U und Stromstärke I der elektrische Widerstand R bei genau dieser Spannung resp. Stromstärke bestimmt werden. Der erhaltene Wert gilt dann aber eben nur für genau diese Einstellung.

  So beträgt z.B. der elektrische Widerstand des Glühlämpchens in Abb. 3.4 bei verschiedenen Einstellungen (Auswahl von Messpunkten):

Spannung U (V)	0	2.08	4.01	6.05	8.01	10.14
Stromstärke I (mA)	0	86.3	124.7	157.1	184.1	209.4
Widerstand $R = \frac{U}{I}$ (Ω)	–	24.1	32.2	38.5	43.5	48.42

  Im Diagramm erkennt man die unterschiedlichen Widerstandswerte bei verschiedenen Spannungseinstellungen daran, dass die direkten Verbindungslinien zwischen Ursprung und Messpunkt verschiedene Steigungen aufweisen. Diese Steigungen haben jeweils eben den Wert $R = \frac{U}{I}$. Zwei Beispiele sind in Abb. 3.4 eingetragen.

3.5 Die Serieschaltung (= Reihenschaltung) von Widerständen

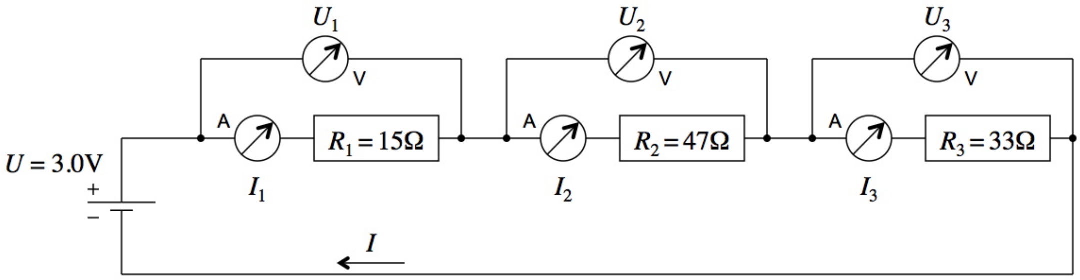


Abbildung 3.5: Eine Serieschaltung von drei Widerständen. Alle Messgeräte sind ideal gedacht. D.h., durch die Voltmeter fliesst gar kein Strom und die Amperemeter sind komplett widerstandsfrei, beeinflussen den Stromfluss selber also nicht.

Abb. 3.5 zeigt drei hintereinander geschaltete Widerstände: R_1, R_2 und R_3. Wir sprechen von einer **Reihen-** oder **Serieschaltung**.

Über der Schaltung als Ganzes liegt eine **Gesamtspannung** von $U = 3.0\,\mathrm{V}$ an, bei der ein Strom der Stärke I fliesst. Welche Zusammenhänge gelten nun für die elektrischen Grössen bei einer solchen Aneinanderreihung mehrerer Widerstände? Das soll hier beleuchtet werden.

Überlegungen zur Serieschaltung (Reihenschaltung) von Widerständen

Punkto Stromstärke: Jeder Ladungsträger (z.B. jedes Elektron) muss alle drei Widerstände durchqueren, um vom einen zum anderen Batteriepol zu gelangen. Es gibt keine anderen Wege. Daraus folgt:

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

"In einer Serieschaltung herrscht überall dieselbe Stromstärke."

Punkto Spannung: Die Quellenspannung U bestimmt, welche Energie ΔE eine bestimmte Ladungsmenge Q auf ihrem Weg durch die Schaltung insgesamt abgibt:

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \quad \Rightarrow \quad \Delta E = U \cdot Q$$

In Abb. 3.5 sind das $3.0\,\mathrm{J}$ Energie pro Coulomb Ladung ($U = 3.0\,\mathrm{V} = 3.0\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$).

Dieses Freiwerden von Energie passiert in Etappen. Der Anteil ΔE_1 wird in R_1, der Anteil ΔE_2 in R_2 und der Anteil ΔE_3 in R_3 umgesetzt. Insgesamt kann aber nicht mehr Energie abgegeben werden, als der Ladungsmenge Q aus der Spannungsquelle zur Verfügung steht ($\rightarrow$ **Energieerhaltung**). Es muss offenbar gelten:

$$\Delta E \overset{!}{=} \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3$$

Dividiert man diese Gleichung durch die Ladungsmenge Q, so ergibt sich eine Beziehung zwischen der Gesamtspannung U und den Teilspannungen U_1, U_2 und U_3:

$$U = \frac{\Delta E}{Q} = \frac{\Delta E_1}{Q} + \frac{\Delta E_2}{Q} + \frac{\Delta E_3}{Q} = U_1 + U_2 + U_3$$

"In einer Serieschaltung addieren sich die Teilspannungen zur Gesamtspannung."

Punkto Widerstände: Es macht Sinn, der Serieschaltung als Ganzes einen Widerstandswert zuzuweisen, denn schliesslich stellen wir ja fest, dass sie bei der Spannung U eine ganz bestimmte Stromstärke I zulässt:

$$R := \frac{U}{I} \qquad \text{Ersatzwiderstand} := \frac{\text{Gesamtspannung}}{\text{(Gesamt-)Stromstärke}}$$

Unter dem Ersatzwiderstand R verstehen wir denjenigen Widerstandswert, den man anstelle der Serieschaltung aus R_1, R_2 und R_3 an die Gesamtspannung U anschliessen könnte, um die gleiche Stromstärke I zu erhalten.

Da für jeden einzelnen Widerstand das Ohm'sche Gesetz gilt ($U_1 = R_1 \cdot I$, $U_2 = R_2 \cdot I$, $U_3 = R_3 \cdot I$), folgt aus der Spannungsgleichung von oben:

$$\begin{aligned} & U = U_1 + U_2 + U_3 && \mid \text{4 x Ohm'sches Gesetz} \\ \Rightarrow\quad & R \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I && \mid : I \\ \Leftrightarrow\quad & R = R_1 + R_2 + R_3 \end{aligned}$$

"In einer Serieschaltung addieren sich die Widerstände zum Ersatzwiderstand."

Übersicht zur Serieschaltung elektrischer Widerstände

Gegeben sei eine Serieschaltung aus n Widerständen $R_1, \ldots, R_n$, durch welche Ströme mit den Stärken $I_1, \ldots, I_n$ fliessen, und über welchen die Teilspannungen $U_1, \ldots, U_n$ anliegen. Legt man über der Schaltung die Gesamtspannung U an, so fliesse ein Gesamtstrom der Stärke I und wir können den Ersatzwiderstand R der Schaltung bestimmen aus $R = \frac{U}{I}$.

Unter diesen Voraussetzungen gelten die folgenden Regeln:

$$I = I_1 = \ldots = I_n \tag{3.3}$$

"In einer Serieschaltung herrscht überall dieselbe Stromstärke."

$$U = U_1 + \ldots + U_n \tag{3.4}$$

"Bei einer Serieschaltung addieren sich die Teilspannungen zur Gesamtspannung."

$$R = R_1 + \ldots + R_n \tag{3.5}$$

"Bei einer Serieschaltung addieren sich die Widerstände zum Ersatzwiderstand."

Der Ersatzwiderstand R einer Serieschaltung ist stets grösser als jeder einzelne der darin enthaltenen Widerstände R_1, ..., R_n.

In unserer Beispielserieschaltung aus Abb. 3.5 ergibt sich für den Ersatzwiderstand:

$$R \overset{(3.5)}{=} R_1 + R_2 + R_3 = 15\,\Omega + 47\,\Omega + 33\,\Omega = 95\,\Omega$$

Mit diesem Wert kann man nun aus der Gesamtspannung auf die Stromstärke schliessen:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{3.0\,\text{V}}{95\,\Omega} = 0.0316\,\text{A} = 31.6\,\text{mA}$$

Aus der Gesamtstromstärke und dem Ohm'schen Gesetz folgen nun auch die Spannungen über den drei einzelnen Widerständen:

$$U_1 = R_1 \cdot I = 15\,\Omega \cdot 0.0316\,\mathrm{A} = 0.47\,\mathrm{V}$$
$$U_2 = R_2 \cdot I = 47\,\Omega \cdot 0.0316\,\mathrm{A} = 1.5\,\mathrm{V}$$
$$U_3 = R_3 \cdot I = 33\,\Omega \cdot 0.0316\,\mathrm{A} = 1.0\,\mathrm{V}$$

Bei Serieschaltungen wird im grössten Widerstand stets am meisten Energie umgesetzt!

3.6 "Spannung, Widerstand, Stromstärke" – eine Rekapitulation

Zum Schluss dieses Kapitels soll der Zusammenhang von Spannung, Widerstand und Stromstärke im elektrischen Stromkreis nochmals auf den Punkt gebracht werden. Du solltest sicherstellen, dass du diesen Abschnitt genau verstanden hast, denn er ist so etwas wie die allen Stromkreisen zugrunde liegende Idee!

Wodurch wird die Stromstärke in einem Stromkreis festgelegt?

1. Die **Spannung** U einer Quelle schiebt/zieht die beweglichen **Ladungsträger** durch den Stromkreis. Der Spannungswert ist ein Mass für die Stärke dieses Schiebens/Ziehens.

2. Die Bewegung der Ladungsträger ist allerdings nicht gratis, denn im Stromkreis gibt es Hindernisse, eben **Widerstände**.

   Selbst Metalldrähte sind solche Hindernisse, wenn auch nur ganz kleine im Vergleich zu anderen Schaltelementen. Deshalb vernachlässigen wir den elektrischen Widerstand von Metallkabeln in der Regel.

3. Der **Gesamtwiderstand** R einer Schaltung bestimmt, wie viel Strom bei der Spannung U fliesst, wie gross also die **Stromstärke** I wird:

   $$I = \frac{U}{R}$$

   Das haben wir neuerdings bei der **Serieschaltung** mehrerer Widerstände gesehen. Jeder einzelne Widerstand in einer Serieschaltung bewirkt, dass insgesamt weniger Strom fliesst. Dabei spielt es keine Rolle, an wie vielter Stelle er eingebaut ist.

4. Und als Folgeüberlegung resp. als Überleitung zum nächsten Kapitel: Indem der Widerstand eines Gerätes steuert, wie viel Strom durch dieses fliesst, regelt er auch gerade, wie viel **Leistung**, also **Energie pro Zeit** es abbekommt. Wie wir in Kapitel 4 sehen werden, gilt nämlich:

   $$\text{Leistung} = P = \text{Energieumsatz pro Zeitspanne} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$$

   Je geringer der Widerstand eines Gerätes ist, desto mehr Leistung wird es von der (direkt über ihm angelegten) Spannung beziehen, weil es aufgrund dieses geringeren Widerstandes eben mehr Strom fliessen lässt.

Kapitel 4

Die elektrische Leistung

Die Ursache eines elektrischen Stromes ist stets eine elektrische Spannung – so haben wir es nun schon seit einiger Zeit gesehen und angewendet. Die Ladungen fliessen durch eine Leitung, weil sie dabei elektrische Energie abgeben können. Das Fliessen eines Stromes ist also zwangsläufig mit einem Energieumsatz verbunden.

Wenn wir genau wissen, wie viel "Ladung pro Zeiteinheit" unterwegs ist (= Angabe der Stromstärke I) und wie viel "Energie pro Ladungseinheit" frei wird (= Angabe der elektrischen Spannung U), so muss sich daraus bestimmen lassen, wie viel "elektrische Energie pro Zeiteinheit" abgegeben wird. Diese Angabe bezeichnen wir mit dem Namen **elektrische Leistung** P_{el}. Wir werden in diesem Kapitel feststellen, dass dafür gilt:

$$P_{\text{el}} = U \cdot I$$

Wie jede physikalische Leistung, so beschreibt auch die elektrische Leistung den zeitlichen Energieumsatz in einem Prozess, es gilt also nach wie vor:

$$P_{(\text{el})} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \qquad \text{mit} \qquad [\,P\,] = \text{Watt} = \text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}} \overset{\text{neu!}}{=} \text{V} \cdot \text{A}$$

Die Gleichung $P_{\text{el}} = U \cdot I$ gibt nicht nur an, wie sich eine elektrische Leistung errechnen lässt. Vielmehr beschreibt sie ganz allgemein, wie der Energietransport in elektrischen Leitungen funktioniert: Eine bestimmte Leistung kann entweder durch eine schwache Spannung und eine grosse Stromstärke (geringer Leitungswiderstand), oder durch eine schwache Stromstärke und eine grosse Spannnung (grosser Leitungswiderstand) zustande kommen.

Die zweite Variante ist für unsere Stromversorgung von zentraler Bedeutung: Bei grossen Stromstärken ist der Energieverlust in Leitungen überproportional gross, weil dann besonders viel Joule'sche Wärme erzeugt wird. Niedrige Stromstärken reduzieren diesen auf die Wärmewirkung zurückzuführenden Energieverlust massiv! Deshalb ist es zweckmässig, für den Energietransport zwischen Kraftwerken und Verbrauchern **Hochspannungsleitungen** zu verwenden. Die extrem hohen Spannungen ermöglichen den Leistungstransport bei geringen Stromstärken. Nur so rentieren sich lange Stromleitungen überhaupt.

4.1 Lernziele zum Kapitel 4

- Ich kenne die **allgemeine Leistungsdefinition** durch Gleichung (4.1) **auswendig** und kann sie in ein paar Sätzen erläutern.
- Ich kann mit der Leistungseinheit **Watt** und der Energieeinheit **Kilowattstunde** umgehen. Ich bin in der Lage rasch abzuschätzen, wie viele kWh ein Gerät mit einer bestimmten Leistungsaufschrift über eine bestimmte Betriebszeit hinweg benötigt.
- Ich weiss, welchen **Preis** elektrische Energie bei uns etwa hat: Die kWh kostet im **Normaltarif der Schweizer Elektrizitätswerke** derzeit knapp 20 Rp.
- Ich kenne die Gleichung (4.2) für die **elektrische Leistung auswendig** und beherrsche den rechnerischen Umgang damit. Zudem kann ich diese Gleichung in Worte fassen und anschaulich erklären, weshalb die in einem Gerät umgesetzte elektrische Leistung das Produkt aus der Spannung über dem und der Stromstärke durch das Gerät sein muss.
- Ich kann erklären, weshalb eine Stromversorgung nur mit **Hochspannungsleitungen** effizient funktionieren kann. Diese Hochspannungsleitungen bringen die elektrische Energie von den Kraftwerken zu den Verbrauchsorten.
- Durch eine Leistungsberechnung kann ich erklären, weshalb Geräte an einer **anderen Spannung** als der vorgesehenen schlecht oder gar nicht funktionieren.
- Bei **Serieschaltungen** bin ich nun in der Lage, **umfangreiche Berechnungen** mit elektrischer Ladung, Stromstärke, Spannung, Energiumsatz und Leistung durchzuführen.
- Ich kann die Gefährlichkeit von **Kurzschlüssen** fachlich korrekt begründen und weiss, wie solche Kurzschlüsse im Alltag vermieden werden.

4.2 Repetition: "Leistung ist Energieumsatz pro Zeit"

In allen Arten von Prozessen wird Arbeit verrichtet und/oder Wärme übertragen. Energie geht von einem auf einen anderen Körper über und wechselt von einer Form in eine andere, etc.

Kurz: **Alle Vorgänge sind mit Energieumsätzen $\boldsymbol{\Delta E}$ verbunden.**

Mit der **Leistung** P (engl. *power* gibt man an, wie rasch ein solcher Energieumsatz abläuft:

Die Definition der Leistung

Ist ΔE der Energieumsatz während der Zeitspanne Δt, so definieren wir die **Leistung** P *durch:*

$$P := \frac{\Delta E}{\Delta t} \tag{4.1}$$

"Leistung $=$ Energieumsatz pro Zeitspanne."

Anmerkungen zur Definition der Leistung

- Zur Leistung gehört die SI-Einheit **Watt**:

$$[\,P\,] = \frac{[\,E\,]}{[\,t\,]} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3} =: \mathrm{Watt} = \mathrm{W}$$

- Die Zusammensetzung des Watts aus SI-Basiseinheiten ($\mathrm{W} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3}$)[1] ist in der Anwendung nicht besonders wichtig, dafür umso mehr der Zusammenhang mit der Energieeinheit Joule:

$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$ *"1 Watt entspricht einem Energieumsatz von 1 Joule pro Sekunde."*

$\mathrm{J} = \mathrm{W}\cdot\mathrm{s}$ *"1 Joule ist 1 Wattsekunde."*

- Mit der Leistungseinheit Watt wird eine weitere, sehr gebräuchliche und grosse **Energieeinheit** eingeführt, die **Kilowattstunde** (kWh). Es gilt:

$$\text{Kilowattstunde} = \mathrm{kWh} = \mathrm{k}\cdot\mathrm{W}\cdot\mathrm{h} = 1000\cdot\mathrm{W}\cdot 3600\,\mathrm{s} = 3\,600\,000\,\mathrm{J} = 3.6\,\mathrm{MJ}$$

  Bitte merke dir: Es sind **immer Kilowattstunden** (kWh), niemals Kilowatt pro Stunde (kW/h). Diese Einheit gibt es nicht. Sie ist einfach falsch.

- Das Elektrizitätswerk rechnet die bezogene Energie in **Kilowattstunden** (kWh) ab.

  Warum ist die Abrechnung in dieser Einheit praktisch? Weil jedefrau sofort selber ausrechnen kann, wie viel Energie bei der Benutzung eines Gerätes bezogen wird.

  Ein Beispiel: Ein Elektroofen beziehe während dem Backen eines Kuchens eine Leistung von $1500\,\mathrm{W}$. Die Backzeit betrage $40\,\mathrm{min} = \frac{2}{3}\,\mathrm{h}$. Daraus ergibt sich eine bezogene Energiemenge von:

$$\Delta E = P\cdot\Delta t = 1500\,\mathrm{W}\cdot\frac{2}{3}\,\mathrm{h} = 1000\,\mathrm{Wh} = 1\,\mathrm{kWh}$$

  Die Energieberechnung kann ohne grosse Umrechnungen im Kopf durchgeführt werden, da die Stunden für Alltagsgebrauchszeiten die richtige Grössenordnung besitzen.

- **Stromkosten:** Aktuell kostet $1\,\mathrm{kWh}$ elektrische Energie bei den Elektrizitätswerken etwa $20\,\mathrm{Rp.}$ im **Normaltarif**. Für $20\,\mathrm{Rp.}$ erhalten wir $3\,600\,000\,\mathrm{J}$![2] Das Backen des Kuchens von oben ist also enorm billig und fällt bei dessen Kosten kaum ins Gewicht – wir geniessen als Wohlstandsgesellschaft eine ungeheuer günstige Energieversorgung! Im **Nachttarif** ist die elektrische Energie übrigens nochmals billiger, nämlich ca. halb so teuer.

  Bezieht man **Ökostrom**, so kommt keine andere elektrische Energie aus der Steckdose. Vielmehr gibt man dadurch, dass man mehr zahlt, dem Elektrizitätswerk den Auftrag nachhaltige Stromerzeugungsmethoden zu fördern und finanziell zu unterstützen. Ökostrom wird in der Regel drei- bis viermal so teuer verkauft.

[1] Z.B.: Ein Watt ist die Leistung, mit der man einen Körper von $1\,\mathrm{kg}$ Masse innerhalb von genau einer Sekunde auf eine Geschwindigkeit von $1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ beschleunigen kann.

[2] Zur Erinnerung: $1\,\mathrm{J} \approx$ Energiemenge, mit der man 1 Tafel Schokolade um $1\,\mathrm{m}$ anheben kann.
Ausserdem: $4200\,\mathrm{J} \approx$ Energiemenge, mit der man 1 Liter Wasser um $1\,^\circ\mathrm{C}$ erwärmen kann.

4.3 Herleitung der Formel für die elektrische Leistung

Betrachte Abb. 4.1. Über irgendeinem Leiter (Lämpchen, Gerät, etc.) herrscht die Spannung U und es fliesst ein Strom der Stärke I.

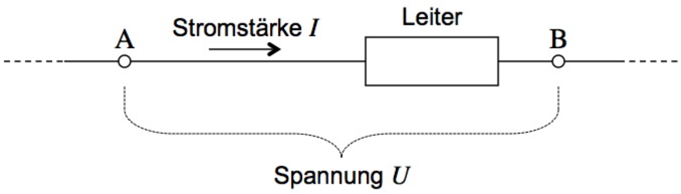


Abbildung 4.1: Zum Verständnis der elektrischen Leistung.

Erinnern wir uns an die Spannungsdefinition (2.1): Die Spannung U über einem Leiter gibt an, welche Energiemenge ΔE umgesetzt wird pro Ladungsmenge Q, welche den Leiter durchquert:

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \qquad \text{“Spannung ist Energieumsatz pro Ladung.”}$$

Ebenso haben wir die Definition der Stromstärke (2.3) im Kopf: Die Stromstärke I beschreibt, welche Ladungsmenge Q pro Zeitabschnitt Δt eine beliebige Stelle in der Leitung passiert:

$$I := \frac{Q}{\Delta t} \qquad \text{“Stromstärke ist Ladung pro Zeitabschnitt.”}$$

Multiplizieren wir diese beiden Grössen miteinander, so stellen wir fest, dass das Produkt eine Leistungsangabe ergibt, also eine Aussage über den Energieumsatz pro Zeitabschnitt:

$$U \cdot I = \frac{\Delta E}{Q} \cdot \frac{Q}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Die Ladungsmenge Q kürzt sich weg. D.h., beim resultierenden Ausdruck kommt es gar nicht darauf an, auf welche Ladungsmenge Q der Energieumsatz ΔE verteilt wird. Wichtig ist nur, dass wir nun über eine Angabe verfügen, die uns mitteilt, in welchem Zeitabschnitt Δt die Energiemenge ΔE umgesetzt wird. Und dies entspricht eben einer Leistungsangabe.

Die Berechnung der elektrischen Leistung

Fliesst in einem Leiter ein elektrischer Strom der Stärke I und herrscht über diesem Leiter eine elektrische Spannung U, so gibt die **elektrische Leistung** P_{el} *den zeitlichen Energieumsatz $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ im Leiter an. Es gilt:*

$$P_{\text{el}} = U \cdot I \qquad (4.2)$$

“Elektrische Leistung = Spannung mal Stromstärke.”

Anmerkung zu den Einheiten

Für die elektrische Leistung ergibt sich (klarerweise) dieselbe SI-Einheit wie für alle anderen Leistungen, nämlich das **Watt**.

Neuerdings wissen wir also, dass sich das Watt auch aus den elektrischen Einheiten Volt und Ampere zusammensetzen lässt:

$$[P] = \mathrm{W} = \mathrm{V} \cdot \mathrm{A} = [U] \cdot [I] \qquad \text{denn:} \qquad \mathrm{V} \cdot \mathrm{A} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$$

4.4 Die elektrische Leistung bei Ohm'schen Leitern

Im Kapitel 3 haben wir gesehen, dass der Strom in einem Leiter in der Regel stärker wird, wenn wir die über dem Leiter anliegende Spannung vergrössern. Bei Ohm'schen Leitern sind die beiden Grössen direkt proportional zueinander. Der Widerstand R im Ohm'schen Gesetz $U = R \cdot I$ ist in diesem Fall eine Konstante. Daraus können wir für die elektrische Leistung Ohm'scher Leiter allgemein folgern:

$$U = R \cdot I \qquad \Rightarrow \qquad P_{\text{el}} = U \cdot I = R \cdot I \cdot I = I^2 \cdot R$$

$$I = \frac{U}{R} \qquad \Rightarrow \qquad P_{\text{el}} = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Die elektrische Leistung bei Ohm'schen Leitern

Ist ein Ohm'scher Leiter mit Widerstand R an eine elektrische Spannung U angeschlossen und bezeichnet I die durch ihn fliessende Stromstärke, so ist die in ihm umgesetzte elektrische Leistung gegeben durch:

$$P_{\text{el}} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R \tag{4.3}$$

Joule'sche Wärme in Stromleitungen

Metallene Leiter verhalten sich Ohm'sch, wenn ihre Temperatur konstant gehalten werden kann. Solange nicht so viel Energie im Draht umgesetzt wird, dass die Wärmeabgabe an die Umgebung nicht mehr nachkommt, bleibt ihr elektrischer Widerstand also derselbe.

Die in einem solchen Leiter umgesetzte elektrische Leistung erzeugt **Joule'sche Wärme** (vgl. Abschnitt 1.6). Je mehr Strom durch den Leiter fliesst, umso grösser wird diese Wärmeproduktion, was im letzten Ausdruck von (4.3) deutlich zum Vorschein kommt. Die umgesetzte Leistung ist proportional **zum Quadrat** der Stromstärke: $P_{\text{el}} = I^2 \cdot R$!

Will man also den Verlust durch Joule'sche Wärme gering halten, so sollte man um kleine Stromstärken bemüht sein, denn diese sind massgeblich für diesen Verlust verantwortlich. Mit $P_{\text{el}} = U \cdot I$ kann man direkt folgern, dass elektrische Energie also nach Möglichkeit unter Verwendung grosser Spannungen, aber kleiner Ströme übertragen werden sollte.

Und genau so machen wir es bei Überlandleitungen. Diese werden erst durch die Verwendung von **Hochspannung** (bis zu $150\,\text{kV}$!) wirklich effizient und sinnvoll.[3]

[3] Diese ganze Überlegung darf man nicht mit $P_{\text{el}} = \frac{U^2}{R}$ durchführen, denn die am Leiter angelegte Spannung U ist, ganz besonders im Falle einer Hochspannungsleitung, viel geringer als die Spannung der Quelle. Die Stromstärke im Leiter ist allerdings dieselbe wie diejenige durch die Quelle, weshalb die Überlegung so stimmt.

4.5 Die Gefährlichkeit elektrischer Kurzschlüsse

"Kurzschliessen" bedeutet, die beiden Pole einer Spannungsquelle mit einer guten Leitung, z.B. mit einem Metalldraht, direkt miteinander zu verbinden. Bei einem Kurzschluss gibt es zwischen den beiden Polen einer Spannungsquelle fast keinen elektrischen Widerstand mehr ($R \to 0$). Dies hat eine enorme Stromstärke I zur Folge.

Die Konsequenz einer grossen Stromstärke wiederum ist die rasche Freisetzung einer grossen Menge elektrischer Energie ($P_{\text{el}} = U \cdot I$ wird gross!). Ausserdem erfolgt diese Energiefreisetzung in der Regel in Form von **Joule'scher Wärme**. Dies bedeutet, dass es irgendwo heiss wird und damit werden Kurzschlüsse potentiell gefährlich!

Batterie: Eine kurzgeschlossene Batterie erwärmt sich sehr stark. Grund dafür ist ihr **Innenwiderstand**, der in der Regel deutlich grösser als der Widerstand der Kurzschlussleitung ist. Somit wird die Energie mehrheitlich in der Batterie selber freigesetzt.

Der Kurzschluss führt zu einer raschen **Entleerung** der Batterie. Das ist zwar für das Porte-monnaie schlecht, normalerweise aber nicht besonders gefährlich.

Stabile Spannungsquellen: Wird eine Steckdose oder ein Netzgerät kurzgeschlossen, so kann die grosse Leistungsabgabe über längere Zeit aufrecht erhalten werden. Dann wird es gefährlich, denn nun erhitzen sich auch die Kurzschlussleitungen. Dies kann bei offenen Leitungen zum Glühen, allenfalls zum Durchschmelzen führen.

Besonders schlimm wird es bei Kurzschlüssen in eingebauten Leitungen (in den Wänden). Dann können die Erhitzungen zu Kabel- und Schwelbränden innerhalb des Gebäudes führen. Diese sind schwierig zu lokalisieren und zu bekämpfen.

Sicherungen zum Schutz vor Kurzschlüssen

Es ist sinnvoll sich gegen anhaltende Kurzschlüsse abzusichern. Dazu sind Sicherungen da. Diese unterbrechen den Stromfluss automatisch, wenn zu viel Strom fliesst.

Ältere Sicherungen funktionieren mit dünnen Schmelzdrähten, die bei zu starkem Strom einfach durchschmelzen. Solche Sicherungen gibt es auch für einzelne Geräte (z.B. Netzgeräte und Multimeter). Schmelzdrahtsicherungen müssen nach einmaligem Auslösen ersetzt werden.

Neuere Sicherungen verwenden die em-Wirkung des Stromes zum Umlegen eines Schalters. Deshalb lassen sie sich mehrfach verwenden.

Normalerweise verfügt jedes Zimmer eines Hauses über eine eigene Sicherung, die typischerweise maximal $10\,\text{A}$ Stromstärke zulässt. In einem normalen Zimmer kann somit total eine maximale elektrische Leistung von $2300\,\text{W}$ bezogen werden:

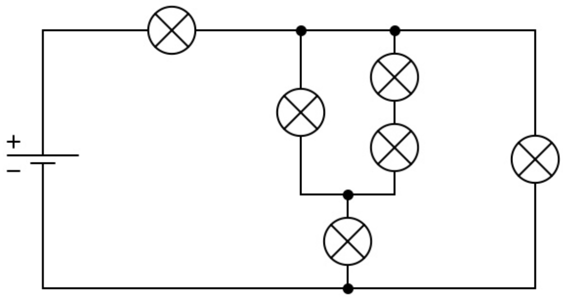
$$P_{\text{el,max}} = U \cdot I_{\text{max}} = 230\,\text{V} \cdot 10\,\text{A} = 2300\,\text{W}$$

Wundere dich also nicht, dass plötzlich der Strom ausfällt, wenn du gleichzeitig einen Haarföhn und einen Staubsauger benutzen möchtest.

Kapitel 5

Die Parallelschaltung elektrischer Widerstände

Wie verteilt sich eigentlich der elektrische Strom an einem Knoten? Wodurch wird festgelegt, durch welche Teile einer verzweigten Schaltung viel und durch welche wenig Strom fliesst? Welches Lämpchen leuchtet beispielsweise in der folgenden Schaltung am hellsten?



Mit dem Inhalt dieses Kapitels wirst du dir die Antwort selber geben können.

Sicher kennst du die alltägliche Redewendung:

"Der Strom nimmt den Weg des geringsten Widerstandes."

Das tönt zwar gut und einprägsam, ist aber nur bedingt richtig. Eine etwas bessere Variante wäre:

"Die Stromstärke ist auf dem Weg des geringsten Widerstandes am grössten."

Auch auf den schlechter leitenden Wegen sind also messbare Ströme vorhanden! Der am besten leitende Weg führt einfach am meisten Strom.

In diesem Kapitel lernen wir diese Aussage nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ kennen. Schliesslich können wir in Stromkreisen, welche sich aus ineinander verschachtelten Serie- und Parallelschaltungen zusammensetzen, sämtliche Teilspannungen und -stromstärken voraussagen.

Bei allen Untersuchungen von Schaltkreisen ist zentral, dass wir verstehen: Über jedem Schaltelement A muss eine Spannung U_A herrschen, damit durch A ein Strom der Stärke I_A fliesst. Das heisst, für jedes einzelne Schaltelement lässt sich das Ohm'sche Gesetz separat aufstellen:

$$U_\mathrm{A} = R_\mathrm{A} \cdot I_\mathrm{A}$$

5.1 Lernziele zum Kapitel 5

- Ich weiss, dass in einer **Parallelschaltung** die Spannung über allen Stromwegen dieselbe ist und dass sich die Teilstromstärken zur Gesamtstromstärke addieren.
- Ich bin in der Lage, den **Ersatzwiderstand** für eine Parallelschaltung zu bestimmen.
- Bei einer grösseren Schaltung kann ich den **Gesamtwiderstand** berechnen, wenn diese sich aus verschachtelten Serie- und Parallelschaltungen zusammensetzt. Bei einer solchen Schaltung kann ich auch berechnen, welche Spannungen über und Stromstärken in den einzelnen Schaltelementen vorherrschen, wenn dafür ausreichende Daten zur Verfügung stehen.

5.2 Die Parallelschaltung von Widerständen

Abb. 5.1 zeigt eine Parallelschaltung aus drei Widerständen mit $R_1 = 15\,\Omega$, $R_2 = 47\,\Omega$ und $R_3 = 33\,\Omega$. Über der Schaltung liegt eine (Gesamt-)spannung von $U = 3\,\mathrm{V}$ an. Der Gesamtstrom I verteilt sich auf die drei zur Verfügung stehenden Wege. Wodurch diese Stromverteilung genau festgelegt wird, soll nun überlegt werden.

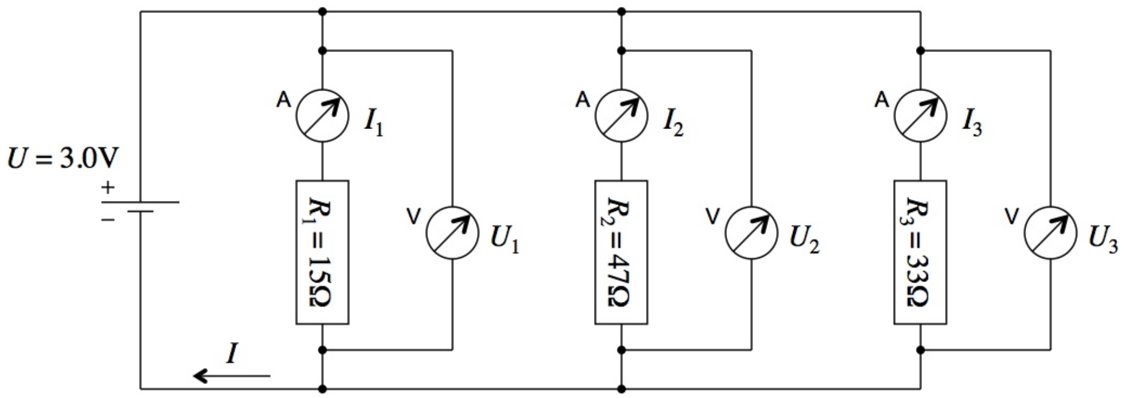


Abbildung 5.1: Eine Parallelschaltung von drei Widerständen. Die Messgeräte sollen ideal sein. D.h., durch die Voltmeter fliesst gar kein Strom ($R_\mathrm{V} = \infty$) und die Amperemeter sind komplett widerstandsfrei, beeinflussen den Stromfluss selber also nicht ($R_\mathrm{A} = 0$).

Überlegungen zur Parallelschaltung von Widerständen

Punkto Stromstärke: In Abb. 5.1 kann jedes vom Minuspol der Quelle kommende Elektron genau einen der drei Wege "wählen". Vor und hinter der Parallelschaltung treffen wir aber genau gleich viele zu- wie abfliessende Elektronen an ($\rightarrow$ **Ladungserhaltung**). Daraus folgt:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

"Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Teilstromstärken zur Gesamtstromstärke."

Punkto Spannung: Egal, welchen der drei Wege ein Elektron nun tatsächlich beschreitet, es hat insgesamt nur genau einen einzigen Widerstand zu durchqueren, um vom Minus- zum Pluspol der Spannungsquelle zu gelangen. Eine aus mehreren Elektronen bestehende Ladungsmenge Q muss ihre von der Spannungsquelle erhaltene Energie $\Delta E = U \cdot Q$ loswerden, egal durch welchen Widerstand sie nun fliesst ($\rightarrow$ **Energieerhaltung**). Die pro Ladungsmenge umgesetzte Energie ist also stets dieselbe, egal welcher Weg beschritten wird. D.h., über den drei Widerständen herrscht dieselbe Spannung ($3.0\,\mathrm{V}$ in Abb. 5.1):

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

"Bei einer Parallelschaltung sind die Spannungen über allen Widerständen (d.h. Stromwegen) gleich gross."

Punkto Widerstände: Auch der Parallelschaltung kann als Ganzes ein Widerstandswert zugewiesen werden, denn auch hier wird bei einer Spannung U eine ganz bestimmte Gesamtstromstärke I hervorgerufen:

$$R := \frac{U}{I}$$

Auch hier bezeichnen wir R als **Ersatzwiderstand** für die Widerstände R_1, R_2 und R_3. Es ist wiederum derjenige Widerstandswert, den man anstelle der Parallelschaltung aus den drei Einzelwiderständen an die Spannung U anschliessen könnte, um die gleiche Gesamtstromstärke I zu erhalten.

Aus der Stromstärkengleichung von oben folgt:

$$\begin{aligned} & I = I_1 + I_2 + I_3 && |\,4 \times \text{Ohm'sches Gesetz} \\ \Rightarrow\quad & \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} && |\,:U \\ \Leftrightarrow\quad & \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{aligned}$$

"Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte der Einzelwiderstände zum Kehrwert des Ersatzwiderstandes."

Im Beispiel aus Abb. 5.1 erhalten wir demzufolge für den Ersatzwiderstand der drei parallel geschalteten Widerstände:

$$R = \left(\frac{1}{R}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{15\,\Omega} + \frac{1}{47\,\Omega} + \frac{1}{33\,\Omega}\right)^{-1} = 8.46\,\Omega$$

Man beachte das rechnerische Vorgehen!

Übersicht zur Parallelschaltung elektrischer Widerstände

Gegeben sei eine Parallelschaltung aus n Widerständen $R_1, \ldots, R_n$, durch welche Ströme mit den Stärken $I_1, \ldots, I_n$ fliessen, und über welchen die Spannungen $U_1, \ldots, U_n$ anliegen. Legt man über der Schaltung die Gesamtspannung U an, so fliesse ein Gesamtstrom der Stärke I und wir können der Schaltung via $R = \frac{U}{I}$ den Ersatzwiderstand R zuordnen. Es gilt:

$$I = I_1 + \ldots + I_n \tag{5.1}$$

"Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Teilströme zum Gesamtstrom."

$$U = U_1 = \ldots = U_n \tag{5.2}$$

"Bei einer Parallelschaltung sind die Spannungen über allen Widerständen (d.h. Stromwegen) gleich gross."

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \ldots + \frac{1}{R_n} \tag{5.3}$$

"Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte der Einzelwiderstände zum Kehrwert des Ersatzwiderstandes."

Der Ersatzwiderstand R einer Parallelschaltung ist stets kleiner als jeder einzelne der darin enthaltenen Widerstände R_1, ..., R_n.

Weitere Anmerkungen zur Parallelschaltung

- Die Stromstärke in jedem einzelnen Widerstand ist unabhängig von den Strömen durch die anderen Widerstände! Wenn ich einen zusätzlichen Widerstand parallel anschliesse, bezieht dieser von der Spannungsquelle einfach zusätzlichen Strom, ohne dass die Stromstärken in den anderen Widerstände dadurch abnehmen würden.[1] Der Gesamtstrom nimmt um den entsprechenden Betrag zu.

- *"Bei einer Parallelschaltung ist der Ersatzwiderstand stets kleiner als jeder darin enthaltene Einzelwiderstand."*

  Klar: Wenn ich zu einer bestehenden Leitung parallel einen zusätzlichen Weg öffne, dann kann insgesamt mehr Strom fliessen. Egal, wie gut der zusätzliche Kanal selber leitet, die neue Schaltung leitet insgesamt sicher besser als die alte.

- Rechnen wir zum Schluss das Beispiel von Abb. 5.1 zuende: Für die Gesamt- und die Teilstromstärken folgt (oben berechneter Ersatzwiderstand $R = 8.46\,\Omega$):

  Teilströme: $I_1 = \frac{U}{R_1} = 200\,\mathrm{mA} \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} = 64\,\mathrm{mA} \qquad I_3 = \frac{U}{R_3} = 91\,\mathrm{mA}$

  Gesamtstrom: $I = \frac{U}{R} = \frac{3\,\mathrm{V}}{8.46\,\Omega} = 0.355\,\mathrm{A} = 355\,\mathrm{mA} = I_1 + I_2 + I_3$

  Da die Spannung über allen Widerständen gleich gross ist, wird im kleinsten Widerstand am meisten Energie umgesetzt, denn dort fliesst der stärkste Strom ($P_{\mathrm{el}} = U \cdot I$).

[1] Dies gilt allerdings nur, solange die Spannungsquelle nicht überlastet ist. Bei Batterien ist es z.B. so, dass bei zu starkem Strombezug die Spannung einzubrechen beginnt. Dann hätte natürlich die parallele Zuschaltung jedes weiteren Widerstandes Einfluss auf die Ströme durch die anderen Widerstände.

5.3 Die Verschachtelung von Serie- und Parallelschaltungen

Bei umfangreicheren Schaltungen lassen sich die darin auftretenden Teilstromstärken und Teilspannungen in vielen Fällen durch konsequente Anwendung der eben gefundenen Gesetzmässigkeiten ermitteln. Dies sei hier an einem Beispiel (Abb. 5.2) durchdiskutiert.

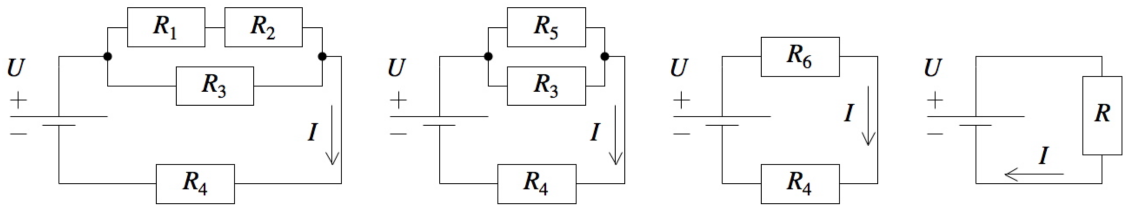


Abbildung 5.2: Eine kompliziertere Schaltung und ihre Vereinfachung durch schrittweise Einführung von Ersatzwiderständen.
Bekannte Werte: $R_1 = 1.8\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 390\,\Omega$, $R_3 = 1.5\,\mathrm{k\Omega}$, $R_4 = 820\,\Omega$ und $U = 12\,\mathrm{V}$.

Durch **sukzessives Zusammenfassen zu Ersatzwiderständen "von innen nach aussen"** bringen wir es fertig, den **Gesamtwiderstand** R der Schaltung zu ermitteln. Achte im Folgenden auf die Namensgebungen in Abb. 5.2:

$$\begin{aligned}
&R_1 \text{ \& } R_2 \text{ seriell} && \Rightarrow && R_5 = R_1 + R_2 = 1800\,\Omega + 390\,\Omega = 2190\,\Omega \\
&R_3 \text{ \& } R_5 \text{ parallel} && \Rightarrow && R_6 = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{1500\,\Omega} + \frac{1}{2190\,\Omega}\right)^{-1} = 890\,\Omega \\
&R_4 \text{ \& } R_6 \text{ seriell} && \Rightarrow && R = R_4 + R_6 = 820\,\Omega + 890\,\Omega = 1710\,\Omega
\end{aligned}$$

Mit diesem Gesamtwiderstand kann jetzt die Gesamtstromstärke ermittelt werden:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12\,\mathrm{V}}{1710\,\Omega} = 0.007\,02\,\mathrm{A} = 7.0\,\mathrm{mA}$$

Umgekehrt lässt sich mit diesen Gesamtgrössen nun "in die Schaltung hineinrechnen", und zwar unter ständiger Ausnutzung des Ohm'schen Gesetzes für die einzelnen Widerstände: $U_i = R_i \cdot I_i$ (gilt auch für Ersatzwiderstände).[2] Ebenso benutzen wir ständig die Gleichungen (3.3), (3.4), (5.1) und (5.2), welche uns darüber aufklären, wie die Teilspannungen und Teilstromstärken bei Serie- und Parallelschaltung zusammenhängen.

"Von aussen nach innen" finden wir z.B. für die Spannung U_1 über R_1:

$$\begin{aligned}
&I_4 = I_6 = I = 0.007\,02\,\mathrm{A} && \Rightarrow && U_6 = R_6 \cdot I_6 = 820\,\Omega \cdot 0.007\,02\,\mathrm{A} = 5.76\,\mathrm{V} \\
&U_3 = U_5 = U_6 = 5.76\,\mathrm{V} && \Rightarrow && I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{5.76\,\mathrm{V}}{2190\,\Omega} = 0.002\,63\,\mathrm{A} \\
&I_1 = I_2 = I_5 = 0.002\,63\,\mathrm{A} && \Rightarrow && U_1 = R_1 \cdot I_1 = 1800\,\Omega \cdot 0.002\,63\,\mathrm{A} = 4.7\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

Manche Schaltungen lassen sich allerdings nicht so einfach als Ineinander-Verschachtelung von Serie- und Parallelschaltungen ansehen. Dann braucht man zur Bestimmung von Teilstromstärken und -spannungen zwei allgemeiner gültige Prinzipien, die man als **Kirchhoff'sche Regeln** bezeichnet. Wie so etwas gehen würde, erfährst du im Anhang B.

[2] Ein solches Ohm'sches Gesetz muss für jeden einzelnen Widerstand gelten, denn damit wird ja jeweils unmittelbar beschrieben, warum Strom durch den Widerstand fliesst: Die Spannung U_i über dem Widerstand R_i führt zu einem Strom der Stärke I_i durch R_i, wobei eben gilt: $U_i = R_i \cdot I_i$.

Teil II

Elektromagnetismus

Kapitel 6

Ferromagnetismus

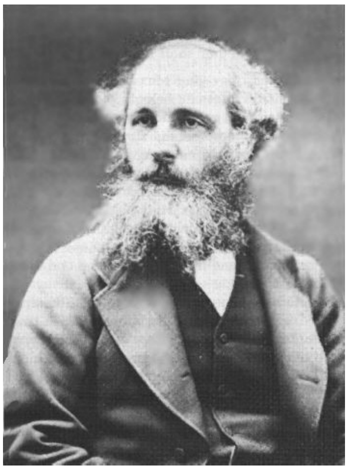


Abbildung 6.1: James Clerk Maxwell (1831 – 1879).

Magnetismus ist ein Phänomen, welches den Menschen bereits seit sehr langer Zeit bekannt ist. Bereits im 4. Jh. vor Christus sollen die Chinesen den Kompass erfunden und ihn bei Seereisen eingesetzt haben. Europa "entdeckte" das nützliche Instrument erst im 11. Jh.

Besser verstanden hat man den Magnetismus allerdings erst im Laufe des 19. Jahrhunderts. Nachdem der dänische Physiker **Hans Oersted** im Jahre 1819 per Zufall einen ersten Zusammenhang zwischen Magnetismus und elektrischen Strömen entdeckt hatte, vergingen nur noch 50 Jahre, bis der englische Mathematiker und Physiker **James Clerk Maxwell**die vollständige Theorie zu Elektrizität und Magnetismus, die sogenannte **klassische Elektrodynamik** formulierte.

Diese Theorie ist unglaublich umfassend (obwohl sie im Wesentlichen aus gerade mal vier Differenzialgleichungen und zwei Kraftgesetzen besteht). Aus ihr folgt unter anderem, dass Licht nichts anderes als ein veränderliches **elektromagnetisches Feld** ist. Auf einen Schlag waren Elektrizität und Magnetismus vollständig miteinander vereint und fortan nur noch als ein Phänomen anzusehen, welches auf der Existenz einer bestimmten Materieeigenschaft, nämlich der **elektrischen Ladung**, beruht.

In diesem Kapitel werden wir vertraut mit den scheinbar von der Elektrizität losgelösten Grundphänomenen des Magnetismus, die wir aus unserer Alltagswelt bereits kennen und die man unter dem Namen **Ferromagnetismus** zusammenfassen kann.

6.1 Lernziele zum Kapitel 6

- Ich kenne die Definition der **Magnetpole** aufgrund der Ausrichtung am Erdmagnetismus und **verwechsle Magnetpole nicht mit elektrischen Polen.**
- Ich weiss, welche **Farbdeklarationen** für Magnetpole verwendet werden.
- Ich kann qualitativ beschreiben, welche **Kraftwirkungen** zwischen gleichnamigen und ungleichnamigen Magnetpolen auftreten.
- Ich weiss, dass die magnetische Kraftwirkung eines Magneten **an seinen Polen am stärksten** ist **mit zunehmend Abstand kleiner** wird.
- Ich weiss, dass sich bei der Zerlegung eines Magneten nicht einzelne Pole, sondern kleinere Magnete (mit wieder mindestens einem Nord- und einem Südpol) bilden. Es gibt keine Gegenstände mit nur einem einzigen Magnetpol **(Nicht-Existenz magnetischer Monopole)**.
- Ich kann die magnetischen Kraftwirkungen zwischen Permanentmagneten und magnetisierbaren Gegenständen mithilfe des Modell der **Elementarmagneten** erklären.

6.2 Definition und Eigenschaften von Magnetpolen

Stabmagnete richten sich auf der Erdoberfläche immer gleich aus, wenn man sie **frei drehbar** lagert. Ein Ende zeigt nach Norden, das andere nach Süden. Wir definieren:

Definition der Magnetpole

Richtet sich ein Stabmagnet auf der Erdoberfläche frei aus, so nennen wir das Ende, welches nach Norden zeigt, den (magnetischen) **Nordpol** *des Magneten.*

Umgekehrt heisst das nach Süden zeigende Ende (magnetischer) **Südpol**.

Farbliche Kennzeichnung der Magnetpole (real und in Skizzen)

Farbig:	**Nordpole rot**, **Südpole grün**.
Schwarz-weiss:	**Nordpole weiss**, **Südpole grau**.

Zwischen Magnetpolen gibt es Kraftwirkungen, die du sicher schon selber beobachtet hast:

Das Kraftverhalten von Magnetpolen

1. *Gleichnamige Pole zweier Magnete stossen sich stets ab, ungleichnamige Pole ziehen sich gegenseitig an.*
2. *An den Polen eines Magneten sind diese magnetischen Kraftwirkungen stets am grössten, während sie in der Mitte des Magneten oder ganz generell bei zunehmender Entfernung zu den Polen schwächer sind.*

MERKEN SIE SICH: Magnetpole und elektrische Pole sind grundsätzlich verschieden!

Ein Nordpol hat <u>NICHTS</u> zu tun mit einem Pluspol oder einer positiven Ladung, ein Südpol <u>NICHTS</u> mit einem Minuspol oder einer negativen Ladung!!!

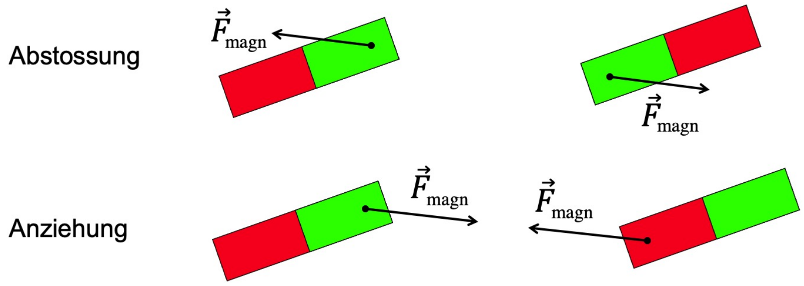


Abbildung 6.2: Kräfte zwischen Magnetpolen.

Nichtexistenz magnetischer Monopole

Eine ganz wesentliche Feststellung ist, dass wir Magnetpole nie allein antreffen. Jeder Magnet hat mindestens einen Süd- und mindestens einen Nordpol. Auch wenn wir einen Magneten aufspalten, so trennen wir dadurch nicht zwei Pole voneinander. Vielmehr entstehen bei diesem Vorgang zwei neue Pole, so dass die einzelnen Stücke wieder für sich vollständige Magneten sind. Die Physik nennt dies die **Nichtexistenz magnetischer Monopole**.[1]

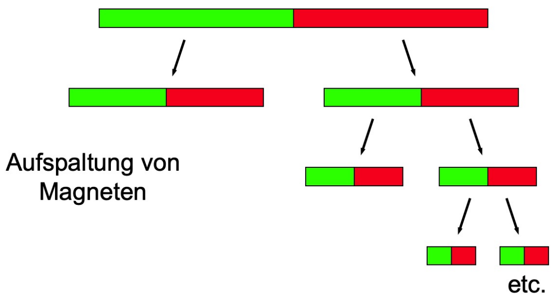


Abbildung 6.3: Jeder Bruchteil des ursprünglichen Magneten wird selber wieder zu einem vollständigen Magneten mit (mindestens) einem Nord- und einem Südpol.

Dieses "Pol-Vervielfachungsprinzip" funktioniert auch in der Gegenrichtung. Viele kleine Magneten können zu einem grossen zusammengesetzt werden. Von den Polen, die vorher an den einzelnen kleinen Magneten vorhanden waren, merkt man dann (fast) nichts mehr. Es gibt nur noch die beiden Endpole.

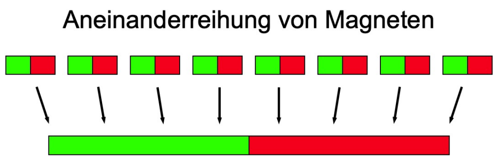


Abbildung 6.4: Bei der Aneinanderreihung mehrerer kleiner Magnete verschwinden deren Pole. Der neu entstehende Magnet hat nur noch Pole an seinen Enden.

[1]Die Abwesenheit magnetischer Monopole führt die klassische Physik darauf zurück, dass sämtlicher Magnetismus durch die Bewegung elektrischer Ladungen oder die Veränderung elektrischer Felder entsteht. In der Quantenphysik muss man zudem davon ausgehen, dass die einzelnen Elementarteilchen bereits für sich alleine als magnetische Dipole aufzufassen sind.

6.3 Magnetisierung

Manche Gegenstände sind selber nicht magnetisch, verfügen also von sich aus nicht über Magnetpole, nehmen aber durchaus an magnetischen Kraftwirkungen teil. Magnetknöpfe haften beispielsweise am Kühlschrank, obwohl dieser selber nicht magnetisch ist. Solche Gegenstände – Wandtafeln gehören z.B. auch dazu – nennt man **magnetisierbar**.

Generell lassen sich Alltagsgegenstände in drei Kategorien einteilen:

(Permanent-)Magnete: Solche Gegenstände weisen bereits ohne äussere Einflüsse magnetische Eigenschaften auf, d.h., es lassen sich fixe Magnetpole (mit all ihren Eigenschaften) feststellen.

Abstossende magnetische Kräfte lassen sich im Alltag nur zwischen zwei Permanentmagneten beobachten, deren gleichnamige Pole einander angenähert werden.

Magnetisierbare Gegenstände: Solche Gegenstände werden in der Nähe anderer Magneten selbst zu Magneten, d.h. sie bilden Magnetpole aus. Diesen Vorgang nennt man **Magnetisieren**. Magnetisierbare Gegenstände werden von anderen Magneten stets so magnetisiert, dass eine anziehende Kraftwirkung zu beobachten ist.[2]

Magnetismus tritt nur bei einer sehr kleinen Auswahl an Stoffen auf, nämlich bei **Eisen**, **Nickel**, **Cobalt**, **Legierungen dieser Metalle**, Gadolinium, Dysprosium, Erbium und ein paar sonstigen Verbindungen. Oberhalb einer von Material zu Material verschiedenen kritischen Temperatur (Curie-Temperatur) verschwindet der Ferromagnetismus.

Nicht magnetisierbare Gegenstände: Sie nehmen gar nicht an magnetischen Kraftwirkungen teil und beeinflussen auch nicht die magnetischen Kraftwirkungen zwischen anderen Gegenständen.[3]

Abbildung 6.5: Ein Magnet haftet am selbst eigentlich nicht magnetischen Kühlschrank.

[2]Nebenbei: Wir beschäftigen uns ausschliesslich mit dem **Ferromagnetismus (von lat. ferrum = Eisen)**. Er ist mit Abstand die stärkste und in der Regel die einzige in unserem Alltag wahrnehmbare Form von Magnetismus.
Neben dem Ferro- gibt es den **Para-** und den **Diamagnetismus**. Diese drei Formen von Magnetisierbarkeit sind auf den unterschiedlichen atomaren Aufbau der Stoffe zurückzuführen. Während ferro- und paramagnetische Gegenstände ein äusseres Magnetfeld verstärken, schwächen Diamagneten dieses ab.

[3]Z.B. ist ein Blatt Papier nicht magnetisierbar. Zwei Magneten können problemlos aneinander haften, auch wenn sich das Blatt Papier zwischen ihnen befindet.

6.4 Elementarmagnete

Der Magnetismus eines Stoffes hat seine Ursache in der Struktur der Elektronenhülle seiner Atome. Bereits die einzelnen Atome sind bei Eisen, Nickel, Cobalt, etc. also als kleine Magnetchen mit Nord- und Südpol anzusehen. Wir sprechen von **Elementarmagneten**.[4]

Der Magnetismus des einzelnen Atoms entsteht durch die Teilchen – Protonen, Neutronen, Elektronen, aus denen sich das Atom aufbaut. Diese besitzen einerseits jedes für sich bereits magnetische Eigenschaften (**Spin**), andererseits erzeugt die "Bewegung" der Elektronen um den Atomkern einen zusätzlichen Magnetismus (**Bahndrehimpuls**). Bei den meisten Atomen heben sich die magnetischen Wirkungen all dieser Teilchen gegenseitig auf, sodass das Atom insgesamt unmagnetisch erscheint. Nicht so bei den Atomen magnetisierbarer Stoffe. Und deshalb kann der Magnetismus dieser Stoffe auch makroskopisch wahrgenommen werden.

Näheres zum Magnetismus auf atomarer Grössenordnung erfährst du im Anhang C.

Erklärung der magnetischen Phänomene durch Elementarmagnete (vgl. Abb. 6.6)

Nicht-magnetisierter, aber magnetisierbarer Gegenstand: Die Elementarmagnete sind ungeordnet und besitzen keinerlei gemeinsame Ausrichtung.

Magnetisierter magnetisierbarer Gegenstand: Je stärker ein Gegenstand magnetisiert wird, umso mehr Elementarmagnete richten sich gleich aus.

(Permanent-)Magnete: Die meisten Elementarmagnete sind gleich ausgerichtet. Für die Atome ist dies energetisch günstiger, weshalb der Zustand so erhalten bleibt.

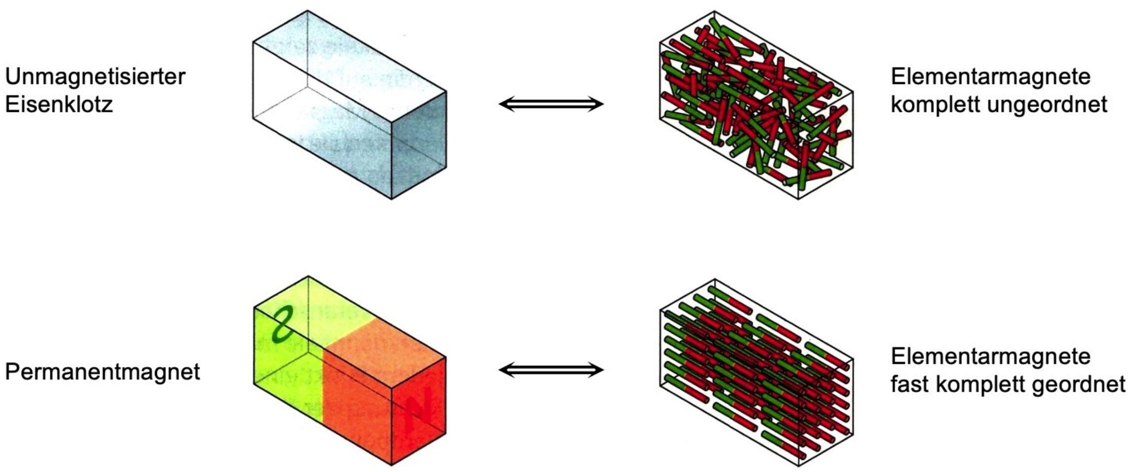


Abbildung 6.6: Das magnetische Verhalten von Magneten und magnetisierbaren Stoffen kann durch Elementarmagnete erklärt werden.

[4] Der Begriff **Elementarmagnet** wird je nach Quelle leicht verschieden verstanden. Manche bezeichnen damit einzelne Elektronen, andere verwenden ihn erst für ganze Atome oder für Gruppen von Atomen, die magnetisch gleich ausgerichtet sind (**Domänen**, vgl. Anhang C).

Kapitel 7

Das magnetische Feld ($\vec{B}$-Feld)

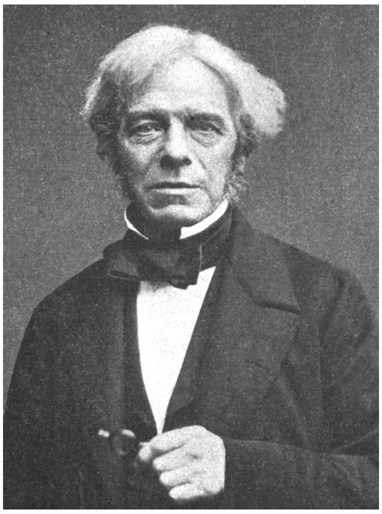


Abbildung 7.1: Michael Faraday (1791 – 1867) – als Erfinder des Feldkonzeptes für die Physik ein ganz besonders wichtiger Mann!

In diesem Kapitel begegnen wir dem Begriff **Feld** – resp. hier konkreter: **Magnetfeld** – im Rahmen der Physik offiziell zum ersten Mal, auch wenn wir schon früher z.B. vom Magnetfeld der Erde gehört haben und vielleicht auch schon andere Feldarten, wie z.B. das **elektrische** oder das **Gravitationsfeld** erwähnt wurden.

Das Konzept des "Feldes" geht auf den englischen Physiker **Michael Faraday** zurück, der sich in seiner Forschung ganz ausführlich der Untersuchung des Elektromagnetismus gewidmet hat. War er selber nicht unbedingt der allerbeste Mathematiker seiner Zeit, so gilt er bis heute aber als einer der bedeutendsten Experimentalphysiker. Mit seinen "Kraftlinien" resp. eben seiner neu entwickelten Vorstellung von Feldern konnte er physikalische Zusammenhänge zwar nicht formal fassen, lieferte dafür aber eine ungeheuer gute Idee für ein Denkmodell, das von seinen Zeitgenossen aufgenommen und sehr erfolgreich weiterentwickelt wurde.

Heute ist der Feldbegriff aus der Physik nicht mehr wegzudenken. Felder übernehmen die fundamentale Rolle der Kraftübermittlung. Zudem sind die verschiedenen Feldtypen offenbar miteinander verwandt: sie pflanzen sich nämlich alle mit Lichtgeschwindigkeit im Raum fort. Weiter ist es der theoretischen Physik anfangs des 20. Jahrhunderts gelungen, das elektrische und das magnetische Feld zu vereinheitlichen und sie lediglich als vom Bezugssystem abhängige Manifestationen ein und desselben Grundphänomens "Elektromagnetismus" darzustellen...

7.1 Lernziele zum Kapitel 7

- Ich kann das Konzept des **Magnetfeldes** (= $\vec{B}$-Feld) an einem einfachen Beispiel erläutern, z.B. mittels der Ausrichtung von Kompassnadeln in der Nähe eines Magneten: der Magnet erzeugt das Feld, in welchem sich die Kompassnadeln ausrichten.

- Ich kann erklären, wie ein **Eisenfeilspanbild** zustande kommt, und weiss, dass die Linien in einem **Feldlinienbild** in etwa den Eisenfeilspansträngen entsprechen.

- Ich weiss, dass die Richtung eines **Magnetfeldes** mit einer **Magnaprobe** (= kleine, frei drehbare Kompassnadel) ermittelt werden kann. An jedem beliebigen ist die Richtung des Magnetfeldes resp. der dortigen Feldlinie durch die Richtung gegeben, in welche der Nordpol der Magnaprobe zeigt.

- Ich weiss, dass die **Feldliniendichte** ein Mass für die Stärke des Magnetfeldes ist.

- Ich kann erklären, was man unter einem **homogenen** $\vec{B}$-Feld versteht und wie dessen Feldlinienbild aussieht.

- Ich erkenne eine **magnetisch anziehende Kraftsituation** daran, dass es gemeinsame Feldlinien zwischen den sich anziehenden Gegenständen gibt.

  Umgekehrt erkenne ich eine **magnetisch abstossende Kraftsituation** daran, dass es keine gemeinsamen Feldlinien zwischen den sich abstossenden Gegenständen gibt.

- Im Speziellen kenne ich die **Feldlinienbilder** um einen **Stabmagneten**, um einen **Hufeisenmagneten** und um die **Erde**. Diese Feldlinienbilder kann ich rasch skizzieren.

- Ich weiss, dass ich mir Feldlinienbilder **dreidimensional** vorstellen muss, denn das Magnetfeld ist schliesslich ein **Raumgebiet** mit magnetischen Eigenschaften.

- Ich weiss, dass die Feldlinien eines Magnetfeldes stets **geschlossene Kurven** sind. Bei Permanentmagneten und magnetisierbaren Gegenständen führen die Feldlinien im Innern von einem Süd- zu einem Nordpol.

Abbildung 7.2: Die Magnaprobe – ein kleines, im dreidimensionalen Raum frei drehbares Stabmagnetchen. Dieser 3D-Mini-Kompass ist das richtige Instrument zur Ermittlung der Richtung eines Magnetfeldes!

7.2 Einführung des Feldbegriffes

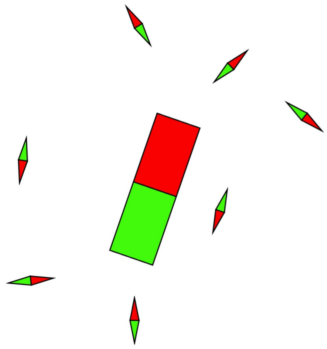


Abbildung 7.3: Kompassnadeln richten sich in der Nähe eines grösseren Magneten aus.

Kompassnadeln richten sich in der Nähe eines grösseren Magneten aus (vgl. Abb. 7.3). Klar: zwischen den gleichnamigen Polen des grossen Magneten und einer Kompassnadel herrscht Abstossung und zwischen den ungleichnamigen Polen Anziehung. Je nach Distanz zwischen den Polen sind diese Kräfte stärker oder schwächer – und so lässt sich die Ausrichtung der Kompassnadeln erklären.[1]

Daneben gibt es aber auch noch ein zweites, durchaus gleichwertiges Konzept, wie die Ausrichtung der Kompassnadeln um den Magneten erklärt werden kann. Es geht um die Idee des **magnetischen Feldes**:

> **Vorüberlegung**
>
> *Ein Magnet verändert die magnetischen Eigenschaften des physikalischen Raumes um ihn herum. Er verändert also die "magnetischen Bedingungen" in seiner Umgebung. Diese magnetischen Eigenschaften des Raumes erzeugen dann die Kräfte auf andere Magnete und magnetisierbare Gegenstände.*
>
> **Definition des magnetischen Feldes (= $\vec{B}$-Feld)**
>
> *Ein Raumgebiet mit solchen magnetischen Eigenschaften bezeichnet man als* **magnetisches Feld**, **Magnetfeld** *oder einfach als* **$\vec{B}$-Feld**.

In Abb. 7.3 erzeugt der grosse Magnet um sich das Magnetfeld, in welchem sich dann die einzelnen Kompassnadeln ausrichten.

Weshalb diese "komplizierte" Erklärung, wo man diese Ausrichtung doch auch direkt und irgendwie anschaulicher mit anziehenden und abstossenden magnetischen Kräften zwischen Magnetpolen erklären kann? Antwort: Bald werden wir magnetische Kräfte zwischen Gegenständen untersuchen, an denen gar keine Magnetpole vorhanden sind. Ja, das gibt es! Ein Beispiel dafür ist ein stromdurchflossener Metalldraht.[2] D.h., es gibt Magnetfelder, die eben nicht von den magnetischen Polen eines Permanentmagneten herrühren.

[1] Wir gehen davon aus, dass die Kompassnadeln extrem schwach magnetisch sind, so dass sie sich gegenseitig nicht beeinflussen.

[2] Noch später wird sich herausstellen, dass sich ein sich veränderndes Magnetfeld, gekoppelt an ein sich ebenso veränderndes elektrisches Feld, sogar völlig unabhängig von irgendwelchen Gegenständen im Raum fortbewegen kann. Auf diese Weise erklärt die Elektrizitätslehre nämlich das Phänomen **Licht**. Licht ist eine elektromagnetische Welle, also eben ein mit einem elektrischen Feld gekoppeltes B-Feld, das sich im Raum fortpflanzt.

7.3 Magnetische Feldlinienbilder

Wie ist man eigentich auf die Idee eines Feldes gekommen? Dieses Konzept geht auf den Engländer **Michael Faraday** zurück, welcher die Ausrichtung der Kompassnadeln in Abb. 7.3 in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts auf sogenannte Kraftlinien zurückführte. Diese Linien durchziehen den Raum und jede frei drehbare Kompassnadel (= **Magnaprobe**) wird sich **tangential** an ihnen ausrichten. Die Faraday'schen Kraftlinien – wir nennen sie **Feldlinien** – lassen sich in einem Versuch näherungsweise sichtbar machen.

In Abb. 7.3 wurden lediglich sieben Kompassnadeln rund um den grossen Magneten positioniert. Diese Zahl lässt sich ungemein erhöhen, wenn man anstelle einzelner Kompassnadeln **Eisenfeilspäne**, also kleine Eisenstückchen, in die Umgebung des Magneten gibt. Diese werden magnetisiert und dadurch selber zu kleinen Magnetchen, welche sich ausrichten und sich teilweise zu Ketten aneinanderhängen. Diese Ketten verlaufen längs der Feldlinien.

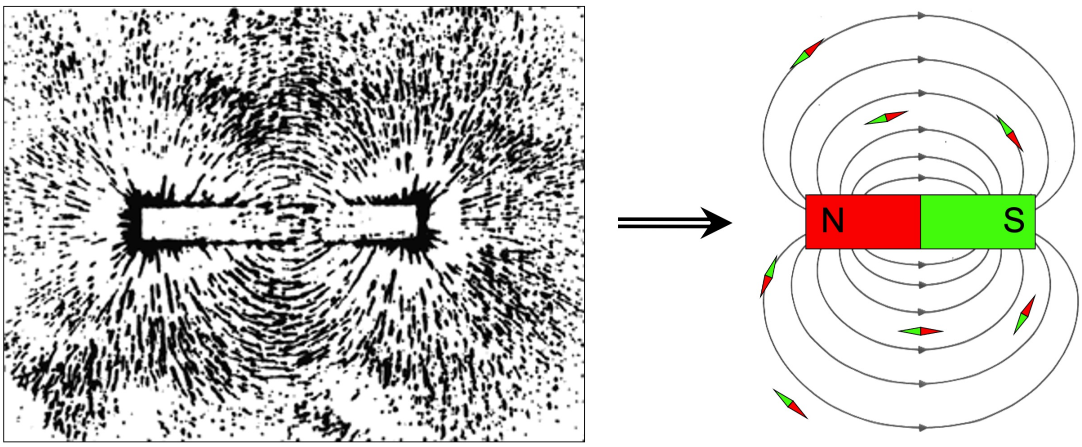


Abbildung 7.4: Links: Eisenfeilspäne um einen Stabmagneten. Die Idee der Feldlinien und der Ursprung des Feldkonzepts werden sichtbar.
Rechts: Das gleiche Magnetfeld im Feldlinienbild. Magnaproben (= kleine Kompassnadeln) richten sich stets tangential zu den Feldlinien aus. Ihr Nordpol definiert die Feldlinienrichtung.

In einem Eisenfeilspanbild wird die "Gestalt" eines Magnetfeldes sichtbar. Allerdings ist so ein Eisenfeilspanbild eher unpraktisch, weil es sich schlecht skizzieren lässt. Man vereinfacht es deshalb und zeichnet nur noch einzelne Linien, welche ausgewählten Eisenfeilspanketten folgen. So gelangt man zu einem **Feldlinienbild**.

Wichtige Anmerkungen zu Feldlinienbildern von Magnetfeldern

- Eine im dreidimensionalen Raum frei drehbare Kompassnadel resp. eben eine **Magnaprobe** (vgl. Abb. 7.2) erlaubt die Richtungsbestimmung des Magnetfeldes. Die Magnaprobe richtet sich stets **tangential** zu den Feldlinien in ihrer Nähe aus. Weiter definieren wir:

Definition der Magnetfeld- resp. Feldlinienrichtung

Jede Feldlinie wird mit einem Richtungspfeil versehen. Diese **Magnetfeld-** *oder* **Feldlinienrichtung** *ist an jedem Ort gegeben durch die Richtung, in welche die Nordspitze einer Magnaprobe dort zeigt.*

- Die **Feldliniendichte** gibt Auskunft über die **Stärke des Magnetfeldes**. Z.B. wird so ersichtlich, dass das Magnetfeld an den Polen eines Magneten am stärksten ist.

- Ein Magnetfeld, welches überall gleich stark ist und in die gleiche Richtung zeigt, bezeichnet man als **homogenes Feld** ($\Rightarrow$ parallele Feldlinien mit konstanter Feldliniendichte).

- Wird das Magnetfeld durch mehrere Magneten oder auch magnetsierbare Gegenstände erzeugt, so entsteht ein kombiniertes Feldlinienbild um alle Gegenstände. Die Richtung der Feldlinien und damit das Aussehen des Feldlinienbildes lässt sich aber immer noch mit einer Kompassnadel austesten.

  Die Hinzugabe oder Wegnahme eines Magneten oder magnetisierbaren Gegenstandes verändert das Magnetfeld und damit auch sein Feldlinienbild.[3]

- Ziehen sich zwei Gegenstände aufgrund einer magnetischen Kraftwirkung an, so verlaufen die Feldlinien des gemeinsam gebildeten Magnetfeldes vom einen zum anderen Gegenstand und umgekehrt. Stossen sich zwei Gegenstände ab, so haben sie kaum gemeinsame Feldlinien. Die Feldlinien "drücken sich voneinander weg".

- Feldlinienbilder muss man sich eigentlich **dreidimensional** vorstellen. Das Magnetfeld besteht ja nicht nur in der Ebene, in welche die Eisenfeilspäne gestreut wurden.

- Abb. 7.5 zeigt das typische Feldlinienbild eines Hufeisenmagneten. Speziell daran ist, dass das B-Feld in seinem Innenraum in guter Näherung homogen ist.

- Abb. 7.6 zeigt das Magnetfeld der Erde in einem Querschnitt. Man erkennt deutlich, dass die Feldlinien auf der Höhe von Europa nicht parallel zur Erdoberfläche verlaufen, sondern bereits relativ steil in den Boden hineinstechen.

  Kompassnadeln, die sich auch vertikal frei ausrichten können, zeigen deshalb mit ihrem Nordpol nach Norden, aber gleichzeitig auch steil nach unten.

- Magnetfeldlinien verlaufen ausserhalb im Aussenraum von Permanentmagneten oder magnetisierbaren Gegenständen stets von Nord- zu Südpolen.

  Das Magnetfeld existiert aber auch im Innern dieser Gegenstände und verläuft dort umgekehrt vom Süd- zum Nordpol. Tatsächlich gilt:

  Sämtliche Feldlinien von Magnetfeldern sind geschlossene Kurven. Die Feldlinien von Permanentmagneten schliessen sich also im Innern der Gegenstände!

  Diese Feststellung ist im Einklang mit der **Nichtexistenz magnetischer Monopole.**

  Abb. 7.7 zeigt die Feldlinien im Innern eines Stabmagneten. Auch dort dürfen sie sich nicht schneiden.

- Wie du an der Schreibweise $\vec{B}$ bemerkt hast, ist das Magnetfeld ein sogenanntes **Vektorfeld**. Das bedeutet, jedem Ort $\vec{r}$ im Raum kann ein Vektor $\vec{B}(\vec{r})$ ("B von r") zugeordnet werden. Dessen Betrag B steht für die Stärke des Magnetfeldes an diesem Ort und seine Richtung steht offensichtlich für die dortige Magnetfeldrichtung.

  Wir werden nur selten mit dem Magnetfeld als mathematischer Vektor $\vec{B}$ arbeiten. Viel häufiger unterscheiden wir einfach zwischen der Richtung und dem Betrag des Magnetfeldes. In den meisten Rechnungen verwenden wir also nur den Betrag B.

[3] Eine Magnetnadel verhält sich ja auch anders, wenn ein weiterer Magnet in ihre Nähe gebracht wird. Aus diesem Grund müssen übrigens die Kompassnadeln, mit welchen wir ein Feld austesten, selber möglichst schwach sein. Sonst würden sie ja das Feld selber deutlich verändern.

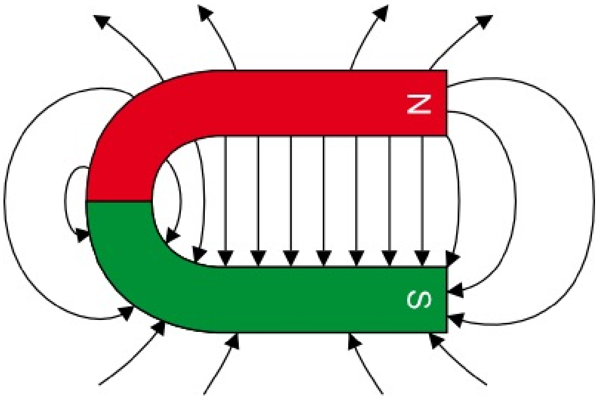


Abbildung 7.5: Das Feldlinienbild eines Hufeisenmagneten. Das Feld im Innenraum des Hufeisenmagneten ist in guter Näherung homogen.

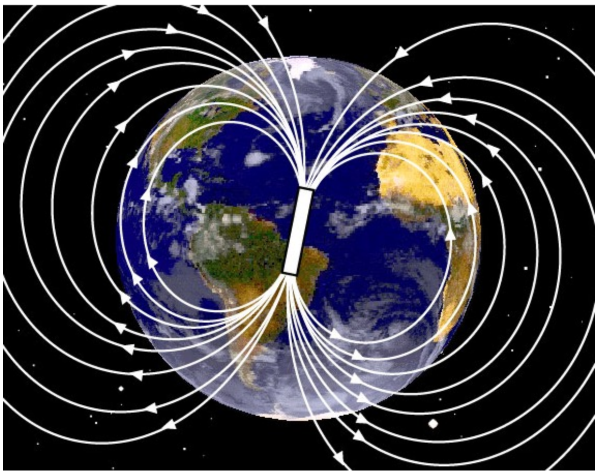


Abbildung 7.6: Das Erdmagnetfeld. Die Feldlinien verlaufen vom geographischen Süden in den geographischen Norden.

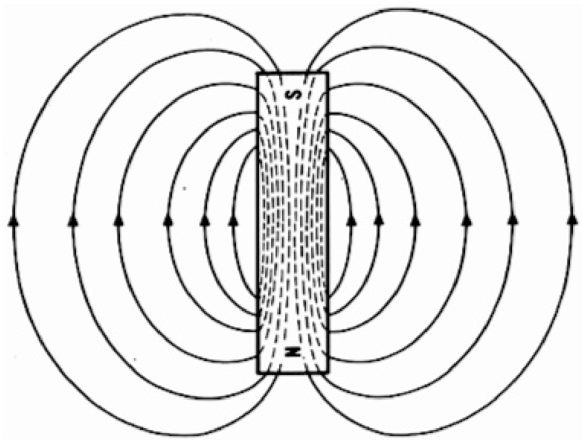


Abbildung 7.7: Die Feldlinien schliessen sich im Innern des Stabmagneten. Dort führt das Magnetfeld – anders als im Aussenraum – vom Süd- zum Nordpol.

Kapitel 8

Oersteds Erkenntnis: Ströme erzeugen Magnetfelder

Im Jahre 1819 beobachtete der dänische Physiker **Hans Christian Oersted** (vgl. Abb. 8.1), dass sich Kompassnadeln ausrichten, wenn in ihrer Nähe ein elektrischer Strom fliesst. Dies war der erste Anhaltspunkt für einen fundamentalen Zusammenhang zwischen Elektrizität und Magnetismus. Oersted folgerte sofort, dass elektrische Ströme eine Ursache für das Auftreten von Magnetfeldern sind. Jeder elektrische Strom erzeugt in seiner Umgebung ein Magnetfeld.

Oersteds Entdeckung war der Auslöser für eine rasende Entwicklung in allen europäischen Forschungslabors der damaligen Zeit. Sie führt dazu, dass die klassische Elektrizitätslehre nur gerade 50 Jahre später komplett formuliert und vorläufig abgeschlossen war.

8.1 Lernziele zum Kapitel 8

- Ich weiss, dass die Feldstärke eines Magnetfeldes als **magnetische Flussdichte** $\vec{B}$ bezeichnet wird, dass die SI-Einheit dazu das **Tesla** T ist, und dass ihr Wert innerhalb eines Magnetfeldes von Ort zu Ort variiert, wenn dieses nicht homogen ist.

- Ich kenne den ungefähren Wert der Flussdichte der **Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes** in Zürich, nämlich $B_{\text{Erde,horizontal}} \approx 20\,\mu\mathrm{T}$.

- Ich kann die Richtung des Magnetfeldes um stromdurchflossene Leiteranordnungen mit Hilfe der **Rechten-Hand-Regel (RHR)** ermitteln und umgekehrt bei bekannter Magnetfeldrichtung auf die Stromrichtung zurückschliessen.

- Ich weiss, dass der Betrag einer durch einen Strom hervorgerufenen **magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ stets proportional zur Stromstärke I** ist.

- Ich weiss, dass die **Berechnung der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ aus der Stromstärke I im Allgemeinen kompliziert** ist, dass sie sich aber bei geometrisch einfachen Anordnungen auf relativ einfache Formeln reduziert.

- In den folgenden Fällen kann ich den formalen Zusammenhang zwischen Stromstärke I und magnetischer Flussdichte B anwenden: bei **langen, geraden Drähten** (8.1), bei **Schlaufen** und **Spulen** (8.2), sowie bei **Helmholtz-Spulenpaaren** (8.3).

- Ohne lange zu überlegen kann ich das **Feldlinienbild um einen langen, geraden Draht** zeichnen. Es besteht aus **konzentrischen Kreisen** rund um den stromführenden Draht.

- Als spezielles Feldlinienbild ist mir zudem das **Dipolfeld** ein Begriff. Ich weiss, dass sowohl **Stabmagnete**, wie auch **Schlaufen** und **Spulen** diesen Feldtyp erzeugen.

- Ich weiss, dass im Innern eines **Helmholtz-Spulenpaares** ein **homogenes Magnetfeld** vorhanden ist, weshalb solche Spulenpaare für Experimente besonders wichtig sind.

8.2 Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$

Magnetfelder sind in der Regel inhomogen. D.h., ein Magnetfeld ist von Ort zu Ort verschieden stark und verschieden ausgerichtet. So gibt es an jedem Ort $\vec{r}$ einen Vektor $\vec{B}(\vec{r})$, dessen Richtung für die Richtung des Magnetfeldes steht und dessen Betrag $B = |\vec{B}|$ die Stärke des Magnetfeldes beschreibt. Aus historischen Gründen wird $\vec{B}$ als **magnetische Flussdichte** bezeichnet. Wir werden aber oft auch einfach von der **magnetischen Feldstärke** $\vec{B}$ sprechen.

Im Feldlinienbild entsprechen verschieden starke Feldstärken unterschiedlichen Feldliniendichten. Z.B. sieht man im Feldlinienbild um einen Stabmagneten sehr schön, dass das Feld in der Nähe der Pole am stärksten ist (vgl. Abb. 7.4 auf Seite 55).

Erst nach der Behandlung der Lorentzkraft in Kapitel 9 können wir nachvollziehen, wie man diese Flussdichte definiert (vgl. Anhang D). Im Moment müssen wir vor allem wissen, wie man sie angibt. Die zugehörige SI-Grundeinheit wurde nach dem kroatischen Physiker, Elektroingenieur und Erfinder **Nikola Tesla** (Abb. 8.1) benannt:

$$[\,B\,] = \text{Tesla} = \text{T}$$

Hier ein paar typische Werte magnetischer Flussdichten als Referenz:[1]

Quelle/Ort	Feldstärke B
Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes (Zürich)	$21.3\,\mu\text{T}$
Stärkste Magnete und Spulen im Schulzimmer	bis einige $10\,\text{mT}$
Magnet-Resonanz-Imaging (MRI) Zürich (ETH/Unispital)	bis $7\,\text{T}$
CERN, Large Hadron Collider (LHC), ab 2008	bis $9\,\text{T}$
Stärkstes künstliches Magnetfeld (auf sehr kleinem Raum!)	$34\,\text{kT}$
In einem typischen Sonnenflecken	bis $0.25\,\text{T}$
Magnetfeld eines typischen Neutronensterns	ca. $10^8\,\text{T}$
Magnetar (Neutronenstern mit extrem starken Magnetfeld)	ca. $10^{11}\,\text{T}$

[1] Das Tesla ist eine relativ grosse Einheit. Die meisten alltäglichen magnetischen Flussdichten sind deutlich kleiner als ein Tesla. Deshalb wird oft eine ältere und und eben kleinere Einheit, das **Gauss**, verwendet.

Diese Einheit geht auf **Carl Friedrich Gauss** (Abb. 8.1) zurück. Er ist zwar eher bekannt für seine diversen mathematischen Arbeiten, aber auch auf dem Gebiet der Physik war er erfolgreich tätig. Z.B. erfand er 1833 die erste Form der Telegraphie über eine Drahtleitung. Es gilt:

$$1\,\text{Gauss} := 10^{-4}\,\text{Tesla}$$

Abbildung 8.1: Hans Christian Oersted (1777 – 1851), Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) und Nikola Tesla (1856 – 1943).

8.3 Die Rechte-Hand-Regel (RHR)

Oersted selbst untersuchte das magnetische Feld um einen langen geraden elektrischen Leiter. Es wird ein Magnetfeld erzeugt, dessen Feldlinien den Leiter ringförmig umgeben (Abb. 8.2). Dabei gilt:

> **Rechte-Hand-Regel (RHR)**
> *Umfasst die rechte Hand den stromdurchflossenen Leiter und zeigt der Daumen in die Richtung des elektrischen Stromes, so weisen die gekrümmten Finger in die Feldlinienrichtung des Magnetfeldes.*

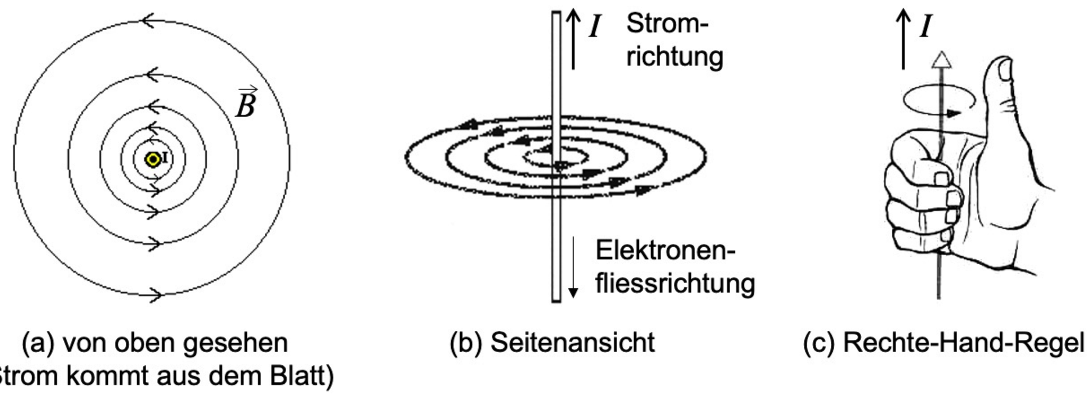


Abbildung 8.2: Das Magnetfeld um einen langen geraden stromdurchflossenen Leiter.
(a) und (b): Die Magnetfeldlinien sind konzentrische Kreise um den Leiter.
(c): Mit der RHR lässt sich aus der Stromrichtung die Feldlinienrichtung bestimmen.

8.4 Flussdichten um verschiedene Leiteranordnungen

Wenn wir von **Leiteranordnungen** sprechen, so meinen wir Drähte, Spulen, Kombinationen von Spulen, etc. – im Prinzip beliebig komplizierte Anordnungen elektrischer Leiter. Fliesst Strom durch eine solche Leiteranordnung, so wird ein Magnetfeld erzeugt, welches je nach Ort verschieden gerichtet und verschieden stark ist:

- **Ausrichtung:** Die Richtung des Magnetfeldes um einen stromdurchflossenen Leiter lässt sich qualitativ mit der RHR verstehen (vgl. Abb. 8.2).

- **Flussdichte (Feldstärke):** Die Mathematik, die man an der Hochschule im ersten Studienjahr (Mathematik oder Physik) kennenlernt, erlaubt im Prinzip die Berechnung der Flussdichten bei beliebigen Anordnungen. Wir können uns an dieser Stelle nicht mit dieser Mathematik auseinandersetzen. Vielmehr soll es genügen, drei häufig vorkommende Leiteranordnungen herauszupicken und die zugehörigen Resultate (Formeln (8.1), (8.2) und (8.3)) bei Bedarf einfach anzuwenden.

  Allen Anordnungen ist gemein, dass der Betrag der erzeugten magnetischen Flussdichte B proportional zur Stärke I des fliessenden Stromes ist:

  $$B \sim I$$

  In all diesen Formeln tritt zudem eine neue physikalische Konstante auf, welche eben genau damit zu tun hat, dass wir magnetische Flussdichten aus Strömen berechnen. Es handelt sich um die **magnetische Feldkonstante** μ_0 mit einem universellen Wert von:

  $$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$$

Anordnung 1: (Unendlich) langer gerader Draht

Hierbei handelt es sich um die Stromanordnung aus Abb. 8.2 von Seite 60. Die folgende Formel stimmt ganz exakt nur für unendlich lange und unendlich dünne Leiter. Wir machen aber keinen grossen Fehler, solange der Abstand r, für welchen wir die Flussdichte B berechnen möchten, deutlich kleiner ist als die Länge und deutlich grösser als die Dicke des Leiters.

Flussdichte um einen geraden Leiter

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \tag{8.1}$$

B = *Magnetische Flussdichte im Abstand* r *vom Leiter*

I = *Stromstärke im Leiter*

r = *Abstand zum Leiter*

Wie wir der Formel entnehmen, nimmt die Flussdichte mit zunehmendem Abstand vom Leiter ab ($B \sim \frac{1}{r}$).

Anordnung 2: Schlaufen und Spulen

Wie lässt sich bei vorgegebener Stromstärke ein besonders starkes Magnetfeld herstellen? Die Antwort ist klar: die magnetische Flussdichte wird besonders gross, wenn die Leiteranordnung den Strom so führt, dass er an einem bestimmten Ort "mehrfach mithilft" das Feld aufzubauen. Schlaufen resp. Spulen (= Mehrfachschlaufen) sind die perfekte Umsetzung dieser Idee.

Schlaufen und Spulen erzeugen **Dipolfelder** – wie Stabmagnete! Wir können daher einer Schlaufe oder Spule einen Nord- und einen Südpol zuordnen: auf der Seite, wo die Feldlinien herauskommen, besitzen sie ihren magnetischen Nordpol (vgl. Abb. 8.3 oben links).

Flussdichte im Innern einer stromdurchflossenen Spule

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{\sqrt{l^2 + d^2}} \tag{8.2}$$

B = *Magnetische Flussdichte im Spuleninnern*
(ganz exakt eigentlich nur in der Spulenmitte)

N = *Windungszahl* = *Anzahl Windungen der Spule*

l = *Länge der Spule*

d = *Durchmesser der Spule*

Um die Feldstärke in der Mitte einer einzelnen Leiterschlaufe zu ermitteln, muss $N = 1$ und $l = 0$ gesetzt werden.

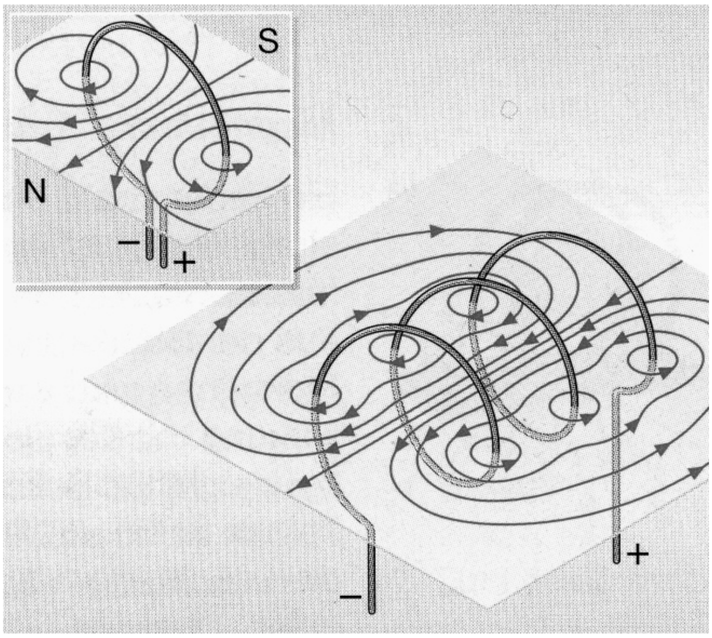


Abbildung 8.3: Das Magnetfeld um eine einzelne Leiterschlaufe (links oben) wird bei einer Spule mehrmals hintereinander erzeugt. Daher ist die Flussdichte in einer Spule proportional zur Windungszahl N. In beiden Fällen ergibt sich im Aussenraum ein typisches Dipolfeld, wie wir es vom Stabmagneten her kennen (vgl. Abb. 7.4 auf Seite 55). Schlaufen und Spulen besitzen also magnetische Pole! Die Richtung der Feldlinien kann man mit der RHR ermitteln, indem man mit dem Daumen den Windungen vom + nach – nachfährt.

Anordnung 3: Das Helmholtz-Spulenpaar

Als weitere spezielle Leiteranordnung sei hier das **Helmholtz-Spulenpaar** angeführt. Dieses ist vor allem für Experimente wichtig, da es in ihrem gut zugänglichen Innenraum ein nahezu **homogenes Magnetfeld** erzeugt, in welchem Versuche aufgebaut werden können.

Das Spezielle an der Helmholtz'schen Spulenanordnung ist, dass der Abstand R zwischen den beiden Spulen gerade so gross ist wie der Radius R einer Spule.

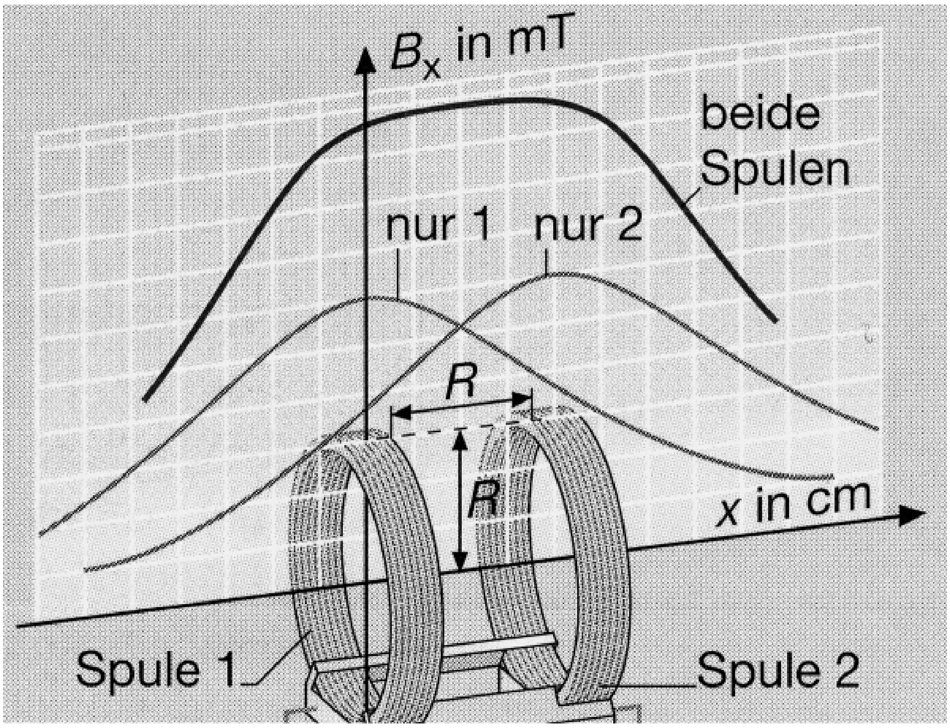


Abbildung 8.4: Bei einem Helmholtz-Spulenpaar werden zwei Spulenringe mit Radius R in eben diesem Abstand R voneinander parallel angeordnet.
Die Graphik zeigt die axialen Verläufe der magnetischen Flussdichten, wenn Spule 1 oder Spule 2 separat betrieben werden. Fliesst durch beide Spulen dieselbe Stromstärke, so ergibt sich die aufsummierte Flussdichte beider Spulen. Diese ist im gesamten Innenraum des Helmoltzspulenpaares praktisch konstant. D.h., es liegt ein in guter Näherung homogenes Feld vor.

Flussdichte in einem Helmholtz-Spulenpaar

$$B = \underbrace{\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}}_{\approx 0.716} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R} \tag{8.3}$$

$B =$ *Magnetische Flussdichte im Innenraum des Spulenpaares*
$N =$ *Windungszahl einer Spule*
$R =$ *Abstand und Radius der beiden Spulen*

Bei Berechnungen dürfen wir direkt den ungefähren Wert von 0.716 anstelle des exakten Ausdrucks $\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$ einsetzen.

Kapitel 9

Die Lorentzkraft $\vec{F}_{\mathrm{L}}$

Im Kapitel 8 wurde gezeigt, wie ein elektrischer Strom in seiner Umgebung ein Magnetfeld erzeugt (Oersted, RHR). Dabei scheint es sich um eine Grundgesetzmässigkeit der Natur zu handeln: sich bewegende elektrische Ladungen haben magnetische Eigenschaften. Warum das so ist, kann die Naturwissenschaft nicht näher begründen. Warum die Naturgesetze gerade so sind, wie sie zu sein scheinen, darauf haben wir letztlich keine Antwort.[1]

In diesem Kapitel wird eine weitere fundamentale Grundgesetzmässigkeit der Elektrizitätslehre vorgestellt:

> *Ein von einem elektrischen Strom durchflossener Leiter erfährt in einem Magnetfeld eine Kraft. Wir bezeichnen sie als* **Lorentzkraft** $\vec{F}_{\mathrm{L}}$.

Ströme erzeugen also selber Magnetfelder und erfahren umgekehrt in Magnetfeldern auch Kräfte. D.h., zwischen zwei stromdurchflossenen elektrischen Leitern müssen Kraftwirkungen zu beobachten sein: Der eine Leiter erfährt im Magnetfeld des anderen eine Lorentzkraft.

Diese Tatsache zieht das SI, also das metrische Einheitensystem, zur Definition der Stromstärkeneinheit **Ampere** heran: Je stärker die beiden Ströme sind, desto stärker ist die Kraftwirkung zwischen ihnen. Bei einer bestimmten Stärke der Kraft bezeichnet man die Stromstärke als 1 Ampere (vgl. Abschnitt 9.4 auf Seite 68).

9.1 Lernziele zum Kapitel 9

- Ich weiss, welches die **notwendigen Voraussetzungen für eine Lorentzkraft** $\vec{F}_{\mathrm{L}}$ sind: ein elektrischer Strom erfährt eine Lorentzkraft, wenn er durch ein Magnetfeld fliesst.

- Ich kann die **Drei-Finger-Regel (3FR)** anwenden. D.h., ich kann die Richtungen von Strom, Magnetfeld und Lorentzkraft zueinander in Beziehung setzen und weiss, dass Letztere stets senkrecht zu den beiden anderen steht.

- Ich weiss, dass der **Betrag F_{L} der Lorentzkraft** durch Gleichung (9.1) gegeben ist und kann diese Beziehung in Berechnungen anwenden. Die darin enthaltenen Abhängigkeiten sind mir bewusst: F_{L} ist proportional zur Stromstärke I und zur magnetischen Flussdichte B, zudem ist der Winkel φ zwischen Strom- und Magnetfeldrichtung von Bedeutung (für $\varphi = 0°$ verschwindet F_{L}, für $\varphi = 90°$ ist F_{L} maximal).

[1] Deshalb muss sich die Naturwissenschaft darauf beschränken, die Funktionsweise der Natur möglichst genau zu beschreiben.

- Ich bin in der Lage, die **Definition des Amperes A**, also der SI-Einheit der elektrischen Stromstärke I, aufgrund der elektromagnetischen Kraftwirkung zwischen zwei parallel verlaufenden Leiter zu erläutern. In diesem Zusammenhang kann ich zudem erklären, weshalb die **magnetische Feldkonstante** den Wert $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ aufweisen muss.

- Mit Hilfe der Lorentzkraft resp. der Drei-Finger-Regel bin ich in der Lage, die **Funktionsweisen** eines **Elektromotors**, eines **Drehspulamperemeters** und eines **dynamischen Lautsprechers** zu erläutern, sowie die abstossende resp. anziehende Kraftwirkung **zwischen zwei parallel** resp. **antiparallel fliessenden Strömen** zu erklären.

9.2 Qualitative Beschreibung der Lorentzkraft

An einer **Leiterschaukel** (Abb. 9.1) lässt sich die sogenannte **Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$ leicht beobachten und studieren. Wir halten fest:

> **Wann beobachtet man eine Lorentzkraft?**
>
> *Befindet sich ein* **stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld***, so erfährt er eine* **Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$.

Die Lorentzkraft ist, wie die **Coulombkraft**, eine Kraftart, die an die Materieeigenschaft **"elektrische Ladung"** gekoppelt ist. Die Physik kann die Existenz dieser **fundamentalen Fernwirkungskräfte** nicht erklären, sie kann lediglich beschreiben, wie sie wirken.[2]

Die Drei-Finger-Regel zur Lorentzkraft (3FR)

Die Richtung des technischen Stromes $\vec{I}$, die Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$ und die Richtung der Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$ bilden ein sogenanntes **Rechtssystem** (Dreibein). Nur der Winkel φ (gr. *phi*) zwischen der Strom- und der Magnetfeldrichtung kann verschieden von 90° sein. Diesen Sachverhalt kann man sich anhand der folgenden Regel merken. Er wird in Abb. 9.2 veranschaulicht.

> **Die Drei-Finger-Regel (3FR)**
>
> *Unter Verwendung der* **rechten Hand** *gilt:*
>
> *Zeigt der* **Daumen in Stromrichtung** *und der* **Zeigefinger in die Richtung des Magnetfeldes***, so gibt der senkrecht zu den andern beiden Fingern auszurichtende* **Mittelfinger** *die Richtung der* **Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$ *an.*
>
> *Falls die Stromrichtung genau* **parallel** *oder* **antiparallel** *zur Richtung des Magnetfeldes verläuft, verschwindet die Lorentzkraft (Daumen und Zeigefinger parallel resp. antiparallel $\Rightarrow$ Mittelfinger nicht eindeutig ausrichtbar).*
>
> *Kurz: Daumen* $\widehat{=}\ \vec{I}$ *und Zeigefinger* $\widehat{=}\ \vec{B}$ $\Rightarrow$ *Mittelfinger* $\widehat{=}\ \vec{F}_\mathrm{L}$

[2] Bei diesen Fernwirkungskräften braucht es keinen direkten Kontakt zwischen den wechselwirkenden Körpern. Bei der Beschreibung der Kraftvermittlung wird deshalb mit **Feldern** gearbeitet!

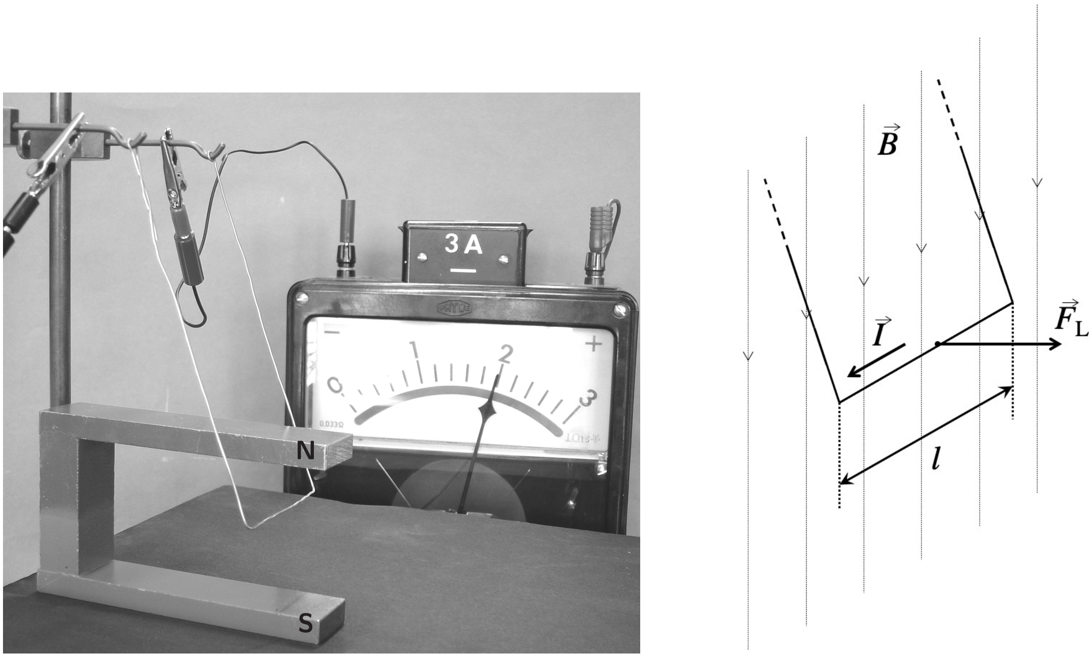


Abbildung 9.1: Die Leiterschaukel erfährt eine Lorentzkraft, welche stets senkrecht zur Stromrichtung und zur Richtung der Feldlinien steht. Der Draht wird nach rechts ausgelenkt.

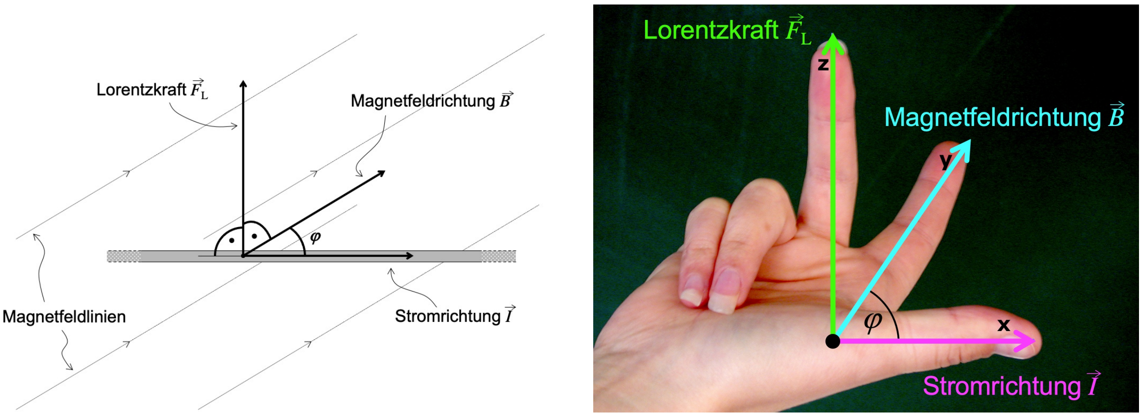


Abbildung 9.2: Die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ (Mittelfinger) steht stets senkrecht zur Stromrichtung $\vec{I}$ (Daumen) und zur Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$ (Zeigefinger). Die Vektoren $\vec{I}$ und $\vec{B}$ spannen eine Ebene auf, zu welcher die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ stets senkrecht steht.

9.3 Der Betrag der Lorentzkraft

Im vorigen Abschnitt wurde qualitativ erläutert, unter welcher Voraussetzung eine Lorentzkraft auftritt und wie ihre Richtung bestimmt wird. Nun geht es ums Quantitative, also um die Berechnung des Kraftbetrages.

Betrachte nochmals die Leiterschaukel in Abb. 9.1. Ein gerades Drahtstück der Länge l wird in das Magnetfeld (Flussdichte $\vec{B}$) eines Hufeisenmagneten gehalten. Die Feldlinien verlaufen im Innern des Hufeisenmagneten nach unten (Nordpol oben, Südpol unten). Im Draht fliesst die Stromstärke I. Die Stromrichtung verläuft von hinten nach vorne. In dieser Situation erfährt das Drahtstück eine Lorentzkraft $\vec{F}_\text{L}$ nach rechts (3FR). Für den Betrag dieser Kraft gilt:

Betrag der Lorentzkraft auf einen geraden Leiterabschnitt

In einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B erfährt ein gerader Leiterabschnitt der Länge l, in welchem ein Strom der Stärke I fliesst, die **Lorentzkraft***:*

$$F_\text{L} = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi \tag{9.1}$$

Dabei kennzeichnet φ den Winkel zwischen der Stromrichtung und der Richtung des Magnetfeldes.

Anmerkungen zum Betrag der Lorentzkraft

- **Beispiel:** In der Leiterschaukel aus Abb. 9.1 fliesse ein Strom der Stärke $I = 0.30\,\text{A}$. Die untere Seite der Leiterschaukel habe eine Länge von $l = 6.0\,\text{cm} = 0.060\,\text{m}$ und das Magnetfeld des Hufeisenmagneten besitze eine Flussdichte von $B = 180\,\text{mT} = 0.18\,\text{T}$. Da die untere Seite der Leiterschaukel und das Magnetfeld senkrecht zueinander stehen ist $\varphi = 90°$. Für den Betrag der Lorentzkraft folgt damit:

  $$F_\text{L} = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi = 0.30\,\text{A} \cdot 0.060\,\text{m} \cdot 0.18\,\text{T} \cdot \underbrace{\sin 90°}_{=1} = 0.0032\,\text{N} = 3.2\,\text{mN}$$

  Die Einheit Tesla ist gerade so zusammengesetzt, dass bei der Multiplikation mit Ampere und Meter die Krafteinheit Newton entsteht (vgl. Anhang D).

- Die Gleichung (9.1) enthält mehrere einleuchtende Proportionalitäten. Der Betrag F_L einer Lorentzkraft ist umso grösser, ...

  ... je stärker der Strom I ist, auf welchen die Lorentzkraft wirkt:

  $$F_\text{L} \sim I$$

  ... je stärker die Flussdichte B des Magnetfeldes ist, welches die Lorentzkraft auf den Strom erzeugt:

  $$F_\text{L} \sim B$$

  ... je länger die Strecke l ist, über welche sich der Strom durch das Magnetfeld bewegt:

  $$F_\text{L} \sim l$$

  Zusammen folgt:

  $$F_\text{L} \sim I \cdot B \cdot l$$

- (9.1) gibt weiter darüber Auskunft, wie Strom- und Magnetfeldrichtung relativ zueinander stehen müssen, damit eine besonders grosse oder eben keine Lorentzkraft entsteht:
  - Sind Strom- und Feldrichtung parallel oder antiparallel ($\varphi = 0°$ oder $\varphi = 180°$), so verschwindet die Lorentzkraft, weil $\sin 0° = \sin 180° = 0$.
  - Stehen die beiden Richtungen hingegen senkrecht zueinander ($\varphi = 90°$), so nimmt die Lorentzkraft ihren maximalen Wert an, weil $\sin 90° = 1$ dem Maximum der Sinusfunktion entspricht.
- Die Lorentzkraft ermöglicht eine klare **Definition der magnetischen Flussdichte B**. Wie das geht, erfährst du ausführlich im Anhang D.
- Wir behandeln Betrag und Richtung der Lorentzkraft in praktisch allen Anwendungen separat. Ersteren mit Formel (9.1), Letzteres mit der 3FR. Mittels des **Vektorproduktes** aus der Vektorgeometrie können beide Aspekte in eine Formel verpackt werden:

  $$\vec{F}_\mathrm{L} = I \cdot \left(\vec{l} \times \vec{B}\right) \tag{9.2}$$

  Dabei ist $\vec{l}$ der Vektor, der die Ausrichtung und die Länge des Drahtes beschreibt, durch den der Strom I fliesst. Seine Richtung entspricht der Stromrichtung.

9.4 Die Definition des Amperes

- Elektrische Ströme erzeugen in ihrer Umgebung ein Magnetfeld (vgl. Kap. 8).
- Elektrische Ströme erfahren in Magnetfeldern eine Lorentzkraft F_L.

Die Kombination dieser Gesetze liefert: Ein Strom erfährt in der Gegenwart eines anderen Stromes eine Lorentzkraft. Dies wollen wir uns an einem Beispiel vor Augen führen, das bis vor Kurzem offiziell (d.h. vom SI) dazu benutzt wurde, das **Ampere A**, also die Einheit der Stromstärke, als eine der sieben **Basiseinheiten** zu definieren.

> **(Alte) Definition der Stromstärkeneinheit Ampere A**
>
> *Ein* **Ampere** $(1\,\mathrm{A})$ *ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand* $1\,\mathrm{m}$ *voneinander angeordnete, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fliessend, zwischen diesen Leitern je* $1\,\mathrm{m}$ *Länge elektrodynamisch die Kraft* $2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$ *hervorrufen würde. (1948 – 2019)*

Abb. 9.3 veranschaulicht diese eher komplizierte Definition. Wir können rechnerisch nachvollziehen, dass sie mit der erarbeiteten Theorie übereinstimmt:

$$F_{\mathrm{L},2} \overset{(9.1)}{=} I_2 \cdot l \cdot B_1 \cdot \sin\varphi \overset{(8.1)}{=} I_2 \cdot l \cdot \underbrace{\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}}_{=B_1} \cdot \sin\varphi$$

$$= 1\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{m} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot 1\,\mathrm{A}}{2\pi \cdot 1\,\mathrm{m}} \cdot \underbrace{\sin 90°}_{=1} = 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$$

Leiter 2 führt den Strom $I_2 = 1\,\mathrm{A}$. Ein Stück der Länge $l = 1\,\mathrm{m}$ dieses zweiten Leiters erfährt im Magnetfeld des ersten Leiters eine Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$, deren Betrag durch die Gleichung (9.1) gegeben ist. Abb. 9.3 zeigt, dass der Strom I_2 und das Magnetfeld $\vec{B}_1$ senkrecht zueinander stehen ($\varphi = 90°$). Die magnetische Flussdichte B_1 am Ort des zweiten Leiters erhalten wir aus (8.1). So fliesst auch die Stromstärke $I_1 = 1\,\mathrm{A}$ im ersten Leiter mit ein.

Die Definition der magnetischen Feldkonstante μ_0

Die oben gezeigte Rechnung ist so zwar richtig, verschleiert aber, was hier eigentlich passiert, nämlich eine Definition der magnetischen Feldkonstante μ_0!

Die Amperedefinition legt fest, dass die Stromstärke bei $2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$ Kraft zwischen den beiden Leitern genau den Wert $1\,\mathrm{A}$ haben soll. Daraus können wir folgern:

$$F_{\mathrm{L},2} = I_2 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} \cdot \sin\varphi = 1\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{m} \cdot \frac{\mu_0 \cdot 1\,\mathrm{A}}{2\pi \cdot 1\,\mathrm{m}} \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} \stackrel{!}{=} 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_0 = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$$

Hier sei kurz Licht in die seltsame Einheitenkombination der Feldkonstante gebracht:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{A} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{C} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}}$$

Dabei haben wir verwendet, dass...

- $\mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$: "Arbeit ist Kraft mal Weg", dass...
- $\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$: "Stromstärke ist Ladung pro Zeit", und schliesslich, dass...
- $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$: "Spannung ist Energieumsatz pro Ladung".

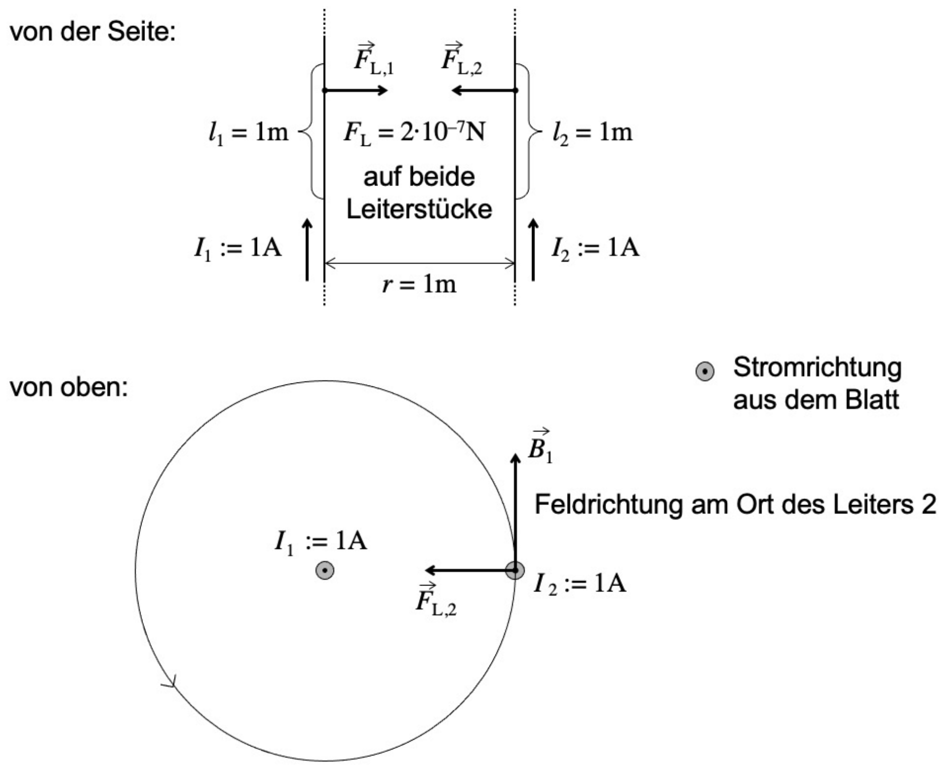


Abbildung 9.3: Die Definition des Amperes: Zwei gerade Drahtabschnitte von je $1\,\mathrm{m}$ Länge erfahren je eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$, wenn in beiden Drähte ein Strom der Stärke $1\,\mathrm{A}$ fliesst.

Kapitel 10

Lorentzkräfte bei einzelnen geladenen Teilchen

10.1 Lernziele zum Kapitel 10

- Ich weiss, dass geladene Teilchen **Lorentzkräfte** $\vec{F}_\mathrm{L}$ erfahren, wenn sie sich durch ein magnetisches Feld bewegen.
- Mir ist klar, dass die Lorentzkraft auf einen elektrischen Strom das **Resultat der Lorentzkräfte auf die sich bewegenden geladenen Teilchen** ist, welche den Strom ausmachen.
- Ich kann die **Drei-Finger-Regel** anwenden, um die Richtung der Lorentzkraft auf ein sich durch ein Magnetfeld bewegendes geladenes Teilchen zu bestimmen. Insbesondere weiss ich diesbezüglich, dass für positiv geladene Teilchen die rechte und für negativ geladene Teilchen die linke Hand zu verwenden ist.
- Mit Hilfe der Gleichung (10.1) kann ich **Berechnungen anstellen**, in welchen der Betrag der Lorentzkraft auf ein geladenes Teilchen eine Rolle spielt.
- Ich weiss, dass bei **gleichförmigen Kreisbewegungen** die resultierende Kraft stets ins Zentrum der Kreisbahn zeigt und dass sie in diesem Fall von Bewegung als **Zentripetalkraft** bezeichnet wird.
- Umgekehrt ist mir bewusst, dass ein Gegenstand oder Teilchen gleichmässig eine Kreisbahn abfährt, wenn die einzige darauf wirkende Kraft stets senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung steht.

  Insbesondere führe ich diese Begründung an, um die **Kreisbahn elektrisch geladener Teilchen in Magnetfeldern zu erklären**, wenn neben der Lorentzkraft keine resp. nur vernachlässigbare andere Kräfte wirken.
- Durch die Kombination der Gleichungen (10.1) und (10.4) kann ich **Berechnungen zu den Kreisbahnen geladener Teilchen in Magnetfeldern anstellen**.
- Ich bin in der Lage, ein paar **Phänomene** resp. **technische Anwendungen** zu nennen und zu erklären, bei welchen die Lorentzkraft auf geladene Teilchen in Magnetfeldern von zentraler Bedeutung ist. Beispiele sind das **Polarlicht**, das **Fadenstrahlrohr**, die **Massenspektroskopie** oder Magnetfeldsonden, die mit dem **Hall-Effekt** arbeiten.

10.2 Lorentzkräfte auf geladene Teilchen in Magnetfeldern

Im Kapitel 9 wurde die Lorentzkraft auf einen elektrischen Strom in einem Magnetfeld beschrieben. Im Mikroskopischen ist ein solcher Strom aber nichts anderes als eine Kollektivbewegung geladener Teilchen, in einem Metalldraht z.B. die gemeinsame Driftbewegung der **Leitungselektronen**.

Daraus folgern wir: Wenn der vom Strom durchflossene Leiter als Ganzes eine Lorentzkraft erfährt, so muss im Mikroskopischen bereits auf jedes einzelne geladene Teilchen, welches sich da bewegt, eine solche Kraft wirken!

> *Die Lorentzkraft, welche auf einen elektrischen Strom wirkt, ist die Summe über die Lorentzkräfte, die auf die einzelnen geladenen Teilchen wirken, welche diesen Strom ausmachen.*

Mit Hilfe dieser überlegung lässt sich die Lorentzkraft auf ein einzelnes solches Teilchen aus der Kraft auf den Strom herleiten:

1. Strom ist definiert als "Ladung pro Zeitabschnitt": $I = \frac{Q}{\Delta t}$.

2. Der Strom in einem Leiter setzt sich aus der Bewegung vieler (N) einzelner Teilchen mit Ladung q zusammen: $Q = N \cdot q$.

3. Mit 1. und 2. können wir die Lorentzkraft auf den Leiter neu schreiben als:

$$F_\mathrm{L} = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi = \frac{Q \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi}{\Delta t} = N \cdot \underbrace{\frac{q \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi}{\Delta t}}_{\text{Kraft auf 1 Teilchen}}$$

4. Dabei ist $\frac{l}{\Delta t}$ gerade die (mittlere) Geschwindigkeit v eines einzelnen Teilchens im Leiter und es folgt:

> **Der Betrag der Lorentzkraft auf ein geladenes Teilchen**
>
> *In einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B erfährt ein Teilchen mit Ladungsbetrag q und Geschwindigkeit v eine Lorentzkraft F_L mit Betrag:*
>
> $$F_\mathrm{L} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\varphi \tag{10.1}$$
>
> *φ ist der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des Teilchens und der Richtung des Magnetfeldes.*

Ist das Teilchen einfach geladen ($q = e$, z.B. Elektronen, Protonen oder einfach ionisierte Atome oder Moleküle) und bewegt es sich senkrecht zur Feldlinienrichtung ($\varphi = 90°$), so vereinfacht sich (10.1) zu:

$$F_\mathrm{L} = e \cdot v \cdot B \tag{10.2}$$

Wie schon (9.1) in (9.2), so lässt sich auch (10.1) mittels Vektorprodukt kompakt formulieren, sodass die Formel Betrag und Richtung enthält:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \tag{10.3}$$

Die Frage nach der Richtung der Lorentzkraft $\vec{F}_{\mathrm{L}}$ behandeln wir immer noch losgelöst vom Betrag mithilfe der Drei-Finger-Regel (3FR):

Die Drei-Finger-Regel (3FR) bei geladenen Teilchen

Bei **positiv** *geladenen Teilchen ist die* **rechte Hand**, *bei* **negativ** *geladenen Teilchen hingegen die* **linke Hand** *zu verwenden.*

Zeigt der Daumen in die Bewegungsrichtung $\vec{v}$ des Teilchens und der Zeigefinger in die Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$, so zeigt der senkrecht zu diesem beiden Fingern ausgerichtete Mittelfinger die Richtung der auf das Teilchen wirkenden Lorentzkraft $\vec{F}_{\mathrm{L}}$ an.

10.3 Kreisbewegung – eine kurze Repetition der Mechanik

Mit der **resultierenden Kraft** F_{res} meint man in der Newton'schen Mechanik die Zusammenfassung aller auf einen Körper wirkenden Kräfte zu einer einzigen Kraft via **Vektoraddition** (Aneinanderhängen der Kraftpfeile). Wirkt nur eine einzige Kraft auf den Körper, so ist die resultierende Kraft gerade gleich dieser Kraft.

Bei Kreisbewegungen lässt sich über diese resultierende Kraft Folgendes sagen:

Kreisbewegung $\Rightarrow$ Zentripetalkraft

Beschreibt ein Körper der Masse m eine gleichförmige Kreisbewegung mit Radius r und Geschwindigkeitsbetrag v, so steht die resultierende Kraft $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung $\vec{v}$ und zeigt zum Mittelpunkt der Kreisbahn. In diesem Fall geben wir der resultierenden Kraft den neuen Namen **Zentripetalkraft** *$\vec{F}_{\mathrm{Z}}$. Sie beträgt:*

$$F_{\mathrm{Z}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \tag{10.4}$$

Zentripetalkraft $\Rightarrow$ Kreisbewegung

Umgekehrt gilt: Steht die auf einen Körper wirkende resultierende Kraft $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung, so handelt es sich um eine Zentripetalkraft $\vec{F}_{\mathrm{Z}}$ und der Körper beschreibt eine Kreisbahn, welche der Gleichung (10.4) gehorcht.

Die Veranschaulichung dieser Zusammenhänge sehen wir in Abb. 10.1 auf der folgenden Seite.

Gleichung (10.4) enthält mehrere durchaus einleuchtende Zusammenhänge: Es braucht mehr Kraft, um einen Körper auf seiner Kreisbahn zu halten, ...

... je mehr Masse dieser Körper aufweist $\Rightarrow$ $F_{\mathrm{Z}} \sim m$,

... je schneller seine Bahngeschwindigkeit ist $\Rightarrow$ $F_{\mathrm{Z}} \sim v^2$, und

... je kleiner der Bahnradius ist $\Rightarrow$ $F_{\mathrm{Z}} \sim \frac{1}{r}$.

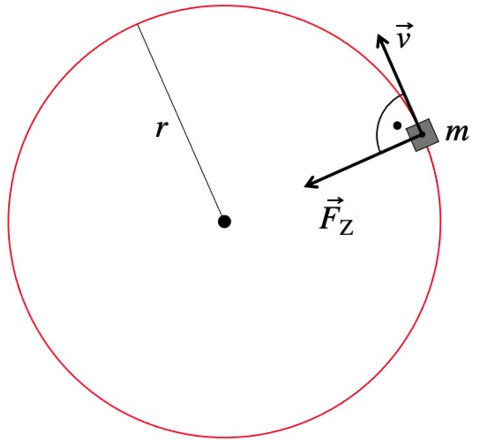


Abbildung 10.1: Bei gleichförmigen Kreisbewegunen nennt man die resultierende Kraft $\vec{F}_{\text{res}}$ auch Zentripetalkraft $\vec{F}_{\text{Z}}$. Sie steht stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung $\vec{v}$.

10.4 Kreisbewegungen elektrisch geladener Teilchen

Die auf ein Teilchen wirkende Lorentzkraft $\vec{F}_{\text{L}}$ steht stets senkrecht zu dessen Bewegungsrichtung. Ihr Betrag ist in der Regel um ein Vielfaches grösser als derjenige der Gewichtskraft $\vec{F}_{\text{G}}$, die deshalb vernachlässigt werden darf.[1] Dadurch wird $\vec{F}_{\text{L}}$ in vielen Fällen zur einzigen relevanten und somit zur resultierenden Kraft resp. zur Zentripetalkraft $\vec{F}_{\text{Z}}$, welche das Teilchen auf eine Kreisbahn zwingt.

Betrachten wir ein einfach geladenes Teilchen ($q = e$) in einem Magnetfeld mit Flussdichte B, so folgt dafür aus den Gleichungen (10.2) und (10.4):

$$\begin{aligned} & F_{\text{L}} = F_{\text{Z}} && \mid \text{Formeln einsetzen} \\ \Rightarrow\quad & e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} && \mid : (v \cdot B \cdot m) \\ \Leftrightarrow\quad & \frac{e}{m} = \frac{v}{r \cdot B} && \end{aligned}$$

Für Teilchen mit beliebiger Ladung q können wir schreiben:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r \cdot B} \tag{10.5}$$

Den Bruch $\frac{q}{m}$ auf der linken Seite dieser Gleichung bezeichnet man als die **spezifische Ladung** des Teilchens. "Spezifisch", weil die **Ladung pro Masse** angegeben wird.

[1] Eine quantitative Veranschaulichung: Ein Proton ist einfach positiv geladen und besitzt eine Masse von $1.672 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$. Es soll durch eine Spannung von $5\,\text{V}$ beschleunigt worden sein. Bereits diese Spannung beschleunigt das Proton auf eine Geschwindigkeit von knapp $31\,000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (für Elementarteilchen nicht besonders gross). Das Proton soll senkrecht zum Erdmagnetfeld ($B \approx 50\,\mu\text{T}$) fliegen. dann beträgt die Lorentzkraft:

$$F_{\text{L}} = e \cdot v \cdot B = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 31\,000\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\,\text{T} = 2.5 \cdot 10^{-19}\,\text{N}$$

Dies scheint ein sehr geringer Kraftbetrag zu sein. Allerdings muss man sich verdeutlichen, dass F_{G} hier an der Erdoberfläche (Ortsfaktor $g = 9.81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}$) noch einmal um mehr als einen Faktor 10^7 kleiner ist:

$$F_{\text{G}} = m \cdot g = 1.672 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.6 \cdot 10^{-26}\,\text{N}$$

Bei höheren Teilchengeschwindigkeiten, leichteren Teilchen, wie z.B. Elektronen, und stärkeren Magnetfeldern als dasjenige der Erde, fällt das Verhältnis $F_{\text{L}} : F_{\text{G}}$ noch deutlicher zugunsten der Lorentzkraft aus.

10.5 Ein kurzer historischer Exkurs zur spezifischen Ladung

Versetzen wir uns physikhistorisch ins Jahr 1900. Damals war gerade entdeckt worden, dass es sich bei den sogenannten **Kathodenstrahlen** tatsächlich um eine aus vielen einzelnen, geladenen Teilchen bestehende Strahlung handelt. Diesen Teilchen hatte man den Namen **Elektronen** gegeben. Von einem Elektron kannte man allerdings weder die Masse, noch die elektrische Ladung. Beide Grössen waren nicht direkt einzeln erfassbar, weil sie für die damalige Messtechnik viel zu klein waren.[2]

Wohl aber konnte man die spezifische Ladung, also das Verhältnis aus Ladung und Masse, ermitteln! Und zwar geschah dies mit der eben hergeleiteten Gleichung (10.5). Alle Grössen auf der rechten Seite waren nämlich erfassbar: Durch geschickte Anordnungen konnte man die Teilchengeschwindigkeit v vorgeben, ebenso die Stärke B des Magnetfeldes, und schliesslich konnte durch Messung des Kreisradius r der Teilchenbahn auf $\frac{q}{m}$ geschlossen werden.

Die spezifische Ladung blieb für längere Zeit die einzige Angabe, welche man über die Elektronen machen konnte. Als man dann andere Teilchen entdeckte, z.B. die doppelt geladenen, aber viel schwereren Helium-Kerne, die sogenannten α-Teilchen in der radioaktiven Strahlung, sah man insbesondere dieser spezifischen Ladung $\frac{q}{m}$ an, dass es sich dabei um eine ganz andere Teilchensorte handeln musste.[3]

10.6 Massenspektroskopie, Fadenstrahlrohr und Polarlicht

Die in Gleichung (10.5) auftauchende Geschwindigkeit v steht nur für denjenigen Anteil der Geschwindigkeit, welcher senkrecht zu den Feldlinien des Magnetfeldes steht.

Im Allgemeinen handelt es sich bei der Teilchenbahn nicht um eine Kreis-, sondern um eine **Spiralbahn**, wenn das Teilchen nicht genau senkrecht zu den Feldlinien ins Magnetfeld dringt. Dann erzeugt der Senkrecht-Anteil der Geschwindigkeit die Kreisbahn, während der parallele Anteil dafür sorgt, dass das Teilchen zusätzlich längs der Feldlinien unterwegs ist. Beide Bewegungen kombiniert ergeben eine Spiralbahn entlang der Feldlinien.

Diese Theorie der Kreisbewegung elektrisch geladener Teilchen in Magnetfeldern erklärt beispielsweise das Phänomen des **Polarlichts**: Die Sonne stösst fortlaufend schnelle Elektronen und Protonen aus (**Sonnenwind**). Einige davon fliegen in Richtung Erde, begeben sich allerdings auf eine Spiralbahn, wenn sie auf das Erdmagnetfeld treffen. Dieses führt die Teilchen längs der Feldlinien zu den Polarregionen, wo sie in die Atmosphäre eintreten. Trifft ein Elektron dort auf ein Gasteilchen, so gibt es einen Teil seiner Energie ab, was das Gasteilchen zum Leuchten anregt – und dieses Leuchten ist das Polarlicht.

Das Polarlicht kann im Kleinen reproduziert werden. Dazu beschleunigt man Elektronen über eine elektrische Spannung in einem mit nur wenig Gas gefüllten Behälter. Diese Anordnung nennt man ein **Fadenstrahlrohr** (vgl. Abb. 10.3). Wie in den Polarregionen treffen auch hier die Elektronen auf die Gasteilchen und regen diese zum Leuchten. Als Gas eignet sich z.B. Neon. Da man im Versuch selbst genau steuern kann, in welche Richtung die Elektronen fliegen, ergibt sich eine wunderbare Leuchtspur, eben ein Fadenstrahl. Dieser lässt sich mit Hilfe eines extern erzeugten Magnetfeldes (z.B. mit einem Helmholtz-Spulenpaar) auf eine Kreisbahn bringen. Veränderungen des Magnetfeldes haben sofort einen Effekt auf die Grösse dieser Bahn. Auch mit Permanentmagneten kann man die Gestalt der Bahn unterschiedlich beeinflussen.

[2] $q_e = -e = -1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$, $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$!

[3] Nebenbei: Die in der radioaktiven Strahlung auftretenden β-Teilchen sind sehr schnelle Elektronen. Die Namensgebung der Komponenten in der radioaktiven Strahlung geht übrigens auf einen gewissen **Ernest Rutherford** zurück. Mit seinen "geliebten" α-Teilchen sollte er ein paar Jahre später den Atomkern entdecken.

Abbildung 10.2: Ein beeindruckendes Polarlicht über Norwegen.

Eine andere Anwendung ist die **Massenspektroskopie**. Massen einzelner Moleküle lassen sich bestimmen, indem man diese ionisiert (d.h. mit einer einzelnen Elementarladung lädt), beschleunigt und dann in einem Magnetfeld auf eine Kreisbahn schickt. Aus dem Bahnradius kann die Masse berechnet werden. Wir verdanken dieser Methode ungeheure Erkenntnisse in der Atom- und Kernphysik.[4]

Abbildung 10.3: Ein Fadenstrahlrohr: Die Elektronen werden beschleunigt und beschreiben anschliessend im Magnetfeld des Helmholtz-Spulenpaares eine Kreisbahn. Unterwegs bringen sie die Gasteilchen beim Zusammenstoss zum Leuchten.

[4] Z.B. lassen sich so die Isotope eines Elements auf elegante Art und Weise voneinander trennen, was unter anderem die Altersbestimmung über die C–14-Methode ermöglicht.

Kapitel 11

Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen

In den Kapiteln 9 und 10 haben wir die Lorentzkraft als grundlegende Naturgesetzmässigkeit kennengelernt: Ströme resp. sich bewegende geladene Teilchen erfahren in Magnetfeldern elektromagnetische Kräfte (3FR).

Stell dir nun vor, ich bewege einen Metalldraht durch ein Magnetfeld. Dieser Draht beinhaltet frei bewegliche **Leitungselektronen**, die die Bewegung mitmachen, einfach weil sie Bestandteile des Metalldrahtes sind. Aufgrund des Magnetfeldes erfahren sie Lorentzkräfte, die bei geeigneter Ausrichtung und Bewegungsrichtung des Drahtes relativ zum Magnetfeld durchaus in Richtung des einen Drahtendes wirken können. An diesem Ende entsteht folglich ein Elektronenüberschuss (negativer Pol), während am anderen Drahtende ein Elektronenmangel (positiver Pol) zu beobachten sein wird. Zwischen den beiden Drahtenden ist somit eine elektrische Spannung entstanden, die als Antrieb für einen Stromkreis genutzt werden kann!

Die bei der Bewegung eines Metalldrahtes durch ein Magnetfeld auf die darin enthaltenen Leitungselektronen wirkenden Lorentzkräfte können den Draht zu einer Spannungsquelle machen. Es kann Strom erzeugt werden. Man nennt diese elektromagnetische Strom- resp. Spannungserzeugung **Induktion** *und spricht von* **induzierten Strömen** *resp.* **Spannungen**.

Abbildung 11.1: Die Generatorhalle im Fliesskraftwerk Gösgen (SO).

Die Wichtigkeit der elektromagnetischen Induktion kann nicht genügend hervorgestrichen werden, gründet doch unsere Stromversorgung direkt auf zwei ihrer technischen Anwendungen:

Generator/Dynamo: Diese Maschine erzeugt aus der kinetischen Energie einer Drehbewegung die elektrische Energie, die mit dem Strom in unsere Geräte transportiert wird.

In jedem Wasser-, Wind-, Kern-, Kohle- oder Gaskraftwerk funktioniert die Stromerzeugung mit einem Generator. Aber auch in kleinem Rahmen gibt es solche Geräte, denke z.B. an den Dynamo eines Fahrrads oder an die Energierückgewinnung in Hybridautos. Über 98 % der aus Steckdosen bezogenen elektrischen Energie wurde mit einem Generator erzeugt.

Transformator (Trafo): Diese Maschine ist in der Lage Spannungswerte umzuwandeln. Niedrige Spannungen können in hohe Spannungen verwandelt werden und umgekehrt.

Transformatoren gibt es im grossen, aber auch im kleinen Stil: Damit elektrische Energie ohne allzu grosse Verluste über weite Strecken transportiert werden kann, wird heutzutage mit Hochspannungsleitungen von bis zu $380\,\mathrm{kV}$ gearbeitet. Bei hoher Spannung wird nämlich für die Übertragung einer bestimmten elektrischen Leistung nur eine geringe Stromstärke benötigt, was den Energieverlust aufgrund Joule'scher Wärme massgeblich reduziert ($P_{\mathrm{el}} = U \cdot I$, vgl. Kapitel 4).

Andererseits funktionieren z.B. Händys und Computer mit Niederspannungen um $5\,\mathrm{V}$ bis $20\,\mathrm{V}$. Um diese Geräte an einer Steckdose zu betreiben oder aufzuladen, benötigst du ein Netzgerät, das die $230\,\mathrm{V}$ Netzspannung runter transformiert.

Abbildung 11.2: Die Transformatorstation in Oberhasli (BE).

In diesem Kapitel erfährst du, wie sich Induktion, also die elektromagnetische Erzeugung von Spannungen und Strömen, durch **auf Leitungselektronen wirkende Lorentzkräfte** erklären lässt. Damit ist das Phänomen "Induktion" allerdings noch nicht vollständig beschrieben. Im übernächsten Kapitel werden wir mit dem **Faraday'schen Gesetz** nämlich noch eine andere Variante der Induktion kennenlernen. Schliesslich werden die beiden Möglichkeiten im Kapitel 14 zu einem einzigen **Induktionsprinzip** für Schlaufen und Spulen vereinigt. Zudem werden wir mit der **Lenz'schen Regel** bereits in diesem Kapitel eine übergeordnete Aussage zur Induktion formulieren, die die ganze Angelegenheit mit der Energieerhaltung verknüpft.

11.1 Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen

Materie ist aus Atomen aufgebaut. Diese bestehen je aus einem Atomkern, der **positiv geladene Protonen** enthält, und einer Hülle aus **negativ geladenen Elektronen**. D.h., wenn du z.B. einen Holzklotz in den Händen hältst, so ist dieser insgesamt elektrisch neutral, weil er gleich viele Protonen wie Elektronen beinhaltet, aber im Innern des Klotzes sind doch elektrische Ladungen vorhanden – aufgrund dieser Ladungen resp. wegen deren Coulombkräften hält der Klotz ja zusammen!

Halte ich den Holzklotz in der Hand und fahre damit durch ein Magnetfeld, z.B. durch den Innenraum eines Helmholtz-Spulenpaares, so erfahren alle Protonen und alle Elektronen im Klotz Lorentzkräfte, denn schliesslich sind es geladene Teilchen, die durch ein Magnetfeld bewegt werden (vgl. Kapitel 10). Davon bemerke ich von aussen aber nichts. Werden die Protonen durch die Lorentzkraft in eine Richtung gedrückt, so werden die Elektronen genau gleich stark in die Gegenrichtung gedrückt und die Lorentzkräfte heben sich insgesamt auf.

Bewege ich statt eines Holzklotzes ein Stück Metall durch das Magnetfeld, so heben sich zwar die Lorentzkräfte auf die Protonen und Elektronen insgesamt immer noch auf, aber es gibt dennoch einen entscheidenden Unterschied: Im Metall gibt es Leitungselektronen, also grundsätzlich verschiebbare elektrische Ladungen!

Betrachten wir dazu das in Abb. 11.3 gezeigte, ganz konkrete Beispiel einer Drahtschlaufe, in die ein Voltmeter eingebaut ist. Die Grösse der Schlaufe kann durch Verschieben der beweglichen Schlaufenseite rechts verändert werden.

Verschieben wir diese Schlaufenseite "von Hand" z.B. nach rechts, so bewegen wir dadurch auch die darin enthaltenen Leitungselektronen e^- nach rechts. Diese Bewegung innerhalb des ins Blatt hinein zeigenden Magnetfeldes B erzeugt gemäss der Drei-Finger-Regel eine Lorentzkraft F_L nach unten. D.h., an der Seite A des Voltmeters entsteht ein **negativer Pol** (Elektronenüberschuss), an der Seite B ein **positiver Pol** (Elektronenmangel). Über dem Voltmeter wird also während der Bewegung eine **induzierte Spannung** U_ind gemessen.

In der Realität ist die Induktion bei einer einzelnen Drahtschlaufe ziemlich schwach. Einmal mehr müssen Spulen benutzt werden, damit sich derselbe Effekt mehrfach aufsummiert.

Mittels der Lorentzkräfte auf Leitungselektronen lassen sich insbesondere die induzierten Spannungen bei **Drehspulgeneratoren** oder über der **Schwingspule** eines **dynamischen Mikrophons** gut erklären.

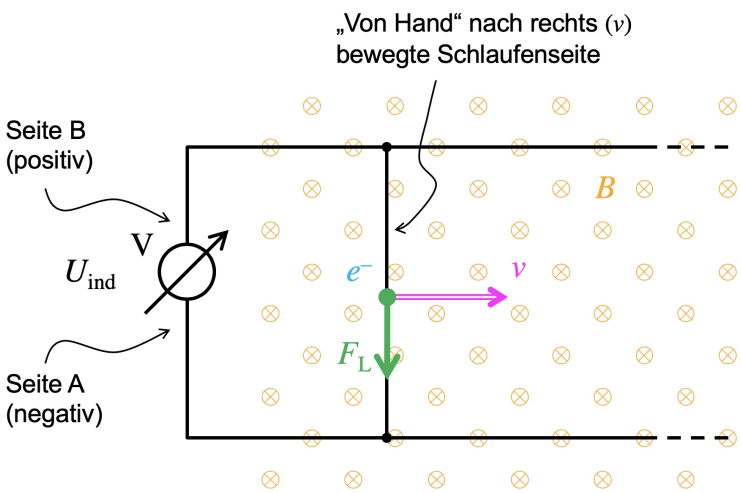


Abbildung 11.3: Induzierte Spannung als Folge von Lorentzkräften auf Leitungselektronen.

11.2 Negative Rückkoppelung und Lenz'sche Regel

Wir sollten unbedingt noch einen Moment länger beim eben gezeigten Beispiel verweilen, denn es hat Prototyp-Charakter und wird uns direkt aufzeigen, wie ein induzierter Strom stets eine negative Rückkoppelung erzeugt, also seiner Ursache entgegenwirkt!

Nehmen wir an, im Stromkreis sei anstelle des Voltmeters ein Amperemeter eingebaut. Diese lässt den Strom passieren, sodass es nun aufgrund der Lorentzkräfte auf die Leitungselektronen im bewegten Draht tatsächlich zu einem induzierten Strom I_{ind} kommt. In Abb. 11.3 würden die Leitungselektronen im Uhrzeigersinn und der technische Strom I_{ind} im Gegenuhrzeigersinn fliessen. In Abb. 11.4 ist I_{ind} einmal links unterhalb des Amperemeters und einmal rechts bei der sich der sich nach rechts bewegenden Schlaufenseite eingetragen.

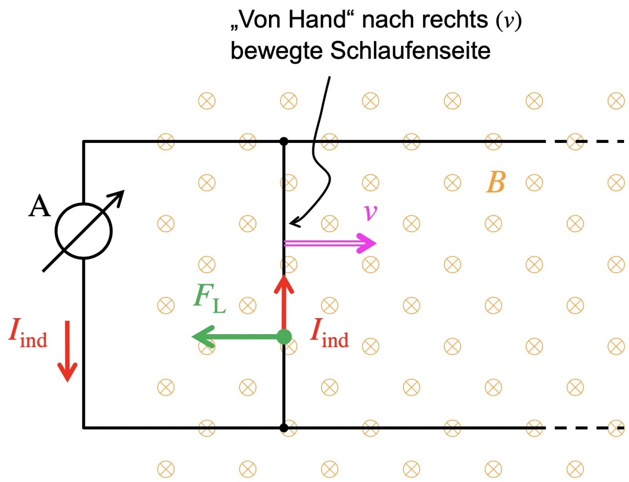


Abbildung 11.4: Negative Rückkoppelung: Der induzierte Strom erfährt eine Lorentzkraft, die der Bewegungsrichtung der Schlaufenseite entgegenwirkt.

Was für eine Lorentzkraft erfährt dieser induzierte Strom in der rechten Schlaufenseite? Mittels 3FR (rechte Hand) finden wir, dass F_{L} nach links zeigen muss.[1] Damit wirkt sie genau entgegengesetzt zur Richtung, in die der Draht "von Hand" bewegt wird.

Die "Hand" muss also gegen diese zweite Lorentzkraft arbeiten, um die Schlaufenseite zu bewegen. F_{L} entzieht der Bewegung Energie. Und das ist genau richtig so! Die Erzeugung eines Stromes, der andernorts wieder eine Maschine antreiben kann, ist ja sicher nicht gratis. Der Bewegung wird kinetische Energie E_{kin} entzogen, die zu der elektrischen Energie E_{el} wird, mit welcher der Stromkreis ein Gerät antreiben kann. Diese Feststellung lässt sich zu einem allgemeinen und übergeordneten Prinzip ausbauen, das für sämtliche induzierten Ströme gilt:[2]

> **Die Lenz'sche Regel**
>
> *"Ein induzierter Strom wirkt elektromagnetisch stets seiner eigenen Ursache entgegen."*
>
> *Diese negative Rückkoppelung sorgt dafür, dass das Prinzip der Energieerhaltung nicht verletzt wird.*

[1] In Abb. 11.4: Daumen (I_{ind}) nach oben, Zeigefinger (B) ins Blatt hinein $\Rightarrow$ Mittelfinger (F_{L}) nach links.

[2] Die Aussage geht zurück auf den deutsch-baltischen Physiker **Heinrich Friedrich Emil Lenz** (1804 – 1865), der sie im Jahre 1833, ausgehend von Arbeiten von Faraday und Ampère, erstmals formulierte.

Anmerkungen zur Lenz'schen Regel

- So, wie sie hier notiert wurde, entspricht die Lenz'sche Regel nicht ganz der üblichen Form. Letztere werden wir erst im Kapitel 14 vorgelegt bekommen. Sie wird eine Aussage darüber machen, wie das Magnetfeld eines Induktionsstromes auszusehen hat.

  Für viele Anwendungen dürfte allerdings die Version hier greifbarer sein. Zudem ist der Miteinbezug des Energiegedankens zweckmässig. Dass Lenz seine Regel nicht schon selber unter Miteinbezug der Energie formuliert hat, liegt wohl vor allem daran, dass das Energieerhaltungsprinzip im Jahre 1833 noch gar nicht entwickelt war.[3]

- Die Lenz'sche Regel bietet in Situationen, in denen die Richtung eines Induktionsstromes bestimmt werden soll, oftmals eine gute Alternative zur Denkweise mit Lorentzkräften auf Leitungselektronen.

  Im Beispiel oben kann man z.B. mit der Lenz'schen Regel argumentieren, dass die auf den bewegten Draht wirkende Lorentzkraft gegen dessen Bewegungsrichtung, also nach links zu zeigen hat. Im ins Blatt zeigende Magnetfeld kommt diese Lorentzkraft nur zustande, wenn der Strom nach oben zeigt. Wir brauchen also gar nicht unbedingt an Leitungselektronen zu denken.

11.3 Wechsel des Bezugssystems – ein toller Trick

Eine neue Situation: Bewegen wir einen Hufeisenmagneten auf einen Draht zu (vgl. Abb. 11.5), so stellen wir fest, dass dabei über dem Draht eine Spannung induziert wird. D.h., am einen Spulenausgang entsteht ein Plus-, am anderen ein Minuspol.

Wie lässt sich diese induzierte Polung erklären? Mit Lorentzkräften scheint dies problematisch zu sein, denn der Draht wird ja gar nicht bewegt. Aus unserer "Laborperspektive" ruht der Draht, also gibt es keine sich bewegenden Ladungsträger und somit auch keine Lorentzkräfte...

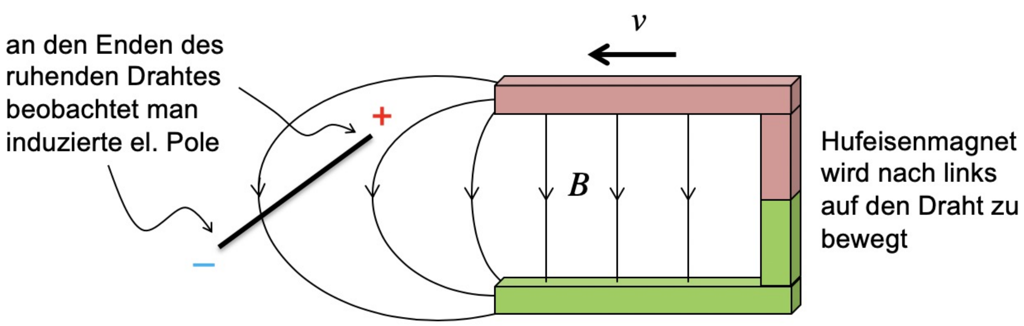


Abbildung 11.5: Im Laborsystem: Der Hufeisenmagnet wird von rechts auf den Draht zu bewegt. Wie soll sich diese Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen erklären lassen, wenn sich der Draht und damit auch die Leitungselektronen in ihm ja gar nicht bewegen?

[3] In seiner allgemeinen Form wurde das Energieerhaltungsprinzip erst im Jahre 1847 durch **Hermann von Helmholtz** – ja, der vom Spulenpaar – formuliert. Dem voraus gingen diverse wichtige Arbeiten, insbesondere von **Julius Robert von Mayer** (1842) und von **James Prescott Joule** (1843).

Allerdings muss es bei einer guten physikalischen Theorie so sein, dass sie in jedem beliebigen nicht-beschleunigten Bezugssystem gilt. Ein solches Bezugssystem heisst **Inertialsystem**.[4] **Albert Einstein** (1879 – 1955) bezeichnete diese Anforderung an eine Theorie als **Relativitätsprinzip** und formulierte es so: Die Naturgesetze sollen beim Wechsel in ein anderes Bezugssystem unverändert bleiben (Forminvarianz der Gleichungen).

Auch die Gesetze des Elektromagnetismus sind in ihrer Gesamtheit unabhängig von der Wahl des Inertialsystems. D.h., wir dürfen einen Vorgang aus einer anderen Perspektive betrachten und dort dieselben Gesetze anwenden. In der geschilderten Situation können wir vom Laborsystem ins Ruhesystem des Magneten wechseln. Dann ruht der Magnet und stattdessen bewegt sich die Spule – und dann existieren eben auf die Leitungselektronen wirkende Lorentzkräfte!

In Abb. 11.6 siehst du die gleiche Situation, nun aber aus der Perspektive des ruhenden Magneten ("Magnetsystem"). Der Draht bewegt sich im Magnetfeld nach rechts, wenn sich vorher der Magnet aus der Sicht des Drahtes nach links bewegt hat. Wie bisher können wir jetzt Lorentzkräfte auf die Leitungselektronen im Draht bestimmen. Bei Bewegung (v) nach rechts im Magnetfeld B nach unten erfährt ein Elektron im Draht eine Lorentzkraft F_{L} nach vorne (3FR mit linker Hand) und wir verstehen die Polung, die sich an den Drahtenden in der Folge ergibt.

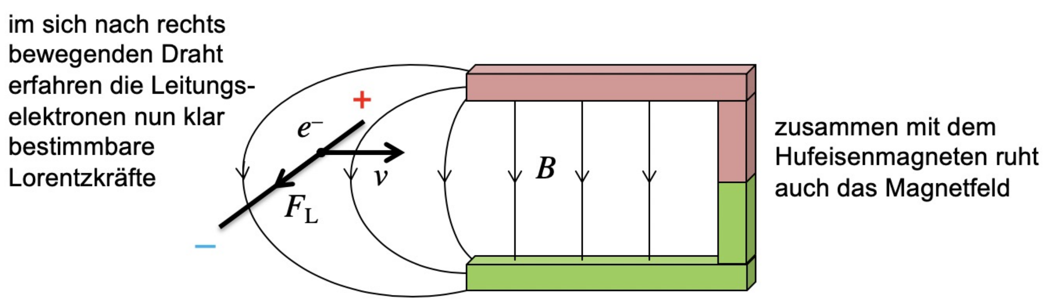


Abbildung 11.6: Im System des Hufeisenmagneten: Der Draht bewegt sich von links auf den Hufeisenmagneten zu. D.h., der Draht bewegt sich im Magnetfeld des Hufeisenmagneten nach rechts und wir können die Lorentzkraft auf ein im Draht enthaltenes Leitungselektron betrachten. Damit lässt sich die Polung des Drahtes erklären.

Vielleicht bist du nun etwas verwirrt... Wie kann es sein, dass in einem Bezugssystem eine Lorentzkraft auftritt, in einem andern aber nicht? Die Antwort darauf lautet, dass es im Ruhesystem des Drahtes eben nicht die Lorentzkraft ist, die die Elektronen zum vorderen Drahtende drückt, sondern eine elektrische Kraft, deren Ursprung durch eine andere Regel erklärt werden muss.[5] Das ist ganz typisch für die Elektrodynamik: Beim Wechsel des Bezugssystems gehen verschiedene Gesetze ineinander über. Insgesamt bleibt das theoretische Gebäude aber dasselbe und alle Effekte können damit in allen Inertialsystemen erklärt werden!

Im Moment wollen wir auf jeden Fall festhalten, dass wir bereits mit der Lorentzkraft auf Leitungselektronen eine Vielzahl von Situationen erklären können, in denen Induktion auftritt. Manchmal müssen wir dafür allerdings das Bezugssystem wechseln. In Situationen, wo die Lorentzkraft gänzlich versagt, kann bis jetzt nur die Lenz'sche Regel weiterhelfen.

[4] Ein Inertialsystem erkennt man daran, dass dort das **Trägheitsprinzip** aus der Newton'schen Mechanik gilt: ein kräftefreier Körper bewegt sich gleichförmig und geradlinig. Zwei Inertialsysteme bewegen sich relativ zueinander gleichförmig, geradlinig und rotationsfrei.

[5] In Kapitel 13 werden wir mit dem **Faraday'schen Gesetz** eine weitere solche Regel kennenlernen.

Kapitel 12

Das elektrische Feld – ein fundamentaler Nachtrag

In diesem Kapitel soll eine lange fällige Ergänzung unserer Theorie erfolgen, die vorher nicht unbedingt, für die weiteren Betrachtungen nun aber zwingend notwendig ist. Es geht um die Einführung des **elektrischen Feldes (= E-Feld)**.

Da Sie das Feldkonzept bereits beim magnetischen Feld kennengelernt haben, dürfte Ihnen die Einführung des elektrischen Feldes leichter von der Hand gehen. Hier zunächst ein paar grundlegende Gedanken der letzten Kapitel und die daraus hervorgehende Idee für das Konzept eines elektrischen Feldes:

Repetition 1: Die elektrische Kraftwirkung zwischen zwei elektrischen Ladungen bezeichnet man als **Coulombkraft** F_{el}. Sie ist eine **Fernwirkungskraft**. Die Ladungen brauchen sich nicht zu "berühren", sondern die Kraft wirkt über die Distanz hinweg (vgl. Kap. 1).

Repetition 2: Auch bei den **magnetischen Kraftwirkungen** F_{magn} zwischen zwei Magneten handelt sich um **Fernwirkungskräfte**. Die Magnetpole brauchen sich nicht zu berühren, um sich gegenseitig zu beeinflussen (vgl. Kap. 6).

Diese magnetischen Kräfte zwischen Magneten wurden in Kapitel 7 neu unter Verwendung des **Magnetfeldes (B-Feld)** erklärt: **Dabei übernimmt der Raum die Rolle des Kraftübermittlers!** Ein erster Magnet erzeugt um sich ein Magnetfeld, d.h., er beeinflusst die magnetischen Eigenschaften des ihn umgebenden Raumes. In der Folge erfährt ein zweiter Magnet, der sich in diesem Raum befindet, magnetische Kräfte F_{magn}.

Konsequentes Weiterdenken: Grundsätzlich können wir immer dann, wenn irgendwo **Fernwirkungskräfte** auftreten, ein zugehöriges **Feld einführen**, welches für die Kraftübermittlung verantwortlich ist! Der Raum wird so in die Kraftübertragung miteinbezogen.

Bei der Kraftübertragung zwischen elektrischen Ladungen (Coulombkraft) sprechen wir deshalb von einem **elektrischen Feld** (kurz: **E-Feld**). Eine erste Ladung beeinflusst den sie umgebenden Raum, d.h., sie erzeugt um sich ein elektrisches Feld. Und in diesem E-Feld erfährt dann eine zweite Ladung eine elektrische Kraft F_{el}.

Im Weiteren sollen nun relativ knapp die allerwichtigsten Aussagen zu elektrischen Feldern und deren Feldlinienbildern zusammengestellt werden.

Wir verzichten auf eine quantitative Beschreibung des elektrischen Feldes. Diese wird, zusammen mit der Definition einer **elektrischen Feldstärke** E im Anhang F nachgeliefert. Für die weiteren, rein qualitativen Betrachtungen brauchen wir sie aber nicht.

12.1 Das Konzept des elektrischen Feldes

Vorgabe: Eine elektrische Ladung Q befinde sich an einem bestimmten Ort A und erfahre dort – aus welchen Gründen auch immer – eine elektrische Kraft F_{el}.

Instinktiv könnte man, wenn man an die Coulombkraft denkt, nach den anderen Ladungen suchen, welche für die Entstehung dieser Kraft auf die Ladung Q verantwortlich sind.

Alternativ können wir aber auch einfach sagen: Die Ladung Q befindet sich am Ort A offenbar in einem **Raumgebiet** mit der speziellen **Eigenschaft**, elektrische Kräfte auf elektrische Ladungen hervorzurufen. Ein solches Raumgebiet bezeichnen wir als ein **elektrisches Feld**.

Wann sprechen wir von einem elektrischen Feld?

Erfährt eine elektrische Ladung an einem Ort eine elektrische Kraft, so sagen wir, dass an diesem Ort ein **elektrisches Feld (E-Feld)** *vorhanden ist. Der Raum hat dort die Eigenschaft, elektrische Kräfte auf elektrische Ladungen hervorzurufen.*

Natürlich interessieren wir uns auch für die Ursache dieser neuen Eigenschaft des Raumes. Die Frage nach den **Quellen des elektrischen Feldes** ist ebenso wichtig wie die Frage nach seiner Wirkung auf elektrische Ladungen. Wollen wir die Coulombkraft zwischen zwei Ladungen mit diesem Feldkonzept erklären, so müssen wir zwangsläufig schliessen, dass elektrische Ladungen selber elektrische Felder erzeugen.

Welche Quellen für elektrische Felder kennen wir bis anhin?

Jede elektrische Ladung erzeugt um sich ein elektrisches Feld.

Elektrische Ladungen spüren also das elektrische Feld und sind gleichzeitig Quellen des elektrischen Feldes.

Wie Sie der Formulierung entnehmen können, sind elektrische Ladungen nicht die einzig möglichen Quellen von E-Feldern. Tatsächlich gibt es noch eine zweite, eben elektromagnetische (!) Variante, wie E-Felder entstehen können. Diese wird im Kapitel 13 behandelt und ist der eigentliche Grund, weshalb wir an dieser Stelle das Konzept des E-Feldes einführen.

Die Erklärung der Coulombkraft mit dem Feldformalismus

Verdeutlichen wir uns nun, wie die Coulombkraft zwischen zwei geladenen Teilchen unter Verwendung des elektrischen Feldes erklärt wird:

1. Die Ladung q_1 des einen Teilchens beeinflusst die elektrischen Eigenschaften des sie umgebenden Raumes. Sie erzeugt um sich ein E-Feld.

2. In diesem elektrischen Feld erfährt das zweite geladene Teilchen (Ladung q_2) je nach Aufenthaltsort eine unterschiedlich starke und unterschiedlich ausgerichtete elektrische Kraft F_{el}.

Entscheidend an dieser Felderklärung der Coulombkraft ist, dass der **Raum als Übermittler der Wechselwirkung** in Erscheinung tritt. Die Präsenz einer elektrischen Ladung verändert die elektrischen Eigenschaften des sie umgebenden Raums!

12.2 Elektrische Feldlinienbilder

Abb. 12.1 zeigt die Richtungen der elektrischen Kräfte F_{el}, welche ein kleines, positiv geladenes Teilchen – eine sogenannte **Probeladung** – an verschiedenen Orten in der Umgebung einer positiven Ladung $+Q$ erfährt. Ganz analog sehen Sie in Abb. 12.2 die Richtungen der elektrischen Kräfte, welche die Probeladung in der Nähe einer negativen Ladung $-Q$ erfährt.

In beiden Abbildungen wird jeweils rechts gezeigt, wie wir diese Kraftpfeile zu einem **Feldlinienbild** zusammenfassen. Es gilt:

> **Definition der Feldrichtung eines E-Feld**
>
> *Die Richtung des elektrischen Feldes kann an jedem beliebigen Ort mithilfe einer* **Probladung** *(= positiv geladenes Teilchen) ermittelt werden.*
>
> **Die Feldrichtung ist stets gleich der Richtung der elektrischen Kraft F_{el}, welche die Probeladung an diesem Ort erfährt.**

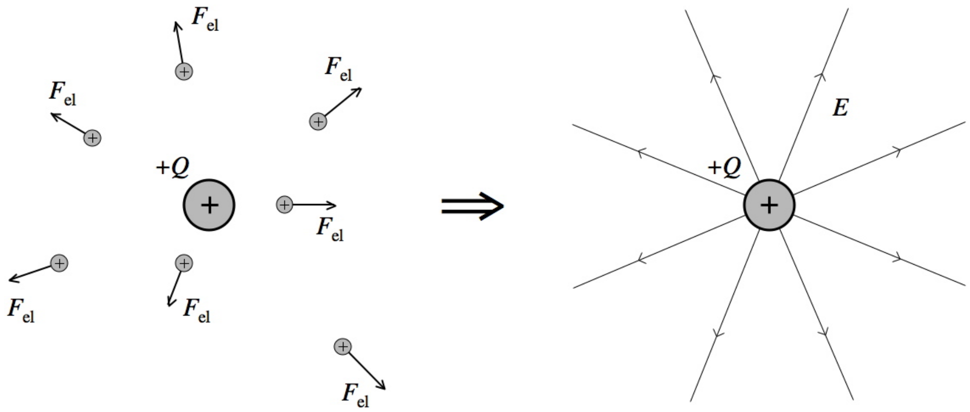


Abbildung 12.1: Elektrische Kräfte F_{el} auf eine Probeladung in der Nähe einer positiven Ladung $+Q$ (links) und daraus gewonnenes Feldlinienbild des E-Feldes (rechts).

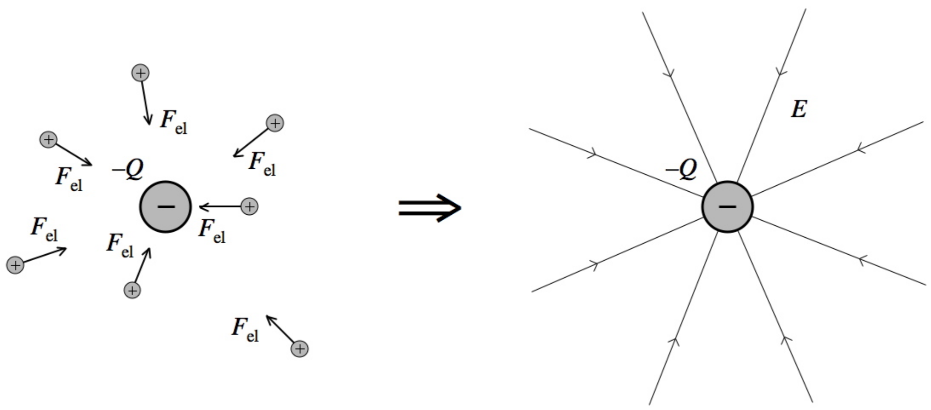


Abbildung 12.2: Elektrische Kräfte F_{el} auf eine Probeladung in der Nähe einer negativen Ladung $-Q$ (links) und daraus gewonnenes Feldlinienbild des E-Feldes (rechts).

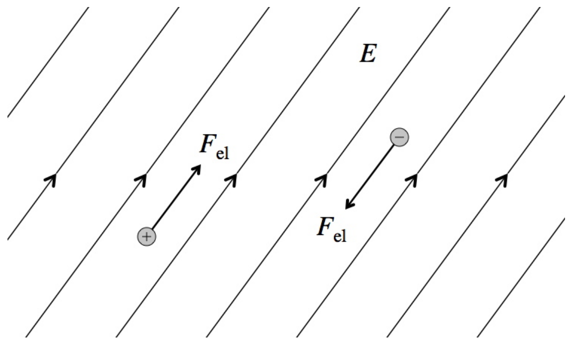
12.3 Die Wirkung eines E-Feldes auf elektrische Ladungen

Eben haben wir gesehen, wie einzelne elektrische Ladungen um sich ein elektrisches Feld erzeugen. Umgekehrt müssen wir nun nochmals ganz deutlich festhalten, wie sich ein E-Feld auf elektrische Ladungen resp. auf geladene Teilchen auswirkt:

Auswirkung eines E-Feldes auf elektrisch geladene Teilchen

Ein elektrisch positiv geladenes Teilchen erfährt in einem elektrischen Feld E eine elektrische Kraft F_{el} in Feldlinienrichtung.

Ein elektrisch negativ geladenes Teilchen erfährt in einem elektrischen Feld E eine elektrische Kraft F_{el} genau entgegengesetzt zur Feldlinienrichtung.



Konsequenz bei elektrischen Leitern: Strom

Befindet sich ein elektrisch leitendes Material in einem elektrischen Feld, so fliesst darin ein elektrischer Strom – und zwar wird die Stromrichtung durch die Feldlinienrichtung vorgegeben!

Begründung für obige Konsequenz

Ein elektrisch leitendes Material enthält per Definition **frei bewegliche Ladungsträger**. Diese erfahren im E-Feld elektrische Kräfte, durch die sie eben bewegt werden, weil sie dies innerhalb des Materials ja können.

Positiv geladene Ladungsträger bewegen sich in Feldrichtung, negativ geladene Ladungsträger entgegengesetzt dazu. Der hervorgerufene Strom I fliesst also in Feldlinienrichtung!

12.4 Wichtige Anmerkungen zu elektrischen Feldlinienbildern

Die folgenden Anmerkungen und Abbildungen zu Feldlinienbildern elektrischer Felder können Sie 1:1 vergleichen mit denjenigen zu Magnetfeldlinienbildern auf den Seiten 55ff!

- **Die auf eine Probeladung wirkende elektrische Kraft zeigt stets die Richtung des elektrischen Feldes an diesem Ort und damit die Richtung der durch diesen Ort verlaufenden Feldlinie an.**

  Zur Erinnerung: Probeladungen sind per Definition positiv geladen!

  Zudem ist der Betrag einer Probeladung selber so klein, dass das elektrische Feld, welches man damit austestet, durch sie nicht beeinflusst wird.

  Bitte bemerken Sie: Mit Probeladungen testet man elektrische Felder aus, mit Kompassnadeln magnetische Felder!

- Die **Feldliniendichte** gibt auch bei elektrischen Feldern Auskunft über die **Stärke des E-Feldes**. Z.B. wird so ersichtlich, dass das elektrische Feld in der Nähe einer einzelnen Ladung $\pm Q$ stärker ist als in einiger Entfernung davon. Auf diese Weise widerspiegelt sich in den beiden Abb. 12.1 und 12.2 das altbekannte Coulombgesetz: Je grösser die Distanz zwischen zwei Ladungen, umso schwächer ist die gegenseitige Kraftwirkung.

  Mehr zur Definition und Bedeutung der **elektrischen Feldstärke** E erfahren Sie im Anhang F. Rechnerisch werden wir nicht mit dieser Feldstärke arbeiten.

- Wird das elektrische Feld durch mehrere Ladungen erzeugt, so entsteht ein kombiniertes Feldlinienbild. Die Richtung der Feldlinien und damit das Aussehen des Feldlinienbildes lässt sich aber immer noch mit einer Probeladung austesten.

- **"Elektrisch leitende Materialien haben die Eigenschaft das elektrische Feld in sich aufzunehmen und zu führen!"**

  Damit verstehen wir z.B. das Fliessen eines **elektrischen Stromes in einem Metallkabel**: Das leitende Kabel verbindet die beiden Pole einer Spannungsquelle und führt somit das E-Feld vom Plus- zum Minuspol der Quelle. Ein Leitungselektron im Kabel wird durch dieses E-Feld immer wieder beschleunigt, nachdem es beim Stoss gegen einen Atomrumpf abgebremst wurde. Die Beschleunigung erfolgt im Kabel entgegengesetzt zur Feldrichtung, also bei einem Elektron zum positiven Pol der Spannungsquelle hin.

  Vergleich mit Magnetfeldern: **"Magnetisierbare Materialien haben die Eigenschaft das magnetische Feld in sich aufzunehmen und zu führen!"**

- Abb. 12.3 zeigt das typische Feldlinienbild von zwei gleich grossen Ladungen mit entgegengesetztem Vorzeichen. Ein solches Feld wird wiederum **Dipolfeld** genannt. Bei einem solchen Feld führen alle Feldlinien vom positiven zum negativen Pol!

  Allgemein gilt: Wird ein E-Feld alleine durch elektrische Ladungen hervorgerufen – also nicht auf die in Kapitel 13 vorgestellte elektromagnetische – so besitzen dessen Feldlinien stets einen Anfang bei einer positiven und ein Ende bei einer negativen Ladung.

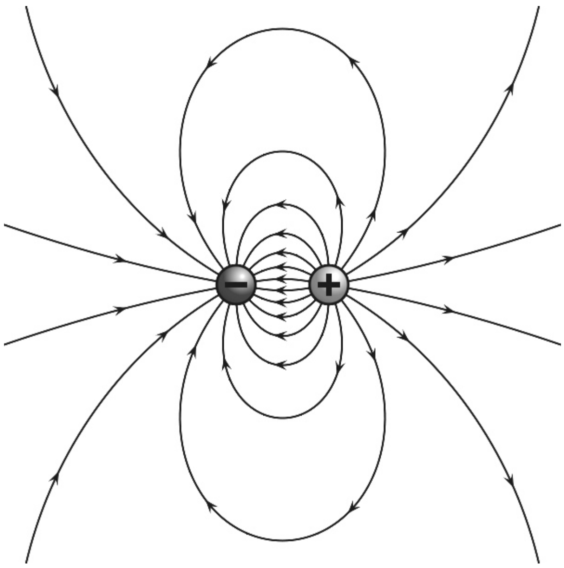


Abbildung 12.3: Das Feldlinienbild eines elektrischen Dipols. Alle Feldlinien gehen von der positiven Ladung aus und enden bei der negativen Ladung.

- Auch die Feldlinienbilder von elektrischen Feldern muss man sich **dreidimensional** vorstellen. Das Dipolfeld in Abb. 12.3 hat also etwas von einem "verpackten Bonbon" und die Feldlinien um die einzelnen Ladungen in den Abb. 12.1 und 12.2 verlaufen strahlenförmig in alle Richtungen weg resp. aus allen Richtungen auf die Ladungen zu.

- Ein E-Feld, welches überall gleich stark ist und in die gleiche Richtung zeigt, bezeichnet man als **homogenes Feld** ($\Rightarrow$ parallele Feldlinien mit konstanter Feldliniendichte).

  Ein homogenes elektrisches Feld besteht z.B. zwischen zwei parallel zueinander aufgestellten Metallplatten, die entgegengesetzt gleich stark geladen sind (Ladungen $+Q$ und $-Q$). Eine solche Anordnung bezeichnet man als **Plattenkondensator**. Das zugehörige Feldlinienbild sehen Sie in Abb. 12.4.

  Ein Beispiel für die Anwendung eines Plattenkondensators sehen Sie in Abb. 12.5, bei dem eine brennende Kerze in den Zwischenraum eines Plattenkondensators gestellt wird. Daran lässt sich erkennen, dass eine solche Anordnung zur Beschleunigung geladener Teilchen verwendet werden kann. So wurden z.B. die Elektronen bei der Erzeugung des Fadenstrahls in Abschnitt 10.6 beschleunigt.

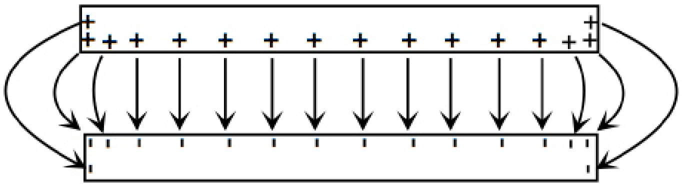


Abbildung 12.4: In einem Plattenkondensator ist ein homogenes elektrisches Feld vorhanden.

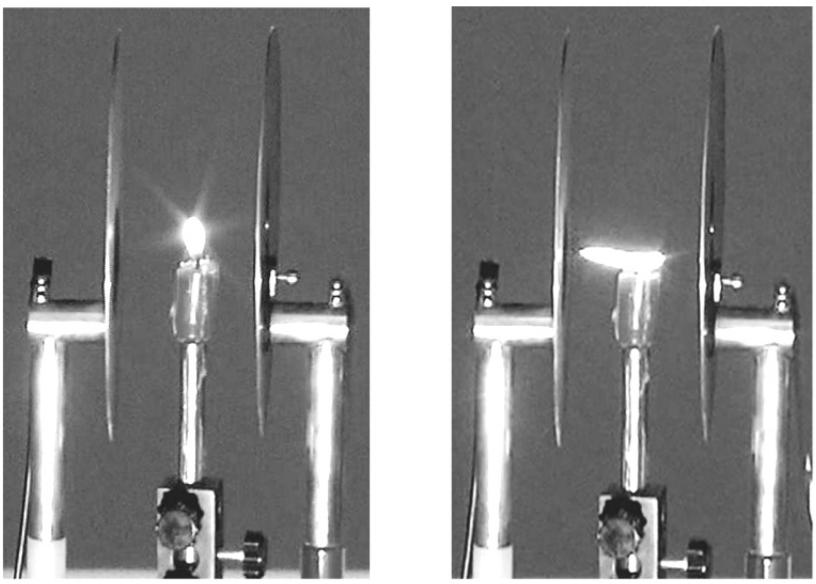


Abbildung 12.5: Wir stellen eine Kerze ins Innere eines Plattenkondensators. Sobald wir die Platten aufladen, wird die Kerzenflamme auseinandergezogen. In der Flamme sind offensichtlich frei bewegliche, geladene Teilchen (Elektronen und positive Ionen) vorhanden, die in Richtung positive bzw. negative Platte hin beschleunigt werden und die Flamme verformen.

Kapitel 13

Das Faraday'sche Gesetz

Im Kapitel 11 haben wir begonnen die **Induktion**, also die elektromagnetische Erzeugung von Spannungen und Strömen zu betrachten. Wie wir gesehen haben, lässt sich das Phänomen in vielen Situationen gut durch die auf Leitungselektronen wirkenden Lorentzkräfte erklären, wenn ein Leiter durch ein Magnetfeld bewegt wird. Wird tatsächlich ein Strom und nicht nur eine Spannung erzeugt, so bremst dieser Induktionsstrom stets die ursprüngliche Bewegung, indem er selber wiederum eine der Bewegung entgegengesetzte Lorentzkraft erfährt. Wir hatten diese negative Rückkopplung als erste Formulierung der **Lenz'schen Regel** festgehalten. Sie garantiert die Einhaltung des Energieerhaltungsprinzip (vgl. Seite 79).

Manchmal musste zur Betrachtung von auf Leitungselektronen wirkenden Lorentzkräfte das Bezugssystem gewechselt werden, weil sich der Leiter im Laborsystem selber gar nicht bewegt und somit in diesem die Voraussetzung für die Existenz der Lorentzkräfte gar nicht gegeben war. Dies liess vermuten, dass wir noch nicht alle Ursachen für die Induktion kennen; denn wenn wir im Laborsystem einen induzierten Strom beobachten können, dann muss es innerhalb dieses Bezugssystems auch eine funktionierende Erklärung dafür geben. Es braucht also eine weitere fundamentale elektromagnetische Gesetzmässigkeit, die wir nach ihrem Entdecker als das **Faraday'sche Gesetz** bezeichnen wollen:

> *Ein sich veränderndes Magnetfeld ist die Quelle eines elektrischen Feldes und somit eine mögliche Ursache für induzierte Spannungen und Ströme!*

Zu dieser Aussage gibt es die sogenannte **Linke-Hand-Regel (LHR)**. Wie alle bisherigen Handregeln wird uns auch diese LHR ein **qualitatives Verständnis** verschiedener Phänomene und technischer Anwendungen liefern.

Auf dieses qualitative Verständnis beschränken wir uns hier. Damit lassen sich viele technische Anwendungen ebenso gut wie bisher oder manchmal eben besser erklären und verstehen, so z.B. der **Transformator**, der **Dynamo** oder der **Induktionsherd**.

13.1 Induktion durch ein sich verändernden Magnetfeldes – das Faraday'sche Gesetz

Bei der Schlaufe in Abb. 11.3 konnten wir die induzierte Spannung durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen in der bewegten Schlaufenseite erklären.

Nun betrachten wir eine Situation, in der wir nicht mehr mit Lorentzkräften argumentieren können, aber trotzdem Induktion stattfindet.[1] Betrachten Sie Abb. 13.1. Eine Leiterschlaufe befindet sich fix an einem Ort. Wiederum ist ein Voltmeter in sie eingebaut.

Jetzt wird ein Stabmagnet von unten in Richtung Schlaufe bewegt, und zwar mit seinem Nordpol voraus. Als Folge davon wird am Ort der Schlaufe das Magnetfeld immer stärker. Wir sagen: **"Das Magnetfeld (am Ort der Schlaufe) ist in Aufwärtsrichtung am zunehmen."** In Abb. 13.1 erkennt man dies daran, dass immer mehr Magnetfeldlinien in Aufwärtsrichtung durch die Schlaufe hindurch gehen.

Wir stellen fest: **Auch in dieser Situation misst man eine induzierte Spannung U_{ind}. Dies allerdings nur solange, wie sich das Magnetfeld am Ort der Schlaufe wirklich am verändern ist!** Nur während der Bewegung des Stabmagneten ist $U_{\text{ind}} \neq 0$! Sobald man mit der Bewegung stoppt, ist auch keine Spannung mehr vorhanden.

Offenbar führt die Veränderung des Magnetfeldes dazu, dass die Leitungselektronen in der Leiterschlaufe in eine Richtung im Kreis herum geschoben werden. Nur so können beim Voltmeter die für die gemessene Spannung notwendigen elektrischen Pole entstehen!

Sich anfänglich nicht bewegende elektrische Ladungen erfahren aber genau dann Kräfte, wenn sie sich in einem elektrischen Feld befinden. Deshalb müssen wir schliessen: **Ein sich veränderndes Magnetfeld erzeugt um sich ein elektrisches Feld!**

Und genau dies ist der Inhalt des **Faraday'schen Gesetzes**, das wir direkt festhalten wollen.

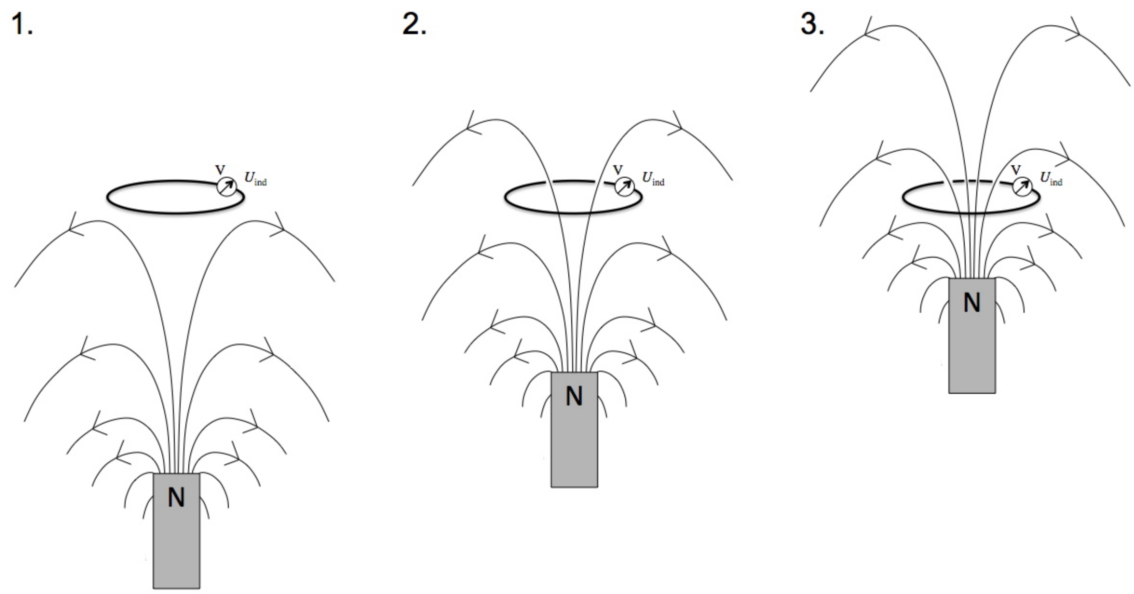


Abbildung 13.1: Induzierte Spannung als Folge der Verstärkung eines Magnetfeldes.

[1]Wir könnten zwar einen Wechsel des Bezugssystems vornehmen. Dies soll hier aber verboten sein, denn wir möchten auch innerhalb des Bezugssystems, in dem die Schlaufe ruht, eine Erklärung für die beobachtete Induktion haben.

> **Das Faraday'sche Gesetz**
>
> *Ein sich veränderndes Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Feld mit geschlossenen, im Kreis herum führenden Feldlinien.*
>
> **Die Linke-Hand-Regel (LHR)**
>
> *Zeigt der Daumen der linken Hand in die Richtung der* **Zunahme** *der magnetischen Feldstärke B, so geben die restlichen Finger den Drehsinn des dadurch erzeugten E-Feldes an.*
>
> **Richtung eines allfälligen Induktionsstromes**
>
> *Befindet sich ein geschlossener Leiterkreis (Schlaufe, Spule) im erzeugten E-Feld, so wird darin ein Strom induziert. Da Elektronen im E-Feld entgegengesetzt zur Feldrichtung beschleunigt werden, der technische Strom aber gerade entgegengesetzt zur Fliessrichtung definiert wird, liefert die LHR gerade die (technische) Richtung dieses Induktionsstromes.*

Anmerkungen zum Faraday'schen Gesetz

- Die Veranschaulichung der Linken-Hand-Regel und des Faraday'schen Gesetzes finden Sie in der Abb. 13.2 auf der nächsten Seite.

- Dass die LHR auch gerade die Richtung eines eventuellen induzierten Stromes vorgibt, wird klar, wenn wir an die Definition der Richtung des elektrischen Feldes zurückdenken (vgl. Kapitel 12): Das elektrische Feld zeigt stets in die Richtung der elektrischen Kraft, welche eine positive Ladung darin erfährt. Die Leitungselektronen werden also in die Gegenrichtung des erzeugten E-Feldes angeschoben, aber dies entspricht dann genau wieder einem Strom in Richtung dieses E-Feldes. . .

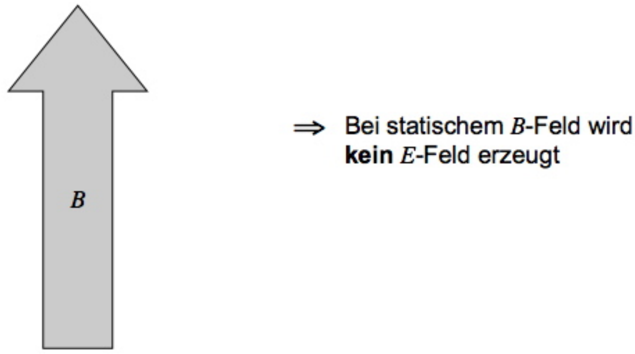
- **Und es ward Licht. . .** Die Konsequenzen des Faraday'schen Gesetzes sind weitreichend. Die Entstehung eines E-Feldes funktioniert damit ohne das Vorhandensein elektrischer Ladungen: Das E-Feld wird durch die Veränderung eines B-Feldes erzeugt! Auf diese Weise erlangt der Feldbegriff eine eigenständige Bedeutung: E- und B-Feldern muss ab sofort eine ähnlich "reale" Bedeutung zugeordnet werden wie elektrischen Ladungen – sie sind für uns neuerdings "etwas mehr" als nur Denkkonzepte!

  Übrigens gibt es auch den umgekehrten Zusammenhang: Ein sich veränderndes E-Feld erzeugt um sich ein B-Feld. Dieser durch **James Clerk Maxwell** (vgl. Abb. 6.1 auf Seite 47) theoretisch geforderte und später experimentell nachgewiesene Zusammenhang macht es möglich, dass sich ein variierendes elektrisches und ein variierendes magnetisches Feld gemeinsam im Raum ausbreiten können, ohne dass dafür in diesem Raum elektrische Ladungen – sprich: Materie – vorhanden sein müssen.

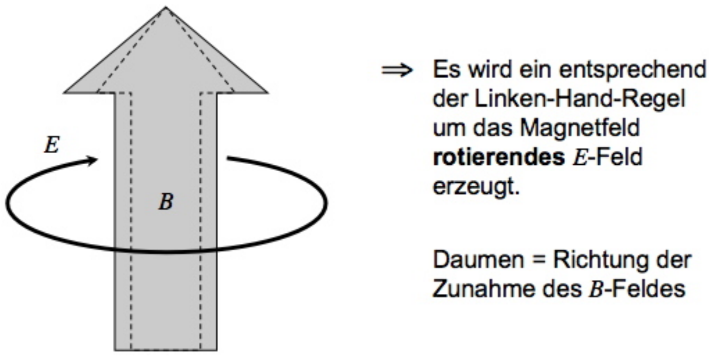
  Tatsächlich wird durch diese Feld-Ausbreitungen das **elektromagnetische Spektrum** beschrieben, zu welchem auch das **sichtbare Licht** gehört: Die Felder pflanzen sich wellenartig im Raum fort, wobei diese elektromagnetischen Wellen unterschiedliche Frequenzen resp. Wellenlängen aufweisen können. Je nach Frequenz gehört die Welle zu einem bestimmten Bereich des elektromagnetischen Spektrums.

- Wir beschränken unsere Anwendungen des Faraday'schen Gesetzes auf Leiterschlaufen oder -spulen. Dabei gibt es einfachere und kompliziertere Situationen. In den nächsten Abschnitten sollen zwei typische Beispiele gezeigt und ausführlich diskutiert werden.

(a) Konstantes Magnetfeld:



(b) Stärker werdendes Magnetfeld:



(c) Schwächer werdendes Magnetfeld:

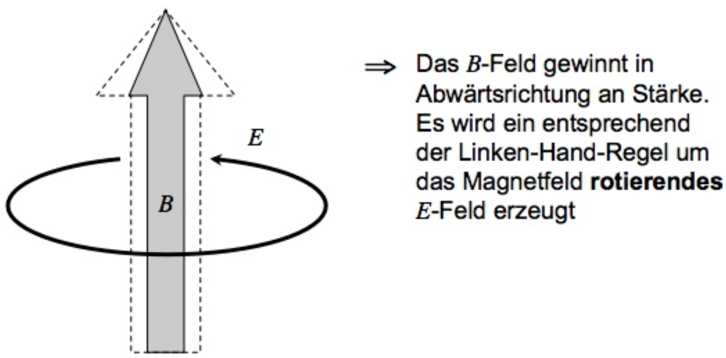


Abbildung 13.2: Das Faraday'sche Gesetz zur elektromagnetischen Induktion.
(a) Bleibt das Magnetfeld immer gleich (Richtung und Flussdichte unveränderlich), so passiert weiter nichts.
(b) Wird das Magnetfeld an einem Ort stärker, so entsteht rund um diesen Ort ein um das Magnetfeld rotierendes elektrisches Feld. Die Feldrichtung erhält man durch die LHR: Zeigt der Daumen der linken Hand in die Richtung der Zunahme des Magnetfeldes, so geben die restlichen Finger den Drehsinn des elektrischen Feldes an.
(c) Wird das Magnetfeld an einem Ort schwächer, so entsteht ebenfalls ein rotierendes elektrisches Feld. Alternativ kann man sagen, dass das Feld in die Gegenrichtung stärker wird, und aus dieser Überlegung folgt wiederum mit der LHR der Drehsinn des elektrischen Feldes.

13.2 Beispiel 1: Der hängende Aluminiumring

Wir starten die Betrachtung mit einer einfachen Beobachtung (vgl. Abb. 13.3): Ein Ring aus Aluminium ist an zwei Fäden aufgehängt. Bewege ich einen Stabmagneten mit einem seiner Pole voran auf den Ring zu, so beobachte ich während dieser Bewegung eine Abstossung des Rings vom Magneten!

Erste Anmerkungen

- Wir erinnern uns: Aluminium zählt zu den nicht-magnetisierbaren Materialien. Dass sich nun trotzdem eine Wechselwirkung zwischen dem Ring und dem Magneten beobachten lässt, kann nur durch einen induzierten Strom im Ring erklärt werden, der selber wieder mit dem Feld des Stabmagneten interagiert. Diese These wird dadurch untermauert, dass ein Aluminiumring mit einem Unterbruch, der ansonsten aber baugleich zum ersten Ring ist, diesen Abstosstungseffekt nicht zeigt – im unterbrochenen Ring kann eben kein Induktionsstrom fliessen.

- Des Weiteren stellen wir fest, dass es keine Rolle spielt, mit welchem seiner Pole der Stabmagnet auf den Ring zubewegt wird. Bei dieser Annäherung entsteht immer einer Abstossung.

  Gehen wir bei der weiteren Betrachtung davon aus, dass wir den Stabmagneten dem Ring von rechts annähern, und zwar mit seinem Nordpol voran, so wie es in Abb. 13.3 gezeigt wird.

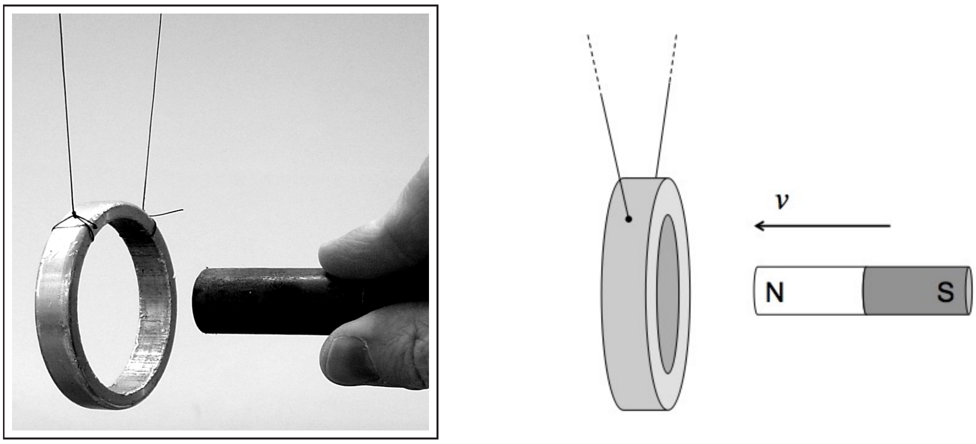


Abbildung 13.3: Der Stabmagnet wird mit seinem Nordpol voran von rechts auf den Ring aus Aluminium zu bewegt.

Jetzt wollen wir überlegen, wie der Induktionsstrom im Ring fliesst und weshalb daraus eine Abstossung zwischen Ring und Stabmagnet resultiert:

i. Bei der Annäherung wird das Magnetfeld durch den Ring in Linksrichtung stärker. Das wird klar, wenn wir uns das Dipolfeld des Stabmagneten ansehen. Seine Feldlinien gehen nach links durch den Ring und bei der Annäherung wird die Feldliniendichte am Ort des Rings immer grösser (vgl. Abb. 13.4). Wir halten fest:

   Am Ort des Rings ist das B-Feld nach links am zunehmen.

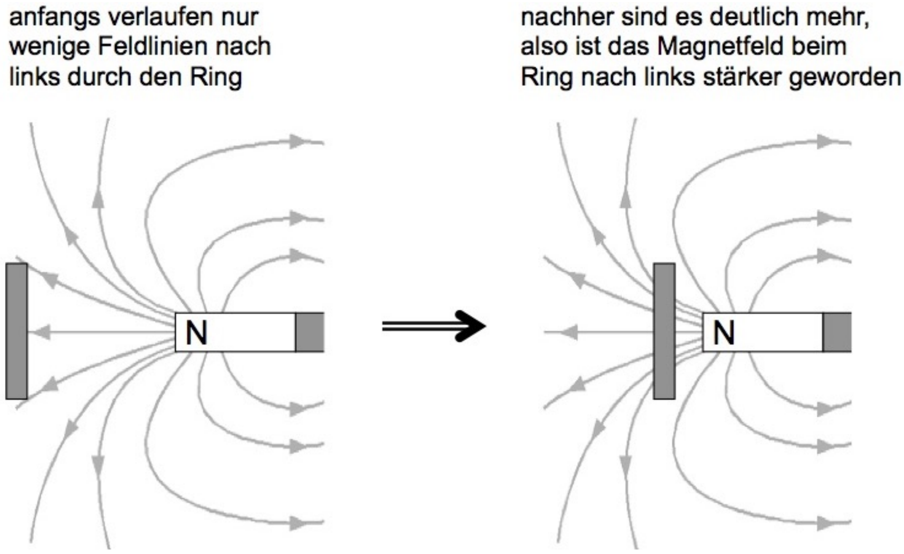


Abbildung 13.4: Am Ort des Aluminiumrings ist das Magnetfeld nach links am stärker werden.

ii. Unter Anwendung der **Linken-Hand-Regel** (LHR) bringen wir das **Faraday'sche Gesetz** ins Spiel. Zeigt der Daumen der linken Hand nach links, so zeigen uns die gekrümmt gehaltenen restlichen Finger der Hand an, in was für einem elektrischen Feld sich der Ring in diesem Moment gerade befindet. Vom Magneten aus gesehen verlaufen die elektrischen Feldlinien im Gegenuhrzeigersinn. Und genau dies ist auch die Richtung des Induktionsstromes I_{ind}, der sich im Ring ergibt, denn die Feldrichtung gibt die Richtung des technischen Stromes vor, der durch dieses angetrieben wird (vgl. Abb. 13.5):

I_{ind} fliesst vom Magneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

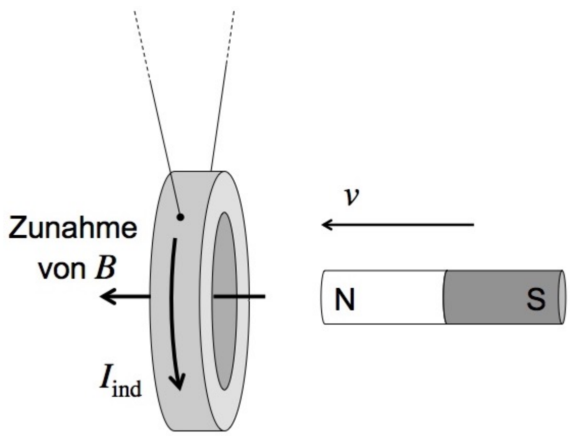


Abbildung 13.5: Durch das stärker werdende B-Feld wird im Ring ein Induktionsstrom hervorgerufen. Dieser fliesst gemäss der LHR (Faraday'sches Gesetz) vom Stabmagneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

iii. I_{ind} erzeugt selber wieder ein Magnetfeld und macht so den Aluminiumring zwischenzeitlich zu einem Magneten. Wie das Magnetfeld des Rings aussieht verrät uns die **Rechte-Hand-Regel** (RHR), also die **Oersted'sche Regel**. Lassen wir den Daumen der rechten Hand dem Induktionsstrom I_{ind} folgen, so sehen wir, dass das erzeugte B-Feld im Innern des Rings nach rechts zeigt. Die Feldlinien gehen also von links nach rechts durch den Ring hindurch, sodass dieser links einen Süd- und rechts einen Nordpol aufweist. Und so verstehen wir nun die Abstossung zwischen Ring und Stabmagnet – es ist die Abstossung zweier Nordpole (vgl. Abb. 13.6).

Aufgrund seiner Magnetpolung stösst sich der Ring vom Stabmagneten ab.

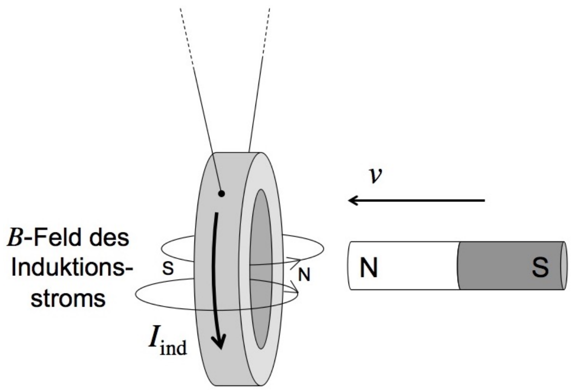


Abbildung 13.6: Der Induktionsstrom im Ring ist selber Quelle eines dipolartigen B-Feldes, dessen Richtung mit der RHR (Oersted'sche Regel) bestimmt werden kann. Der Ring ist damit ein Magnet mit einem Nordpol rechts, der sich vom Nordpol des Stabmagneten abstösst.

Den Schritt iii. in der Argumentationskette oben kann man auch mit Lorentzkräften erklären, die der induzierte Strom im B-Feld des Stabmagneten erfährt (vgl. Abb. 13.7). Betrachten wir z.B. die Unterseite des Rings. Dort fliesst I_{ind} von uns aus gesehen nach hinten in einem Magnetfeld, das schräg nach links unten zeigt. Gemäss der 3FR mit der rechten Hand entsteht eine Lorentzkraft nach schräg links oben. An der Oberseite des Rings entsteht gleichzeitig eine Lorentzkraft nach schräg links unten. Beide Lorentzkräfte zusammen ergeben netto eine Kraft nach links und begründen damit die beobachtete Abstossung vom Stabmagneten.

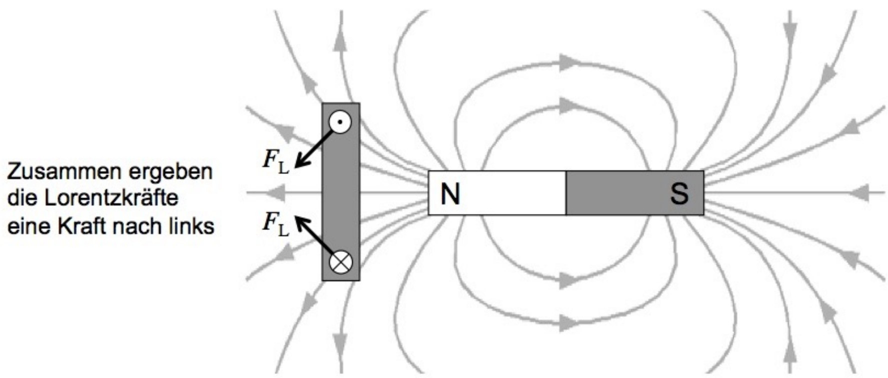


Abbildung 13.7: Die Abstossung des Rings erklärt durch Lorentzkräfte, die der Induktionsstrom im B-Feld des Stabmagneten erfährt.

13.3 Die Lenz'sche Regel beim Faraday'schen Gesetz

Gemäss dem Energieerhaltungsprinzip muss der Ursache eines Induktionsstromes Energie entzogen werden. Betrachten wir dazu nochmals den Aluminiumring aus dem letzten Abschnitt.

Bestimmung der Richtung des Induktionsstromes mit dem Energieerhaltungsprinzip

i. Die für den Induktionsstrom im Ring notwendige Energie muss der Bewegung des Stabmagneten entzogen werden. Anders formuliert: Der Induktionsstrom im Ring muss so wirken, dass er seiner Ursache, also der Bewegung des Stabmagneten entgegen wirkt.

   Der Stabmagnet muss durch eine Abstossung vom Ring gebremst werden.

ii. Damit eine Abstossung zum Aluminiumring besteht, muss dieser auf der dem Stabmagneten zugewandten Seite einen Nordpol besitzen. Daraus folgern wir:

   Das durch I_{ind} erzeugte Magnetfeld zeigt im Innern des Rings nach rechts.

iii. Unter Rückwärtsanwendung der Oersted'schen Regel (RHR) schliessen wir auf die Stromrichtung von I_{ind}. Damit das B-Feld des Induktionsstromes im Innern des Rings nach rechts zeigt, muss dieser von Stabmagneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn fliessen.

   I_{ind} fliesst vom Magneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

Wir gelangen zur selben Schlussfolgerung wie schon zuvor. Die Theorie ist konsistent.

Das Energieerhaltungsprinzip wird durch die Lenz'sche Regel abgebildet. Diese muss folglich auch für Situationen formulierbar sein, in denen wir die Richtung des Induktionsstromes mit dem Faraday'schen Gesetz erklären können. Und damit landen wir bei der ursprünglich von Lenz im Jahre 1833 formulierten Regel – eine Formulierung, die wohlgemerkt aus einer Zeit stammt, in der das Energieerhaltungsprinzip noch nicht bekannt war:

> **Die Lenz'sche Regel (ursprüngliche Version)**
>
> *"Induzierte Ströme fliessen stets so, dass das durch sie hervorgerufene Magnetfeld ihrer Ursache entgegenwirkt."*
>
> *Bei der Veränderung des Magnetfeldes durch eine Schlaufe folgt daraus:*
>
> *"Der in der Schlaufe induzierte Strom erzeugt selber ein Magnetfeld, das die Veränderung des ursprünglichen Magnetfeldes zu kompensieren versucht."*

Das können wir gleich nochmals auf die Situation des hängenden Aluminiumrings anwenden:

Bestimmung der Richtung des Induktionsstromes mit der Lenz'schen Regel

i. Durch die Annäherung des Stabmagneten an den Ring verstärkt sich am Ort des Rings das Magnetfeld nach links.

   Am Ort des Rings ist das B-Feld nach links am zunehmen.

ii. Gemäss der Lenz'schen Regel muss der Induktionsstrom ein Magnetfeld nach rechts erzeugen und so versuchen, der Verstärkung des Magnetfeldes nach links entgegenzuwirken.

   Das durch I_{ind} erzeugte Magnetfeld zeigt im Innern des Rings nach rechts.

iii. Hier folgt die gleiche Überlegung mit der RHR wie schon bei iii. weiter oben.

   I_{ind} fliesst vom Magneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

13.4 Beispiel 2: Ein klassischer Dynamo

Viele Generatoren sind so gebaut, dass der **Rotor**, also der mit der Drehachse mitrotierende Teil, ein Magnet ist und der **Stator**, also der ruhende Teil, aus rund um den Rotor platzierten Spulen besteht. Der wohl bekannteste so aufgebaute Generator ist der ganz normale **Fahrraddynamo**.

Mit dem Faraday'schen Gesetz lässt sich gut erklären, wie ein solcher Generator resp. Dynamo funktioniert. Abb. 13.8 zeigt links eine perspektivische Ansicht. Betrachten wir den Dynamo aus Richtung der Drehachse, d.h. im linken Bild von links her, so ergibt sich die für die weiteren Überlegungen sehr praktische Ansicht rechts. Der zweipolige Rotormagnet dreht von uns aus gesehen im Uhrzeigersinn. Damit dreht sich auch sein dipolartiges Magnetfeld. Offensichtlich verändert sich so bei jeder der drei Flachspulen A, B und C ständig das Magnetfeld.

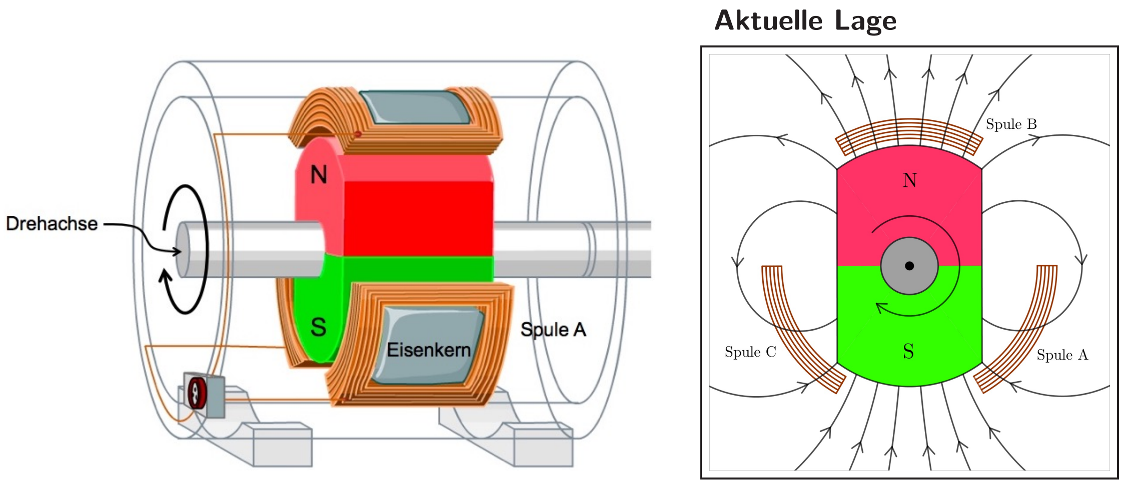


Abbildung 13.8: Ein Dynamo-Prototyp (Generator) mit drehendem Magneten (Rotor) und daran anliegenden, nicht bewegten Flachspulen (Stator) – so oder ähnlich z.B. verwirklicht bei den meisten Fahrrad-Dynamos. Die Grafik rechts zeigt den Dynamo aus der Sicht der Drehachse (im Bild links also von links her gesehen). Dabei wird gut sichtbar, wie das Magnetfeld zum gerade die Flachspulen durchläuft. (Eigentlich würden die Eisenkerne der drei Flachspulen das Feld noch so beeinflussen, sodass die Feldinien in grösserer Zahl durch die Flachspulen hindurch verlaufen. Diesen Effekt wollen wir hier allerdings der Einfachheit halber ausblenden.)

Der "Feldlinien-Zählen-Trick" bei der Anwendung des Faraday'schen Gesetzes

In der Aufgabe 3 von Serie 11 haben wir die Funktionsweise desselben Dynamos bereits mit Lorentzkräften erläutert. Das war eher mühsam, denn wir mussten dafür das Bezugssystem wechseln, sodass der Magnet still steht und sich die Flachspulen daran vorbei bewegen. Dann mussten die Leitungselektronen in verschiedene Spulenseiten betrachtet werden. Das Resultat war zwar schlüssig, aber eben eher umständlich zu ermitteln.[2]

Mit dem Faraday'schen Gesetz wird die Sache einfacher. Wir zählen jeweils die durch die Spule hindurch verlaufenden Feldlinien und können uns rasch darüber klar werden, wie sich diese Anzahl gerade verändert resp. in welche Richtung die Anzahl Feldlinien gerade am zunehmen ist. Diese Durchquerungsrichtung der Spule steht für den Daumen in der LHR (Faraday'sches Gesetz) und führt uns sofort zur Richtung des Induktionsstroms in der jeweiligen Spule.

[2] In Aufgabe 3 von Serie 11 wurde nur die Spule A betrachtet. **Resultat:** In der linken Perspektive von Abb. 13.8 floss der technische Strom von uns aus gesehen **im Uhrzeigersinn**. Das muss (und wird!) sich auch bei der Betrachtung mit dem Faraday'schen Gesetz so ergeben!

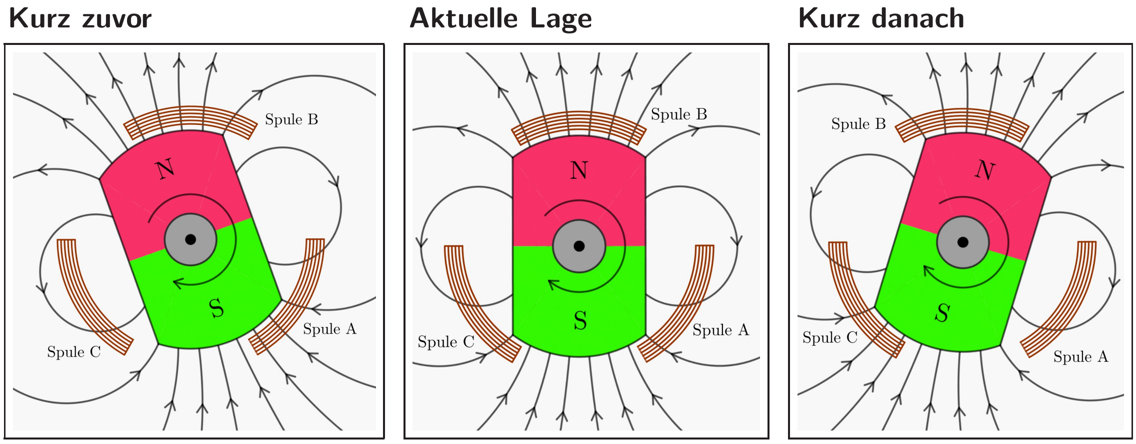


Abbildung 13.9: Das Faraday'sche Gesetz beim Dynamo: Die Anzahl der Feldlinien durch die Flachspulen ist sich ständig am verändern, woraus man gut ablesen kann, in welche Durchflussrichtung das Magnetfeld bei jeder Flachspule am stärker werden ist.

In Abb. 13.9 sehen wir in der Mitte die aktuelle Lage des Rotors, links daneben einen Moment kurz vorher und rechts daneben einen kleinen Moment später. Diese Mini-Bilderserie, die man sich auch einigermassen gut vorstellen kann, reicht aus, um für alle drei Flachspulen anzugeben, wie es mit dem Induktionsstrom in der aktuellen Lage aussieht:

Spule A: Das B-Feld zeigt gegen innen (= in Richtung Drehachse), ist aber gerade am schwächer werden, denn wir sehen, dass von Bild zu Bild immer weniger Feldlinien durch die Spule hindurch verlaufen. Anders gesagt: Bei Spule A ist das B-Feld nach aussen am zunehmen. Mit der LHR (Daumen nach aussen) folgt sofort, dass der Induktionsstrom links in Abb. 13.8 von uns aus gesehen im Uhrzeigersinn fliesst.

Spule B: In der aktuellen Lage gehen maximal viele gegen aussen führende Feldlinien durch die Spule hindurch. Kurz vorher waren es etwas weniger, kurz nachher sind es auch wieder etwas weniger. D.h., beim Wechsel vom Bild kurz zuvor zur aktuellen Lage ist eine geringe Feldverstärkung nach aussen festzustellen, während von der aktuellen Lage zum Bild kurz danach eine geringe Feldverstärkung nach innen passiert. Insgesamt können wir also nicht von einer deutlichen Feldverstärkung in eine bestimmte Richtung sprechen. Folglich findet genau in diesem Moment eben keine Induktion statt – die Lorentzkräfte heben sich aus Symmetriegründen gegenseitig auf. Es ist $I_{\text{ind}} = 0$.

Spule C: Das B-Feld ist nach innen am Zunehmen. Von aussen gesehen wird sich in der Spule ein Induktionsstrom im Gegenuhrzeigersinn ergeben.

Merken wir uns zum Schluss dieses Kapitel also folgenden Trick:

Der "Feldlinien-Zählen-Trick"

Bei Schlaufen (oder Spulen) kann die LHR resp. das Faraday'sche Gesetz angewendet werden, indem man anschaut, wie sich die Anzahl der durch die Schlaufe verlaufenden Feldlinien verändert $\rightarrow$ **Feldlinien zählen**.

Der Daumen zeigt senkrecht weg von der Schlaufenfläche und zwar auf die Seite, in welche die Anzahl der Feldlinien am zunehmen ist. (Eine Abnahme der Feldlinien in die eine Richtung wird als Zunahme der Feldlinien in die andere Richtung interpretiert.)

Kapitel 14

Das Induktionsprinzip

In den Kapiteln 11 und 13 haben wir gesehen, wie Spannungen und als Folge davon eben auch Ströme induziert werden. Es braucht stets eine der folgenden beiden Voraussetzungen:

- **Lorentzkräfte auf Leitungselektronen: Ein Leiter wird in einem B-Feld bewegt.**

  Der Grund für die Induktionsspannung ist, dass die Leitungselektronen durch ein Magnetfeld bewegt werden. Durch die dabei entstehenden Lorentzkräfte werden sie angeschoben.

- **Faraday'sches Gesetz: Ein Leiter befindet sich in einem B-Feld, das sich am verändern ist und deshalb ein E-Feld erzeugt.**

  In diesem Fall ergibt sich die Induktionsspannung, weil die Leitungselektronen im erzeugten E-Feld elektrische Kräfte erfahren.

In beiden Fällen braucht es "Veränderung". In komplett statischen Situationen werden keine Spannungen induziert. Entweder muss sich der Ort des Leiters verändern (= Bewegung) oder eben die Stärke oder die Richtung des Magnetfeldes.

Tatsächlich lassen sich beide Begründungen für das Entstehen einer Induktionsspannung in einer einzigen Gesetzmässigkeit, dem **Induktionsprinzip**, zusammenfassen. Dieses Prinzip lernen Sie in diesem Kapitel kennen. Es besagt Folgendes:

> **Induktionsprinzip: Bei einer durch ein Voltmeter unterbrochenen Leiterschlaufe wird genau dann eine Induktionsspannung gemessen, wenn sich der magnetische Fluss Φ durch die Schlaufe am verändern ist.**

Anders formuliert heisst das: Solange sich im Feldlinienbild des B-Feldes die Anzahl Feldlinien durch die Schlaufe am verändern ist, wird eine Induktionsspannung gemessen.

Dieses Prinzip lässt sich mathematisch kompakt im sogenannten **Induktionsgesetz** formulieren und bildet so die Grundlage der quantitativen Behandlung der Induktion:

$$\textbf{Induktionsgesetz:} \qquad U_{\text{ind}} = -N \cdot \Phi'$$

Dabei ist N die **Windungszahl der Spule** (= N-fache Schlaufe), über welcher die Spannung induziert wird, und Φ ist der bereits erwähnte **magnetische Fluss** durch die Spule, also ganz anschaulich ein Mass für die Anzahl Feldlinien, welche in einem bestimmten Moment durch die Spule hindurch verlaufen.

Dass im Induktionsgesetz nicht Φ selber, sondern die Ableitung Φ' nach der Zeit t auftaucht, widerspiegelt nun mathematisch, dass nur genau dann eine Induktionsspannung besteht, wenn sich der magnetische Fluss am verändern ist: Φ' muss dafür verschieden von Null sein! (Das Minuszeichen ist eine rein formale Festlegung und für unsere Betrachtungen nicht wichtig.)

14.1 Der magnetische Fluss Φ

In diesem Abschnitt wird mit dem **magnetischen Fluss** Φ eine neue physikalische Grösse eingeführt. Was soll diese neue Grösse genau beschreiben?[1]

Konkret geht es darum ein Mass dafür zu finden, wie viele Feldlinien eines Magnetfeldes B zu einem bestimmten Zeitpunkt t durch eine Leiterschlaufe oder Spule hindurch verlaufen.

Dies mag im Moment etwas verwirrend klingen: Warum sollte es einen kümmern, wie viele Feldlinien eine Leiterschlaufe passieren? Die Antwort auf diese Frage wird erst im folgenden Abschnitt 14.2 gegeben. Bis dahin müssen Sie sich also gedulden und einfach versuchen die Definition dieser neuen physikalischen Grösse Φ so gut wie möglich zu verstehen.

Analog zum Wasserfluss durch eine Drahtschlaufe (vgl. Anhang G) definieren wir:

Definition des magnetischen Flusses durch eine Schlaufe

Befindet sich eine ebene Schlaufe der Fläche A in einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B, so ist der magnetische Fluss Φ gegeben durch:

$$\Phi := B \cdot A \cdot \cos\varphi \tag{14.1}$$

Dabei ist φ der Winkel zwischen dem Normalenvektor $\vec{n}$ der Fläche und der Richtung des magnetischen Feldes.

Am besten verinnerlichen Sie die folgende Aussage, um ein anschauliches Bild vom magnetischen Fluss zu bekommen:

Zum Verständnis des magnetischen Flusses

Der magnetische Fluss Φ ist im Feldlinienbild ein Mass für die Anzahl Linien, welche in Richtung des Normalenvektors $\vec{n}$ durch eine Schlaufe verlaufen.

Ganz analog zu den Überlegungen aus Anhang G können wir nun beim magnetischen Fluss folgern, wie sich dieser verändern lässt (vgl. Abb. 14.1):

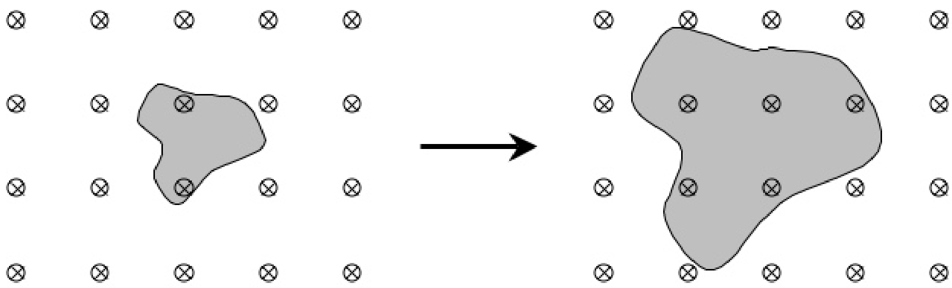
- Der magnetische Fluss Φ wird grösser, wenn man die Fläche A vergrössert, denn durch eine grössere Fläche verlaufen mehr Feldlinien.
- Der magnetische Fluss Φ wächst mit der magnetischen Flussdichte B des Feldes an, denn B ist ja genau ein Mass für die Feldliniendichte.[2]
- Der magnetische Fluss Φ ist umso grösser, je "senkrechter" die Schlaufe zum Magnetfeld steht. Er ist genau dann maximal, wenn der Normalenvektor $\vec{n}$ der Schlaufenfläche und die Richtung des Magnetfeldes parallel zueinander verlaufen. Der Zwischenwinkel beträgt dann $\varphi = 0^\circ$, und der Cosinus nimmt den Wert 1 an. Dreht man die Fläche um 90°, so werden gar keine Feldlinien mehr durch die Schlaufe verlaufen. φ beträgt nun 90° und der Cosinus davon ist 0. Somit verschwindet auch der magnetische Fluss.

Die SI-Grundeinheit des magnetischen Flusses Φ wäre das **Weber** $\mathrm{Wb} = \mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2$. Damit werden wir aber nicht arbeiten, denn in der Regel interessieren uns die Werte magnetischer Flüsse nicht.

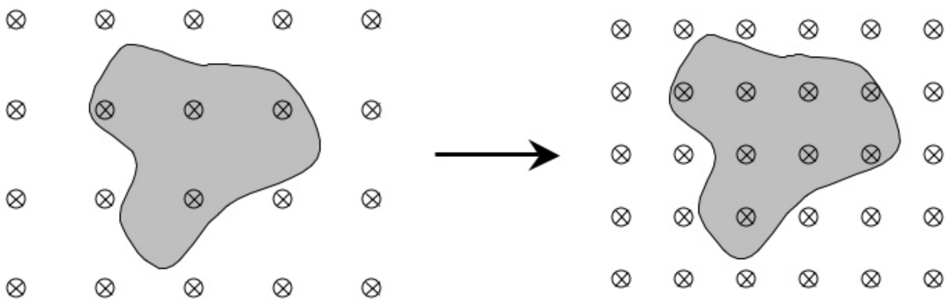
[1] Man spricht zwar vom magnetischen "Fluss", sieht dabei aber nicht wirklich etwas fliessen!

[2] In unserer Wasser-Analogie aus Anhang G entspricht also die Fliessgeschwindigkeit des Wassers der Stärke des magnetischen Feldes ($v \to B$).

(a) Flächenvergrösserung kann Φ vergrössern:



(b) Verstärkung des Magnetfeldes kann Φ vergrössern:



(c) Änderung der relativen Lage von Schlaufe und Magnetfeld kann Φ vergrössern:

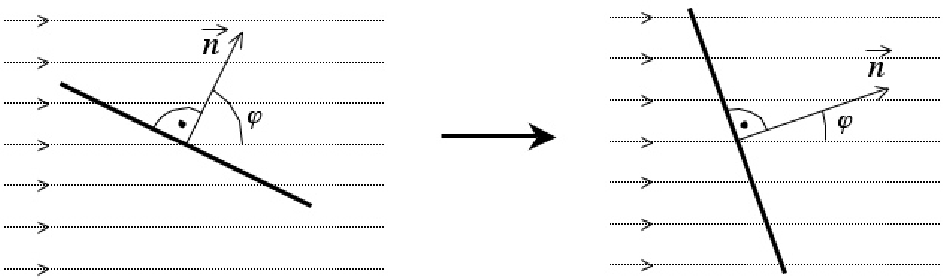


Abbildung 14.1: Wie kann der magnetische Fluss durch eine Schlaufe verstärkt werden?
(a) Normalenvektor der Fläche und Magnetfeld zeigen beide ins Blatt hinein. Bei Vergrösserung der Schlaufenfläche A verlaufen mehr Feldlinien durch diese hindurch. $\Rightarrow$ Der magnetische Fluss Φ wird grösser.
(b) Die Verstärkung des Magnetfeldes B erhöht die Feldliniendichte. Immer mehr Feldlinien verlaufen durch die Schlaufe. $\Rightarrow$ Der magnetische Fluss Φ wird grösser.
(c) Durch die Drehung verlaufen immer mehr Feldlinien durch die Schlaufe. $\Rightarrow$ Der magnetische Fluss Φ wird grösser.
Am grössten wird Φ, wenn der Winkel zwischen der Richtung des Magnetfeldes und dem Normalenvektor $\vec{n}$ einen Wert von $\varphi = 0°$ annimmt. Bei $\varphi = 90°$ gehen keine Feldlinien durch die Schlaufe und der magnetische Fluss verschwindet.

14.2 Induktionsprinzip und Induktionsgesetz

Michael Faraday (vgl. Abb. 7.1 auf Seite 52) untersuchte die elektromagnetische Induktion sehr genau. Sein Konzept der Kraftlinien (Feldlinien) erlaubte ein theoretisches Verständnis der beobachteten Vorgänge. Daraus folgerte er das unten beschriebene **Induktionsprinzip**, welches die Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen und die Induktion durch sich verändernde Magnetfelder in sich vereinigt.

Faraday war ein Meister des Experimentierens und des konzeptionellen Denkens. Allerdings war er nicht in der Lage, seine Erkenntnisse in Mathematik zu übersetzen, da er dieser Sprache nur in geringem Masse mächtig war. Dies übernahmen andere für ihn und notierten daraus die als **Induktionsgesetz** bekannte Gleichung (14.2):

Induktionsprinzip und Induktionsgesetz

Über einer Leiterspule mit N Windungen ($= N$ aneinander gehängte Schlaufen) besteht genau dann eine induzierte Spannung U_{ind}, solange sich der magnetische Fluss Φ durch die Spulenfläche verändert. Der Wert der induzierten Spannung ist gegeben durch:

$$U_{\text{ind}} = -N \cdot \Phi' \tag{14.2}$$

Dabei ist Φ' die Ableitung des magnetischen Flusses nach der Zeit, also die zeitliche Veränderung des Flusses.

Anmerkungen zum Induktionsgesetz

- Über einer vorgegebenen Spule (N fix) besteht genau solange eine induzierte Spannung, wie die Anzahl Feldlinien durch diese Spule verändert wird. Ändert sich der magnetische Fluss nicht, ist also $\Phi = \text{konst.}$, so verschwindet seine Ableitung nach der Zeit ($\Phi' = 0$) und es wird keine Spannung induziert ($U_{\text{ind}} = 0$).

- Das Minuszeichen im Induktionsgesetz ist eine theoretische Konvention.[3] Es spielt für unsere qualitativen Betrachtungen im Moment keine Rolle, weshalb ich an dieser Stelle nicht weiter darauf eingehe. Man darf es also auch weglassen.

- Abb. 14.1 auf Seite 100 zeigt, wie der magnetische Fluss durch eine Schlaufe oder Spule verändert werden kann. Daraus folgt:

Wann wird über einer Schlaufe eine Spannung induziert?

Eine induzierte Spannung besteht genau dann, wenn sich der magnetische Fluss Φ durch die Schlaufe verändert ($\Rightarrow \Phi' \neq 0$), also wenn sich ...

... *die Schlaufenfläche A verändert,*

... *die Flussdichte B des Magnetfeldes verändert oder*

... *die relative Lage von Magnetfeld und Schlaufe, d.h. der Winkel φ zwischen dem Normalenvektor $\vec{n}$ der Spule und der Feldrichtung, verändert.*

[3] Konvention = Festlegung durch Übereinkunft. Es ist aus bestimmten theoretischen Gründen sinnvoll, das Induktionsgesetz mit einem Minuszeichen zu notieren.

14.3 Alte Regeln neu verpackt...

Das Induktionsprinzip vereinigt in sich alle Situationen, in denen elektromagnetische Induktion bei Schlaufen resp. Spulen beobachtet wird:

Fall 1 – Lorentzkräfte auf Leitungselektronen: Wird ein metallener Leiter durch ein B-Feld bewegt, so erfahren die darin enthaltenen Leitungselektronen Lorentzkräfte, die als Ursache einer Induktionsspannung angesehen werden können.

Mit solchen Lorentzkräften auf Leitungselektronen erklärt man die Induktionsspannung bei den Situationen (a) und (c) in Abb. 14.1 auf Seite 100 (Schlaufenvergrösserung und Drehung der Schlaufe).

Das Induktionsprinzip beinhaltet diese Fälle, weil die Bewegung eines Leiters im Magnetfeld entweder mit der Vergrösserung resp. Verkleinerung der Schlaufenfläche, oder aber mit der Drehung der Schlaufe im Magnetfeld (= Veränderung der relativen Lage von Spulenfläche und Magnetfeldrichtung) einher geht.

Fall 2 – Faraday'sches Gesetz: Befindet sich ein metallener Leiter in der Umgebung eines sich verändernden Magnetfeldes, so spüren die darin enthaltenen Leitungselektronen das E-Feld, welches gemäss Faraday'schem Gesetz dabei erzeugt wird.

Mit diesem Faraday'schen Gesetz erklärt man die Induktionsspannung bei Situation (b) in Abb. 14.1 (Verstärkung des Magnetfeldes).

Auch diese Situation ist Bestandteil des Induktionsgesetzes, denn eine Veränderung der Magnetfeldstärke, also eine Veränderung der Feldliniendichte im Feldlinienbild, entspricht ja ganz offensichtlich einer Veränderung des magnetischen Flusses durch die Schlaufe.

Kapitelinhalt bis zu dieser Stelle

Fassen wir die wesentlichen Gedankengänge nochmals kurz zusammen:

1. Das Induktionsprinzip besagt: In einer Leiterschlaufe wird genau dann ein Strom induziert, solange sich der magnetische Fluss Φ durch die Schlaufe am verändern ist, solange also $\Phi' \neq 0$ ist.

2. Die Definition des magnetischen Flusses Φ verrät uns folglich, wie ein Induktionsstrom in einer Schlaufe erzeugt werden kann. Es gibt drei Varianten:

   $\Phi := A \cdot B \cdot \cos\varphi \quad \Rightarrow \quad \Phi' \neq 0$ wenn entweder

   $A' \neq 0$ d.h. A wird verändert (Schlaufenfläche vergrössern/verkleinern), oder

   $B' \neq 0$ d.h. B wird verändert (Magnetfeld verstärken/abschwächen), oder

   $\varphi' \neq 0$ d.h. φ wird verändert (Schlaufe im Magnetfeld anders ausrichten)

3. Die erste und die dritte Variante ($A' \neq 0$ und $\varphi' \neq 0$) lassen sich mit der Lorentzkraft erklären, die zweite Variante ($B' \neq 0$) mit Hilfe des Faraday'schen Gesetzes.

14.4 Wechsel des Bezugssystems

Die Gesetze des Elektromagnetismus sind in vielen Situationen austauschbar. D.h., häufig lässt sich ein und dasselbe Phänomen mittels verschiedener Regeln erklären. Dabei sind diese Erklärungen völlig gleichwertig. Es gibt typischerweise keine bessere oder schlechtere Erklärung.[4]

Bei der Induktion geht diese Feststellung sogar noch etwas weiter! Hier ist es sehr häufig so, dass die Regeln ineinander übergehen, wenn man das Phänomen von verschiedenen Betrachtungsstandpunkten, also in verschiedenen Bezugssystemen untersucht.

Als Beispiel sei hier der **Drehspulgenerator** erwähnt (vgl. Situation (c) in Abb. 14.1):

Erklärung 1: Betrachten wir das B-Feld als ruhend, so dreht sich die Spule und wir erklären den Induktionsstrom durch die Lorentzkraft auf die Leitungselektronen in der Drehspule.

Erklärung 2: Setzen wir uns hingegen auf die Drehspule drauf und drehen uns mit ihr mit, so erscheint uns die Spule in diesem neuen Bezugssystem in Ruhe. Stattdessen dreht sich nun das B-Feld in die andere Drehrichtung. In diesem Bezugssystem müssen wir den Induktionsstrom mit dem Faraday'schen Gesetz erklären, denn die Spule ist ja (inkl. ihrer Leitungselektronen) in Ruhe! Hier ist es das B-Feld, das sich laufend verändert.

Wie Sie diesem Beispiel ansehen, funktionieren die Regeln des Elektromagnetismus wunderbar zusammen. Beim Wechsel des Bezugssystems werden unter Umständen die Voraussetzungen für eine Regel "vernichtet", dafür werden die Voraussetzungen für die Anwendung einer anderen Regel geschaffen, sodass sich das beobachtete Phänomen auch aus der neuen Perspektive immer noch sauber erklären lässt![5]

---

[4] Denken Sie z.B. an die Drehspule eines Elektromotors: Deren Drehrichtung lässt sich einerseits durch die Lorentzkraft auf bestimmte Spulenseiten vorhersagen. Andererseits kann man aber ebenso gut mit der Oersted'schen Regel argumentieren, dass die Drehspule selber ein Magnetfeld erzeugt, also zu einer Art Stabmagnet wird, der sich im externen Magnetfeld auszurichten versucht.

[5] In der Physik ist eine Theorie nur dann gut, wenn sie solchen Wechseln des Bezugssystems standhält. Man sagt: Die physikalischen Gesetze müssen **unter Koordinatentransformationen invariant** sein.

Ganz im Sinne Einsteins: Alles ist relativ, aber die physikalischen Gesetze müssen absolute Gültigkeit haben!

Anhang A

Farbcodes bei Kohleschichtwiderständen

Farbe			1. Ring (1. Ziffer)	2. Ring (2. Ziffer)	3. Ring (Zahl der Nullen)	4. Ring (Toleranz)
schwarz	sw		0	0	–	–
braun	br		1	1	0	± 1%
rot	rt		2	2	00	± 2%
orange	or		3	3	000	
gelb	ge		4	4	0 000	
grün	gn		5	5	00 000	
blau	bl		6	6	000 000	
violett	vt		7	7		
grau	gr		8	8		
weiß	ws		9	9		
		ohne Ring				± 20%
Manchmal		gold			× 0,1	± 5%
auch:		silber			× 0,01	± 10%

Abbildung A.1: Bedeutung des Farbcodes auf Keramikwiderständen.

Beispiel: Der Farbcode **gelb-violett-orange-gold** bedeutet:

$$R = \underset{\text{gelb}}{4} \quad \underset{\text{violett}}{7} \quad \underset{\text{orange}}{000} \quad \Omega \quad = 47\,000\,\Omega = 47\,\mathrm{k}\Omega$$

Der vierte Ring beschreibt die **Toleranz** des Widerstandes, d.h. seine Präzision. Bei den von uns verwendeten Widerständen ist der vierte Ring in der Regel goldig. Das bedeutet, dass der tatsächliche Wert um bis zu $\pm 5\,\%$ abweichen kann, hier also um bis zu $\pm 2.35\,\mathrm{k}\Omega$.

Anhang B

Die Kirchhoff'schen Gesetze

Mit der Beschreibung von Serie- und Parallelschaltungen in den Kapiteln 3 und 5 haben wir eine Idee davon erhalten, wie wir in komplizierteren Schaltungen mit Spannungen und Strömen umgehen.

Allerdings wurden in Kapitel 5 als kompliziertester Fall lediglich Verschachtelungen von Serie- und Parallelschaltungen angeschaut. Es gibt aber durchaus noch komplexere Situation, in denen nicht so leicht zwischen Serie- und Parallelschaltung unterschieden werden kann. Hier ein typisches Beispiel:

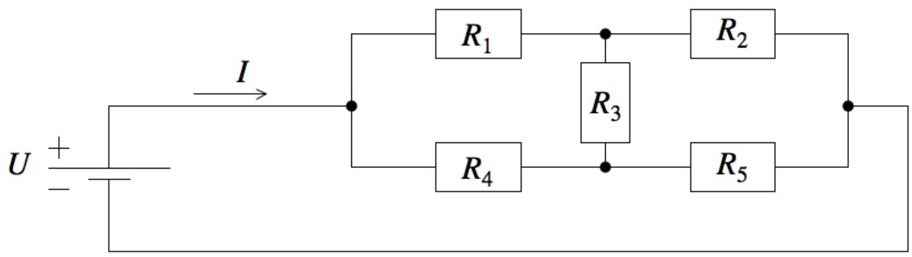


Abbildung B.1: Eine Schaltung, welche nur durch Anwendung der Kirchhoff'schen Regeln zu analysieren ist.

Wie verteilt sich in dieser Schaltung der Strom? In welche Richtung fliesst er beispielsweise im mittleren Widerstand R_3?

In diesem Anhang werden nun die beiden allgemeinen Grundgesetze beschrieben, mit welchen sich im Prinzip beliebig komplizierte Schaltkreise untersuchen lassen. Es sind dies die beiden **Kirchhoff'schen Gesetze**. De facto handelt es sich dabei um zwei passend für elektrische Stromkreise formulierte Grundgesetze der Physik: Das 1. Kirchhoff'sche Gesetz (1. KG), die **Knotenregel**, widerspiegelt die **Ladungserhaltung**, das 2. KG, die **Maschenregel**, resultiert aus der **Energieerhaltung**. Die KGs ermöglichen uns weitergehende Analysen von Schaltungen – allerdings wird es auch mathematisch anspruchsvoller. Wir werden Gleichungssysteme zu lösen haben, wobei diese in aller Regel linear sind und somit eindeutige Lösungen besitzen.[1]

[1]Zum Glück! Alles andere wäre höchst verwirrend, denn schiesslich realisiert die Natur in der Schaltug auch nur eine ganz bestimmte Spannungs- und Stromstärkeverteilung.

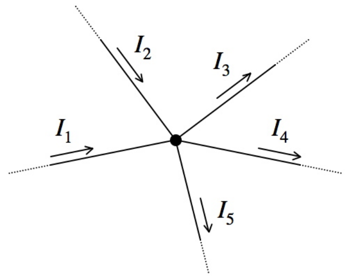
Die Kirchhoff'schen Gesetze

1. Kirchhoff'sches Gesetz: Die Knotenregel

Bei jedem Knoten in einer Schaltung sind die zu- und die abfliessenden Ströme insgesamt gleich stark:

$$\text{Knoten} \quad \Rightarrow \quad \sum I_{\text{zu}} - \sum I_{\text{ab}} = 0 \tag{B.1}$$

Konkret:



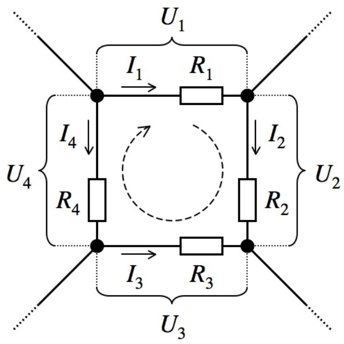
$$\Rightarrow \quad I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

2. Kirchhoff'sches Gesetz: Die Maschenregel

Bei jeder Masche in einer Schaltung ist die Summe über sämtliche Teilspannungen längs einer Umlaufrichtung gleich Null:

$$\text{Masche} \quad \Rightarrow \quad \sum U_i = 0 \tag{B.2}$$

Konkret:



$$\Rightarrow \quad U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0$$

Anmerkungen zu den Kirchhoff'schen Gesetzen

- Ganz fremd sind uns diese Regeln nicht. Z.B. beinhaltet die Knotenregel (B.1) die Gleichung (5.1): Bei einer Parallelschaltung teilt sich der Gesamtstrom in die Teilströme auf. Und die Maschenregel (B.2) ist eine umfassendere Formulierung von (3.4): Bei einer Serieschaltung addieren sich die Teilspannungen zur Gesamtspannung.[2]
- Die beiden Gesetze sind auf ganz fundamentale physikalische Gesetzmässigkeiten zurückzuführen: Im Falle der Knotenregel geht es um die **Ladungserhaltung** (resp. die Erhaltung der Elektronen) bei einem Knoten. Bei der Maschenregel haben wir eine weitere Variante des **Energieerhaltungsprinzips** vor uns.[3]

---

[2] Also ist $U - U_1 - U_2 - \ldots = 0$.

[3] Führen wir ein Elektron durch eine ganze Masche hindurch, so hat es am Ende wieder gleich viel elektrische

- Die Maschenregel wendet man korrekt an, indem man völlig unabhängig von irgendwelchen Kriterien eine Umlaufsrichtung in der Masche festlegt. Bei Abschnitten, auf welchen die Stromrichtung in eben diese Umlaufsrichtung zeigt, wird die Teilspannung im Ohm'schen Gesetz positiv angesetzt, ansonsten wird ein Minuszeichen eingebaut:

$$\text{Umlaufsrichtung} \upharpoonleft\upharpoonright \text{Stromrichtung} \quad \Rightarrow \quad U_i = R_i \cdot I_i$$

$$\text{und:} \qquad \text{Umlaufsrichtung} \upharpoonleft\downharpoonright \text{Stromrichtung} \quad \Rightarrow \quad U_i = -R_i \cdot I_i$$

  Im Prinzip ist auch die Festlegung der Stromrichtungen zunächst willkürlich. Am Beispiel von Abb. B.2 werden wir diskutieren, welche Festlegungen sinnvoll sind und wie wir die Resultate der Berechnungen zu interpretieren haben.

Rechnen mit den Kirchhoff'schen Gesetzen – ein Beispiel

Vorgegeben sei die Schaltung in Abb. B.2. Es ist die Schaltung vom Anfang dieses Anhangs (vgl. Abb. B.1), nun allerdings mit ganz konkreten Vorgaben der Widerstandswerte und der Gesamtspannung.

Aus der Analyse dieser Schaltung soll hervorgehen, wie stark die Teilströme sind. Zudem möchten wir herausfinden, in welche Richtung der Strom durch Widerstand R_3 fliesst.

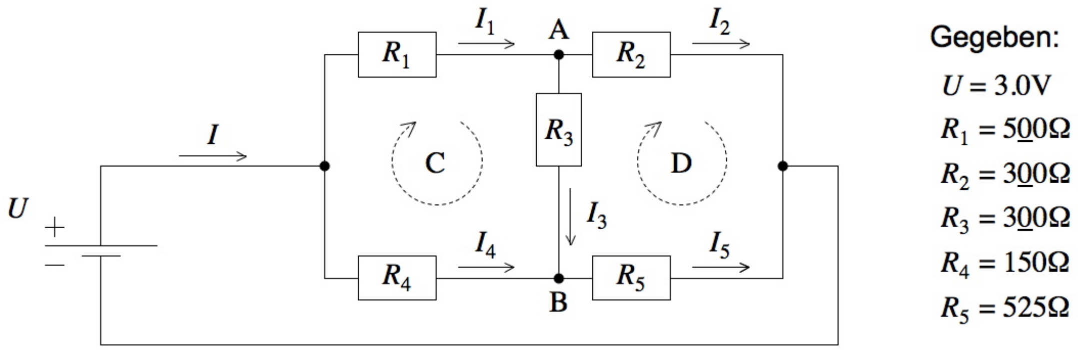


Abbildung B.2: Die Analyse einer Schaltung mittels Kirchhoff'scher Regeln. Für jeden Widerstand muss zu Beginn eine Stromrichtung und für jede Masche eine Umlaufrichtung definiert werden.

Als Vorbereitung einer solchen Analyse muss man Strom- und Maschenrichtungen ins Schaltschema eintragen. Die Wahl der Maschenrichtungen ist für jede einzelne Masche beliebig. Ich habe mich für den Uhrzeigersinn entschieden. Bei den Strömen mag es Richtungen geben, welche von Beginn weg klar sind. In unserem Beispiel sind dies die Richtungen von I_1, I_2, I_4 und I_5. Ungewiss ist hingegen die Richtung von I_3. Wir legen dafür zunächst willkürlich eine Richtung fest. Ich habe mich für "von oben nach unten" entschieden.

Am Ende unserer Berechnungen werden wir evaluieren: Für die Ströme I_1, I_2, I_4 und I_5 müssen wir positive Werte erhalten, sonst ist etwas schief gelaufen. Die Richtung von I_3 werden wir am Vorzeichen dieser Stromstärke erkennen.

Energie wie am Anfang, denn es befindet sich ja an derselben Stelle in der Schaltung. Demnach muss sein Energieumsatz bei diesem Vorgang insgesamt gleich Null sein. Es muss also gleich viel Energie aufgenommen wie abgegeben haben.

Mit den beiden Kirchhoff'schen Gesetzen lässt sich notieren:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Knotenregel bei A:} & I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\
\text{Knotenregel bei B:} & I_3 + I_4 - I_5 = 0 \\
\text{Maschenregel in C:} & U_1 + U_3 + U_4 = R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0 \\
\text{Maschenregel in D:} & U_2 + U_5 + U_3 = R_2 I_2 - R_5 I_5 - R_3 I_3 = 0
\end{array}
$$

Das sind bis jetzt vier Gleichungen für fünf Unbekannte (I_1 bis I_5). Noch nicht mit eingeflossen ist die Gesamtspannung U. Dies kann auf verschiedenem Weg passieren, z.B.:

$$U = U_1 + U_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2 \qquad \text{oder} \qquad U = U_4 + U_3 + U_2 = R_4 I_4 - R_3 I_3 + R_2 I_2$$

Grundsätzlich ist jeder Weg durch die Schaltung, vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle, für diese letzte Gleichung wählbar, solange man auch hier für die Vorzeichen die Stromrichtungspfeile beachtet. Sinnvoll ist natürlich eine möglichst einfache Variante.

Nun haben wir ein **lineares Gleichungssystem** mit fünf Gleichungen und fünf Unbekannten erhalten. Dieses hat in aller Regel – und zu unserem Glück – genau eine Lösung. D.h., unsere physikalischen Gesetze, wie auch die Natur, verhalten sich eindeutig:

$$
\left|\begin{array}{rcl}
I_1 - I_2 - I_3 & = & 0 \\
I_3 + I_4 - I_5 & = & 0 \\
R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_4 I_4 & = & 0 \\
R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_5 & = & 0 \\
R_1 I_1 + R_2 I_2 & = & U
\end{array}\right|
\quad \Rightarrow \quad
\left|\begin{array}{rcl}
I_1 - I_2 - I_3 & = & 0 \\
I_3 + I_4 - I_5 & = & 0 \\
500\, I_1 + 300\, I_3 - 150\, I_4 & = & 0 \\
300\, I_2 - 300\, I_3 - 525\, I_5 & = & 0 \\
500\, I_1 + 300\, I_2 & = & 3.0
\end{array}\right|
$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich z.B. mit dem Additionsverfahren lösen, das wir aus der Algebra kennen. Wir sehen hier also eine konkrete Anwendung dieser Mathematik. Man erhält:

$$I_1 = 3.0\,\mathrm{mA} \qquad I_2 = 5.0\,\mathrm{mA} \qquad I_3 = -2.0\,\mathrm{mA} \qquad I_4 = 6.0\,\mathrm{mA} \qquad I_5 = 4.0\,\mathrm{mA}$$

I_3 kommt negativ heraus! D.h., die tatsächliche Stromrichtung im Widerstand führt entgegen der willkürlich gewählten Pfeilrichtung "von unten nach oben".

Das ist nicht sehr überraschend, denn der Weg vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle über R_1-R_3-R_5 besitzt einen klar grösseren Widerstand als derjenige über R_4-R_3-R_2.

Wir müssen übrigens nicht in der Lage sein lineare Gleichungssysteme mit fünf Gleichungen von Hand zu lösen. Probieren darf man's aber durchaus einmal!

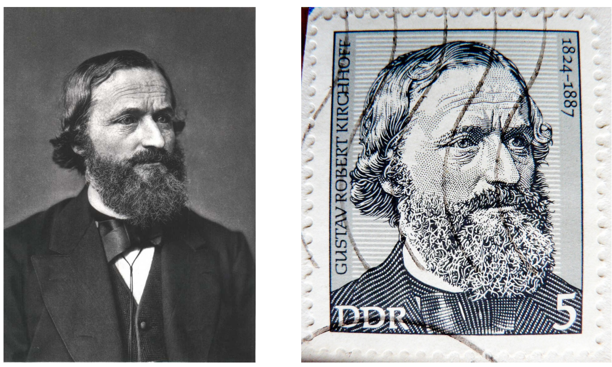


Abbildung B.3: Gustav Robert Kirchhoff (1824 – 1887), verewigt auch als Briefmarke.

Anhang C

Magnetismus auf atomarer Ebene

Wie andere makroskopisch beobachtbare Eigenschaften von Stoffen, so muss die Physik auch den Magnetismus auf die Eigenschaften von **Elementarteilchen** und den Aufbau der Materie aus diesen zurückführen. In diesem Anhang werden ein paar grundlegende Aussagen dazu vorgestellt. Allerdings kann diese Zusammenstellung weder den Anspruch auf Vollständigkeit erheben, noch kann sie die theoretischen Modelle tiefer gehend beschreiben, denn dazu bedarf es einer Quantenphysik, die Sie wohl nur in einem Studium der Physik in hinreichendem Umfang erfahren können.

C.1 Die zwei Ursachen von Magnetismus auf Ebene der Teilchen

Spin und Magnetismus einzelner Teilchen: Atomkerne und Elektronen besitzen selber so etwas wie eine untilgbare Eigenrotation, die man als **Spin** bezeichnet.[1] Mit diesem Spin verbindet man die Tatsache, dass jedes Teilchen als ein winziges Stabmagnetchen anzusehen ist. Jedes Teilchen besitzt ein sogenanntes **magnetisches Spinmoment**.

Eine Komponente des makroskopisch erfahrbaren Magnetismus wird also dadurch begründet, dass die elementaren Bausteine der Materie selber bereits kleine magnetische Dipole sind.

Bahnmomente von Elektronen im Atom: Zum magnetischen Spinmoment der einzelnen Teilchen kommt in einem Atom das **magnetische Bahnmoment** der Elektronen in der Atomhülle hinzu. Im Bild des Bohr'schen Atommodells kreisen die Elektronen auf bestimmten Bahnen um den Atomkern.[2] Jedes derart kreisende Elektron entspricht einem Kreisstrom und ist demzufolge vergleichbar mit einer winzigen, stromführenden Leiterschlaufe, die ein Magnetfeld erzeugt (vgl. Abschnitt 8.4). Dabei handelt es sich bekanntlich ebenfalls um ein Dipolfeld.

Die zweite Komponente des makroskopisch erfahrbaren Magnetismus entsteht somit durch die "Bewegungen" der Elektronen in der Elektronenhülle eines Atoms.

Es sei angemerkt, dass sämtliche Spin- und Bahnmomente dieser elementaren Teilchen **magnetischen Dipolen** entsprechen, also als kleine Stabmagnete resp. stromführende Leiterschlaufen angesehen werden können. Bereits auf dieser Ebene existieren also keine magnetischen Monopole und man kann zeigen, dass so auch keine makroskopischen magnetischen Monopole entstehen können. Wir haben hier also den tieferen Grund für die **Nichtexistenz magnetischer Monopole** erfahren.

[1] Die Vorstellung des Spins als Eigenrotation eines Teilchens ist nicht recht schlüssig, denn von einem echten Elementarteilchen wie dem Elektron lässt sich weder eine Ausdehnung noch eine innere Struktur angeben. Wie sollte sich da erkennen lassen, ob es sich dreht? In diesem Sinne ist es klüger, den Spin einfach als weitere Teilcheneigenschaft anzusehen, vergleichbar mit der Masse oder der elektrischen Ladung. Allerdings muss dem Spin eine Richtung zugeschrieben werden, er ist also eine vektorielle und keine skalare Grösse.

[2] Eigentlich darf das Verhalten der Elektronen in einem Atom seit Entdeckung der Quantenphysik nicht mehr mit dem Bohr'schen Atommodell beschrieben werden. Die Vorstellung im Atom kreisender Elektronen ist nachweislich falsch. Dennoch ist es manchmal erlaubt auf dieses ältere Atommodell zurückzugreifen, wenn die Resultate denen der Quantenphysik entsprechen. Allerdings gibt es in jedem Atom Elektronen, die gar keinen Beitrag zum magnetischen Bahnmoment leisten. Dies gilt insbesondere für das Wasserstoff- und das Helium-Atom im Grundzustand. D.h., solche Atome besitzen von Grund auf kein Bahnmoment.

C.2 Verschiedene Arten von Magnetismus

Ausgehend von den beiden eben erläuterten Ursachen des Magnetismus auf Ebene der Teilchen und Atome lassen sich nun mehrere Arten von Magnetismus voneinander unterscheiden und verstehen. Dabei sei angemerkt, dass wir es im Alltag fast ausschliesslich mit dem **Ferromagnetismus** zu tun haben. Kapitel 6 betrachtet ausschliesslich diese Art des Magnetismus.

Die folgenden Abschnitte sind dem Buch **Giancoli, Douglas C.:** *Physik – Gymnasiale Oberstufe* **(2011), Pearson Deutschland GmbH (Hallbergmoos)** entnommen. Die Bilder entstammen dem Buch **Tipler, Paul A.:** *Physik* **(1994), Spektrum Akademischer Verlag (Heidelberg)**.

Ferromagnetismus: *Eine mikroskopische Untersuchung zeigt, dass ein (Ferro-)Magnet (...) aus winzigen Bereichen von höchstens* $1\,\mathrm{mm}$ *Länge und Breite besteht, die als* **Domänen**[3] *bezeichnet werden. Jede Domäne verhält sich wie ein winziger Magnet, der einen Nord- und einen Südpol besitzt. In einem unmagnetisierten Stück Eisen sind diese Domänen willkürlich ausgerichtet (vgl. Abb. C.1). Die magnetischen Einflüsse der Domänen heben sich gegenseitig auf, sodass dieses Stück Eisen nicht wie ein Magnet wirkt. In einem Magneten sind die Domänen in einer Vorzugsrichtung ausgerichtet. Ein Magnet kann hergestellt werden, indem ein nicht-magnetisiertes Stück Eisen in ein starkes Magnetfeld gebracht wird. (...) Sorgfältige Beobachtungen zeigen in diesem Fall, dass sich die Magnetisierung von Domänen tatsächlich leicht drehen kann, sodass sie sich nahezu parallel zum äusseren Feld ausrichten. Allgemeiner kann man sagen, dass sich die Grenzen der Domänen, die* **Domänenwände**, *so bewegen, dass die Domänen, deren magnetische Orientierung parallel zum äusseren Feld verläuft, auf Kosten der anderen an Grösse zunehmen (...) Dies erklärt, weshalb ein Magnet unmagnetisierte Eisenteile wie Büroklammern oder Haarnadeln aufheben kann. Das Magnetfeld bewirkt in dem unmagnetisierten Objekt eine leichte Ausrichtung der Domänen, sodass es zu einem temporären Magneten wird, dessen Nordpol dem Südpol des Permanentmagneten zugewandt ist und umgekehrt; daher kommt es zur Anziehung. In derselben Weise richten sich in einem Magnetfeld längliche Eisenspäne ähnlich einer Kompassnadel und visualisieren den Verlauf des Magnetfeldes. Ein Eisenmagnet kann über einen langen Zeitraum magnetisiert bleiben und wird daher als "Permanentmagnet" bezeichnet. Wenn Sie jedoch den Magneten auf den Boden fallen lassen oder mit dem Hammer gegen ihn schlagen, bringen Sie die Domänen wieder in ihre willkürliche Ausrichtung. Der Magnet kann folglich einen Teil oder seine gesamte Magnetisierung verlieren. Auch zu starke Erhitzung kann einen Verlust der Magnetisierung verursachen, da durch den Temperaturanstieg die thermische Bewegung der Atome zunimmt, was zu einer willkürlichen Ausrichtung der Domänen führt. Oberhalb einer bestimmten Temperatur, die als* **Curie-Temperatur** *bezeichnet wird (für Eisen* $770\,^{\circ}\mathrm{C}$*) ist überhaupt keine Magnetisierung mehr möglich.*[4]

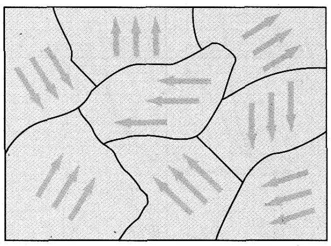
Die auffallende Ähnlichkeit zwischen den Feldern, die von einem Stabmagneten und einer elektrischen Leiterschleife erzeugt werden, let die Vermutung nahe, dass das von einem Strom erzeugte Magnetfeld etwas mit dem Ferromagnetismus zu tun hat. Diese Theorie wurde zuerst im 19. Jahrhundert von Ampère aufgestellt. Der modernen Atomtheorie zufolge enthalten die Atome eines beliebigen Materials Elektronen, die einen zentralen Kern umkreisen. Da die Elektronen geladen sind, bilden sie einen elektrischen Strom und erzeugen folglich ein Magnetfeld. Wenn allerdings kein äusseres Feld vorhanden ist, sind die Umlaufbahnen der Elektronen in den verschiedenen Atomen zufällig angeordnet, sodass sich ihre magnetischen Effekte insgesamt aufheben. Die Elektronen selbst erzeugen jedoch ein zusätzliches, intrinsisches Magnetfeld – sie haben ein intrinsisches magnetisches Moment, das als ihr "Spin" bezeichnet wird.[5] *Für die Erzeugung*

[3] Diese magnetischen Domänen werden andernorts auch als **Weiss'sche Bezirke** oder **Weiss'sche Bereiche** bezeichnet.

[4] Eisen, Nickel, Kobalt, Gadolinium und bestimmte Legierungen sind bei Zimmertemperatur ferromagnetisch; verschiedene andere Elemente und Legierungen haben eine geringere Curie-Temperatur und sind daher nur bei niedrigen Temperaturen ferromagnetisch.

[5] Der Begriff "Spin" entstammt der mittlerweile verworfenen Annahme, dass sich dieses intrinsische magnetische Moment aus der Drehung des Elektrons um seine eigene Achse (zusätzlich zum "Umkreisen" des Kerns) ergibt, wodurch ein zusätzliches Feld erzeugt wird. Diese Betrachtungsweise eines sich drehenden Elektrons ist zu stark vereinfachend und unzulässig.

des Ferromagnetismus ist nun das Magnetfeld des Elektronenspins verantwortlich. In den meisten Materialien heben sich die durch den Elektronenspin erzeugten Magnetfelder auf, da diese willkürlich orientiert sind. In Eisen und anderen ferromagnetischen Materialien läuft allerdings ein komplizierter Wechselwirkungsmechanismus ab, der als "Austauschkopplung" bekannt ist. Durch diesen Mechanismus richten sich die zum Ferromagnetismus beitragenden Spins der Elektronen in dieselbe Richtung aus. Folglich summieren sich die winzigen Magnetfelder, die durch die einzelnens Elektronen erzeugt werden, zum Magnetfeld einer Domäne. Wenn alle Domänen gleich ausgerichtet sind, entsteht (...) ein starker Magnet.



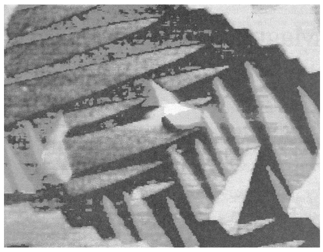


Abbildung C.1: Links eine schematische Darstellung von magnetischen Domänen. Die magnetische Ausrichtung ändert sich von Domäne zu Domäne, sodass das Material makroskopisch nicht magnetisch erscheint.
Rechts zu sehen sind die Domänen auf der Oberfläche eines Fe-3%Si-Kristalls. Das Bild wurde mit einem Raster-Elektronen-Mikroskop bei gleichzeitiger Polarisationsanalyse vorgenommen. Die Graustufen entsprechen möglichen Orientierungen der magnetischen Domänen.

Alle Materialien sind bis zu einem gewissen Grad magnetisch. Nichtferromagnetische Materialien lassen sich in zwei Hauptklassen einteilen: in **paramagnetische** *(...) und in* **diamagnetische** *(...)*

Der Unterschied zwischen paramagnetischen und diamagnetischen Materialien liegt auf der Teilchenebene[6] *darin, dass manche Teilchen ein permanentes magnetisches Dipolmoment zeigen, andere nicht.*

Paramagnetismus: *In paramagnetischen Materialien tragen die Teilchen ein permanentes magnetisches Dipolmoment.*[7] *Ohne die Wirkung eines äusseren Magnetfeldes sind die Dipolmomente willkürlich angeordnet und es sind keine magnetischen Einflüsse zu beobachten. Wenn jedoch ein äusseres Magnetfeld angelegt wird, beispielsweise indem das Material in eine Spule gebracht wird, dann übt das angelegte Magnetfeld einen Drehimpuls auf die magnetischen Dipole aus, die sich vorzugsweise parallel zum Feld ausrichten und somit das Gesamtmagnetfeld verstärken. Durch die thermischen Fluktuationen der Teilchen wird allerdings diese Ordnung zerstört. (...)*

Diamagnetismus: *Diamagnetische Materialien (...) bestehen aus Teilchen, die keine permanenten magnetischen Dipolmomente besitzen. Wenn ein äusseres Feld angelegt wird, werden magnetische Dipole erzeugt, die entgegengesetzt zum Feld ausgerichtet sind. Folglich ist das Gesamtmagnetfeld etwas geringer als das äussere Feld. Im vereinfachten Bild der den Kern umkreisenden Elektronen besteht der Einfluss des äusseren Feldes darin, die "Umlauf"geschwindigkeit der sich in eine Richtung bewegenden Elektronen zu vergrössern. Diamagnetismus ist in allen Materialien vorhanden. Da er aber schwächer als Paramagnetismus ist, wird er meist von paramagnetischen und ferromagnetischen Effekten überlagert.*

[6] Im zitierten Buch wird an dieser Stelle von der molekularen Ebene und in der Folge von Molekülen oder Ionen gesprochen. Para- und Diamagnetismus können aber durchaus bereits durch die Verhältnisse in einzelnen Atom entstehen, sodass ich hier einen allgemeineren Ausdruck – eben Teilchen – bevorzuge.

[7] Hier ist effektiv ein Bahnmoment gemeint.

Anhang D

Die Definition der magnetischen Flussdichte B

Wie im Abschnitt 9.3 gesagt wurde und wovon man sich in Experimenten nach Wunsch beliebig oft überzeugen kann, ist die Lorentzkraft bei senkrecht zueinander stehenden Strom- und Magnetfeldrichtungen, also bei $\varphi = 90°$, am stärksten ($F_\mathrm{L} \sim \sin\varphi$). Ebenso kann man sich experimentell von den beiden Proportionalitäten $F_\mathrm{L} \sim I$ und $F_\mathrm{L} \sim l$ überzeugen.

Wechselt man bei der Leiterschaukel von Abb. 9.1 den Magneten aus, wobei man darauf achtet, dass die Stromstärke I, die Länge l und der Winkel φ unverändert bleiben, so lassen sich durchaus Unterschiede in der Stärke der Lorentzkraft feststellen. Mit einem stärkeren Magneten ergibt sich eben auch eine stärkere Lorentzkraft.

Demzufolge kann die Leiterschaukel theoretisch als Messinstrument für die Stärke eines Magnetfeldes verwendet werden! Und genau auf diesem Hintergrund wurde die **magnetische Flussdichte B**, also das Mass für die Stärke eines Magnetfeldes definiert:

Definition der magnetischen Flussdichte B

Fliesst in einem senkrecht zu einem homogenen magnetischen Feld stehenden Leiterabschnitt der Länge l ein Strom der Stärke I und messen wir gleichzeitig eine Lorentzkraft der Stärke F_L, welche auf diesen Leiterabschnitt wirkt, so ist der Betrag der **magnetischen Flussdichte** $\vec{B}$ *des Magnetfeldes gegeben durch:*

$$B := \frac{F_\mathrm{L}}{I \cdot l} \tag{D.1}$$

Aus der Grössendefinition folgt wie immer die Zusammensetzung der SI-Einheit:

$$[\,B\,] = \frac{[\,F\,]}{[\,I\,]\cdot[\,l\,]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^2} =: \mathrm{T} = \mathrm{Tesla}$$

Ein homogenes Magnetfeld besitzt eine Flussdichte von genau 1 Tesla, wenn ein 1 Meter langer Leiter, welcher senkrecht zur Magnetfeldrichtung ausgerichtet ist und einen elektrischen Strom der Stärke 1 Ampere führt, darin eine Lorentzkraft mit Betrag 1 Newton erfährt.

"1 Tesla = 1 Newton pro Meter und pro Ampere"

Anhang E

Der Aufbau einer einfachen Elektronenkanone

Dieser Anhang orientiert sich in Aufbau und Inhalt stark an der entsprechenden Wikipedia-Seite `https://de.wikipedia.org/wiki/Elektronenkanone`. Die Bebilderung, sowie ein Teil des Textes und insbesondere die verwendeten Symbole für die auftretenden physikalischen Grössen habe ich allerdings nach eigenen Vorstellungen gesetzt.

Als **Elektronenkanone**, auch Elektronenstrahlsystem oder Elektronenquelle, wird eine elektrische Anordnung zur Erzeugung von Elektronenstrahlen bezeichnet. Die Elektronenkanone stellt einen gebündelten und gerichteten Strahl von Elektronen zur Verfügung, wie er beispielsweise in Elektronenröhren (Braun'sche Röhren), Fadenstrahlrohren und Elektronenmikroskopen als Strahlsystem verwendet wird. Bei allgemeinen Elektronenquellen liegt im Gegensatz zur Elektronenkanone keine Bündelung des Elektronenstrahls vor.

Beim typischen Aufbau (siehe Abb. E.1) werden Elektronen aus einem elektrischen Leiter, der **Kathode** – welche meist erwärmt ist, um die Austrittsarbeit für die Ladungsträger sicherzustellen – in ein Vakuum emittiert.[1] Durch die Spannung zwischen der gegenüber der Kathode positiv geladenen **Anode** werden die Elektronen zu Letzterer hin beschleunigt. In der Anode befindet sich bei Elektronenkanonen ein Loch, durch das der Elektronenstrahl durchgelassen wird.

Bei den meisten Bauformen werden die Elektronen von einer geeigneten Kathode emittiert und durch eine konstante elektrische Spannung, der **Beschleunigungsspannung $\boldsymbol{U_\mathrm{B}}$**, auf die Anode zu beschleunigt. Die kinetische Energie E_kin eines beschleunigten Elektrons beträgt näherungsweise:

$$E_\mathrm{kin} = U_\mathrm{B} \cdot e \tag{E.1}$$

Dies ist eine direkte Folge der Spannungsdefinition $U = \frac{\Delta E}{|q|}$. Das Elektron mit Ladung $|q| = e$ durchläuft von der Kathode zur Anode die Spannung U_B, weshalb obige Energie freigesetzt und eben zur kinetischen Energie E_kin des Elektrons wird.[2]

Aus (E.1) ergibt sich das Verständnis für eine neue Energieeinheit, das **Elektronenvolt $\mathbf{eV}$**: Ein einfach geladenes Teilchen, das eine Beschleunigungspannung von beispielsweise $350\,\mathrm{V}$ durchlaufen hat, besitzt ganz einfach eine kinetische Energie von $350\,\mathrm{eV}$. In der Kern- und Teilchenphysik, wo

[1] Emittieren = aussenden.

[2] Für nicht-relativistische Teilchen kann diese Energie mit der klassischen Formel für die kinetische Energie in die entsprechende Geschwindigkeit umgerechnet werden:

$$E_\mathrm{kin} = \frac{mv^2}{2}$$

Setzen wir hier Gleichung (E.1) ein und lösen nach der Geschwindigkeit v auf, so erhalten wir:

$$v = \sqrt{\frac{2E_\mathrm{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2Ue}{m}}$$

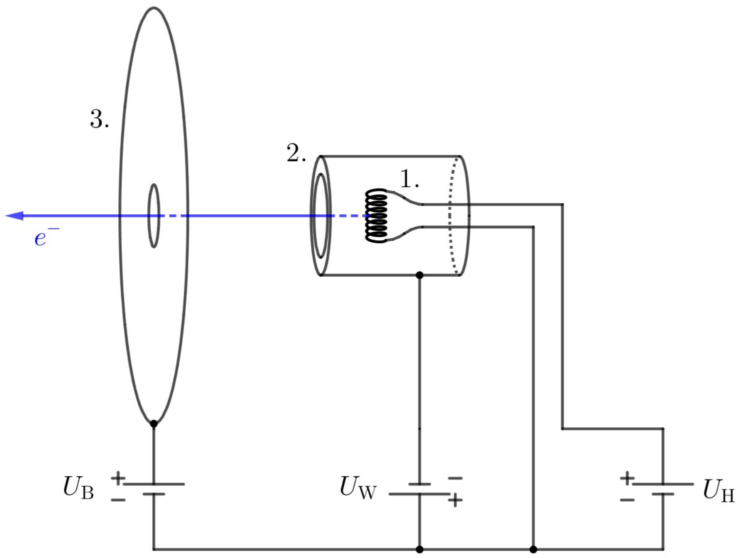


Abbildung E.1: Der schematische Aufbau einer Elektronenkanone.
1. Glühkathode (= Austrittsort der Elektronen)
2. Wehneltzylinder zur Strahlfokussierung
3. Anodenblende (= rundes Anodenplättchen mit Durchlassloch in der Mitte)

es andauernd um Teilchen mit sehr grossen Geschwindigkeiten geht, ist diese Energieeinheit enorm praktisch. Man verwendet für die Beschreibung solcher Teilchen gar keine Geschwindigkeitswerte mehr.[3]

Oft verlässt der Strahl die Kanone durch ein Loch in der Anode, dessen Grösse ohne Verwendung eines Strahlfokussierungsmechanismus auch den Strahldurchmesser festlegt. Zusätzliche, oft ring- oder rohrförmige Elektroden sowie Magnetfelder im Rahmen der Elektronenoptik sorgen für die Fokussierung oder die weitere Beschleunigung des Elektronenstrahls. Sie können sowohl zwischen Kathode und Anode, als auch nach der Anode angebracht sein. Man spricht dementsprechend von elektrostatischer bzw. magnetischer Fokussierung.

Beim **Wehneltzylinder** handelt es sich um eine gegenüber der Kathode negativ geladene Steuerelektrode zum Fokussieren des Elektronenstrahlen und zum Regeln der Helligkeit in Kathoden- resp. Fadenstrahlröhren (**Wehneltspannung** $\boldsymbol{U_\mathrm{W}}$). Durch Einsatz des Wehneltzylinders kann die sonst notwendige sehr hohe Anodenspannung reduziert werden.

Meist werden Glühkathoden als Elektronenemitter verwendet. Im Bild oben wird das Heizelement an die **Heizspannung** $\boldsymbol{U_\mathrm{H}}$ angeschlossen.

Der Elektronenstrahl verbleibt meist im Vakuum[4] einer Röhre, kann jedoch durch aerodynamische Fenster oder Fenster z.B. aus dünnem Aluminium auch aus dem Vakuum austreten. Er hat in Luft eine seiner Beschleunigungsspannung entsprechende Reichweite von bis zu einigen Zentimetern.

Elektronenkanonen werden mit Strahlleistungen von ein paar nW (kleine Experimentieranlagen), ein paar Watt (Mikrosystemanwendungen, Bildröhren) bis zu einigen hundert Kilowatt (Elektronenstrahlschmelzen, Elektronenstrahlverdampfen) eingesetzt. Beschleunigungsspannungen liegen je nach Anwendung zwischen einigen V bis ca. $300\,\mathrm{kV}$. Der Strahldurchmesser liegt je nach Anwendung zwischen einigen Mikrometern und einigen Zentimetern. Die Leistungsdichten erreichen Werte bis über $100\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{cm}^2}$.

[3] Grund dafür ist eine Konsequenz aus der Speziellen Relativitätstheorie: Die Geschwindigkeiten von Elementarteilchen mit sehr hoher kinetischer Energie liegen allesamt sehr nahe bei der Lichtgeschwindigkeit und sind kaum voneinander zu unterscheiden. In der Nähe der Lichtgeschwindigkeit nimmt die Geschwindigkeit eines Teilchen nämlich fast nicht mehr zu, auch wenn ich ihm sehr viel kinetische Energie zuführe.

[4] Bei unserem Fadenstrahlrohr handelt es sich nicht um ein besonders gutes Vakuum, denn wir möchten den Elektronenstrahl ja gerne sehen, weshalb Spuren eines Leuchtgases im Rohr enthalten sind.

Anhang F

Ergänzungen zum Begriff des elektrischen Feldes

F.1 Elektrische Kräfte in der bisherigen Betrachtungsweise

Die ursprüngliche Beschreibung der **Coulombkraft**, also der elektrischen Kraft zwischen zwei Ladungen, ist für uns relativ anschaulich: Zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 im Abstand r ziehen sich an oder stossen sich ab, wobei die Stärke dieser elektrischen Kraftwirkung durch das **Coulombgesetz** gegeben ist:

$$F_{\mathrm{el}} = k \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2} \qquad \text{mit} \quad k = 9.0 \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$$

Ladungen gleichen Vorzeichens stossen sich ab, solche mit verschiedenen Vorzeichen ziehen sich an (vgl. Abb. F.1).

Dieses bisherige Bild der elektrischen Kraft ist zwar einfach, aber auch nicht besonders vollständig. Z.B. wird nicht beantwortet, wie denn der Mechanismus der Kraftübertragung zustande kommt. Es fehlen also Antworten auf Fragen wie:

- Wie kommt es, dass eine solche Kraft über eine Distanz hinweg wirken kann?
- Wirkt diese Kraftübertragung eigentlich instantan? D.h., nimmt der Betrag der Coulombkraft bei Veränderung der Entfernung zwischen den Ladungen sofort ab oder zu, oder gibt es dabei eine Verzögerung?

Weitere – für die Physik sehr wesentliche – Überlegungen und Konzepte helfen uns Antworten auf solche Fragen zu geben. Ein solches Konzept ist das **elektrische Feld**, welches im Kapitel 12 eingeführt wird.

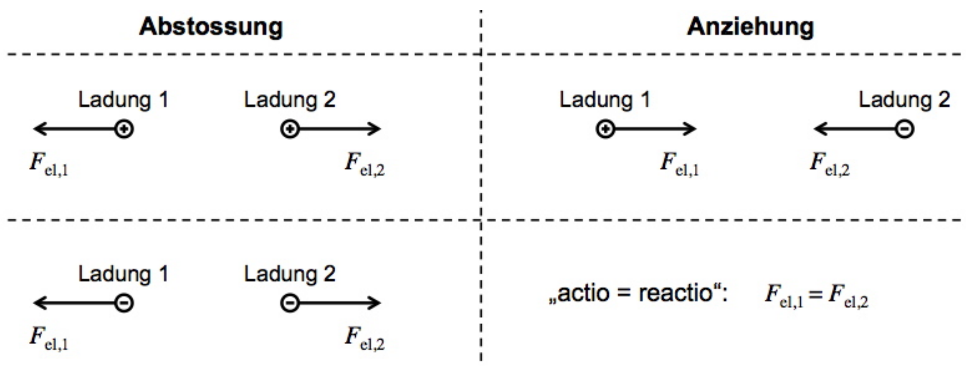


Abbildung F.1: Coulombkräfte zwischen elektrischen Ladungen.

F.2 Die Definition der elektrischen Feldstärke $\boldsymbol{E}$

Eine positive elektrische Ladung $+q$ befinde sich am Ort A in einem elektrischen Feld. Der Ladungsbetrag von q soll möglichst gering sein, damit sie selber das Feld nur ganz unwesentlich beeinflusst. Wir sprechen von einer **Probeladung**.

Das E-Feld ruft eine elektrische Kraft mit Betrag F_{el} auf die Probeladung q hervor. Es ist sinnvoll davon auszugehen, dass der Kraftbetrag F_{el} und der Ladungbetrag q am Ort A proportional zueinander sind.[1] Es gilt also:

$$F_{\mathrm{el}} \sim q$$

Sobald zwei physikalische Grössen proportional zueinander sind, können wir sie mittels einer **Proportionalitätskonstanten** durch eine Gleichung miteinander verknüpfen. Diese Proportionalitätskonstante soll hier den Namen **elektrische Feldstärke $\boldsymbol{E}$** erhalten. Wir schreiben:

$$F_{\mathrm{el}} = E \cdot q$$

Kraftbetrag F_{el} und Ladungsbetrag q sind im Prinzip einzeln ausmessbar. D.h., die elektrische Feldstärke E kann ebenfalls aus Messungen bestimmt werden, indem man umstellt:

$$E := \frac{F_{\mathrm{el}}}{q}$$

Diese Umstellung fassen wir als **Definition der elektrischen Feldstärke $\boldsymbol{E}$** auf. Aus ihr ergibt sich eine unmittelbare Bedeutung dieser neuen Grösse: die elektrische Feldstärke E am Ort A beschreibt, welchen Kraftbetrag F_{el} das Feld pro Ladungsbetrag q am Ort A hervorruft.

Allerdings bezieht sich diese Aussage nur gerade auf einen einzigen Ort A. An einem anderen Ort im Raum wird die Feldstärke E einen anderen Wert aufweisen. Die Feldstärke E ist also eine **Funktion des Ortes**.

Die Definition der elektrischen Feldstärke $\boldsymbol{E}$

Erfährt eine Probeladung q am Ort A eine elektrische Kraft mit Betrag F_{el}, so ist die **elektrische Feldstärke** *am Ort A gegeben durch:*

$$E := \frac{F_{\mathrm{el}}}{q}$$

Die Feldstärke E beschreibt somit, wie gross die elektrische Kraft F_{el} ist, welche am Ort A pro Ladungsmenge q hervorgerufen wird:

"Elektrische Feldstärke = Kraft pro Ladung"

Aus dieser Definition folgt die Zusammensetzung der SI-Einheit der elektrischen Feldstärke:

$$[\,E\,] = \frac{[\,F\,]}{[\,q\,]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} \qquad \text{"Newton pro Coulomb"}$$

Allerdings trifft man diese Einheit im Alltag kaum an. Wenn im Zusammenhang mit **Elektrosmog** von Grenzwerten für elektrische Feldstärken die Rede ist, wird diese in der Regel in "Volt pro Meter" $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ angegeben. Dass diese Einheitenkombination mit der eben eingeführten identisch ist, verstehen wir rein rechnerisch ohne Probleme, denn $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$ und $\mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$:

$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{C} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

[1] Überlegen Sie sich, was anschaulich mit dem Kraftbetrag passieren sollte, wenn ich zwei oder drei genau gleiche Probeladungen q an diesem Ort platziere. Jede einzelne dieser Probeladungen sollte unabhängig von den anderen an diesem Ort dieselbe Kraft erfahren. Dann sollte doch die Kraft aller drei Ladungen zusammen eben dreimal so gross sein wie diejenige, welche auf eine einzelne Ladung q wirkt.

Diese Aussage kann man durch Messungen verifizieren. Sie ist auch im Coulombgesetz enthalten.

Anhang G

Wie viel Wasser fliesst in einem Bach durch eine Drahtschlaufe?

Denken Sie sich eine ebene (= 2-dimensionale) Drahtschlaufe mit einer beliebigen Form, welche Sie in einen Bach halten. Welches Wasservolumen fliesst pro Sekunde durch die Schlaufe?

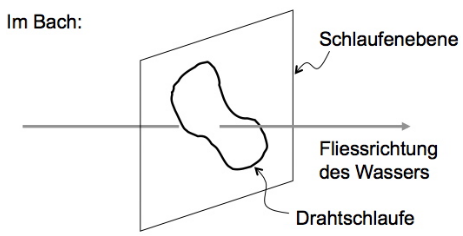


Abbildung G.1: Wie viel Wasser durchquert pro Sekunde die Schlaufe?

Die Antwort hängt von verschiedenen Umständen ab:

- Von der **Geschwindigkeit** v des Flusswassers. Es ist klar, dass umso mehr Wasser pro Zeitabschnitt durch die Schlaufe fliessen wird, je schneller der Bach fliesst.
- Je grösser die **Schlaufenfläche** A, umso mehr Wasser wird hindurchfliessen.
- Von der **Lage** der Schlaufe im Wasser. Je nachdem, wie man die Schlaufe ins Wasser hält, fliesst mehr oder weniger Wasser durch sie hindurch. Entscheidend ist der Winkel φ zwischen der Fliessrichtung des Wassers und dem Normalenvektor $\vec{n}$ der Schlaufenfläche.

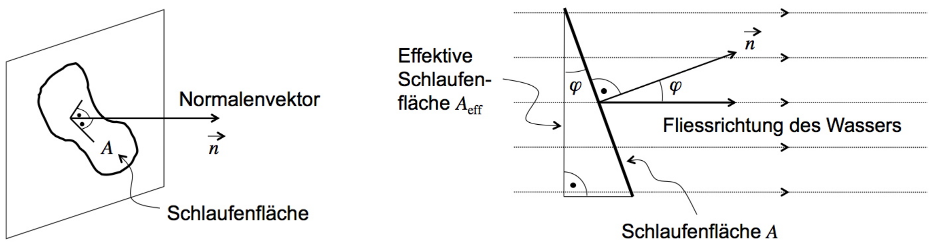


Abbildung G.2: Der Winkel φ zwischen der Fliessrichtung des Wassers und dem Normalenvektor $\vec{n}$ der Schlaufenfläche bestimmt mit, wie viel Wasser pro Sekunde durch die Schlaufe fliesst.

Steht der Normalenvektor der Fläche parallel zur Fliessrichtung des Wassers, so fliesst maximal viel Wasser durch die Schlaufe. Stehen die beiden Richtungen jedoch senkrecht zueinander, so fliesst gar kein Wasser hindurch. In Abb. G.2 sehen Sie, dass es auf die Grösse der **effektiven Fläche** A_{eff} ankommt. Das ist die Flächengrösse, welche man von der Fliessrichtung des Wassers sieht. Mit der Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck ergibt sich diese effektive Fläche zu:[1]

$$A_{\text{eff}} = A \cdot \cos\varphi$$

Für $\varphi = 0°$ ist dieser Ausdruck maximal ($A_{\text{eff}} = A$), für $\varphi = 90°$ verschwindet er ($A_{\text{eff}} = 0$), denn $\cos 0° = 1$ und $\cos 90° = 0$.

Jetzt lässt sich der Wasservolumenstrom durch die Schlaufe sehr leicht berechnen. Wir nennen ihn den **(Wasser-)Fluss** Φ_{W} durch die Schlaufe und halten fest:

Wasserfluss durch eine Schlaufe

Besitzt eine Flüssigkeit eine Fliessgeschwindigkeit v, so ist der **(Wasser-)Fluss** Φ_{W} *durch eine Schlaufe mit Fläche A gegeben durch:*

$$\Phi_{\text{W}} = v \cdot A_{\text{eff}} = v \cdot A \cdot \cos\varphi \qquad \text{(G.1)}$$

Dabei meint φ den Winkel zwischen dem Normalenvektor $\vec{n}$ der Schlaufenfläche und der Fliessrichtung $\vec{v}$ des Wassers.

Anmerkung: Der Cosinus nimmt für $90° < \varphi < 270°$ negative Werte an. Interpretation: Mit dem Normalenvektor $\vec{n}$ wird neben der Lage auch eine positive und eine negative Durchflussrichtung definiert. Fliesst das Wasser in Richtung von $\vec{n}$ durch die Schlaufe, so ist der Fluss Φ_{W} positiv. In die Gegenrichtung ist er negativ.[2]

Ein Beispiel zur Veranschaulichung

Die Aare fliesse an einer bestimmten Stelle mit einer Geschwindigkeit von $v = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Nun wird eine Drahtschlaufe der Fläche $A = 1.5\,\text{m}^2$ hineingehalten. Wie gross ist der Wasserfluss durch die Schlaufe für $\varphi = 0°, 45°, 90°$ und $180°$?

Der maximale Fluss wird bei $\varphi = 0°$ erreicht. Dann ist $A_{\text{eff}} = A$ und es folgt:

$$\Phi_{\text{W,max}} = v \cdot A = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1.5\,\text{m}^2 = 7.5\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 7\,500\,\frac{\text{lit.}}{\text{s}}$$

Die Einheiten des Flusses machen durchaus Sinn: Liter pro Sekunde. Weiter ergibt sich:

Winkel φ	$0°$	$45°$	$90°$	$135°$	$180°$	$270°$
Fluss Φ_{W}	$7\,500\,\frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$5\,300\,\frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$0\,\frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$-5\,300\,\frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$-7\,500\,\frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$0\,\frac{\text{lit.}}{\text{s}}$

[1] Der Cosinus ist definiert als das Verhältnis aus Ankathete und Hypotenuse.

[2] Etwas Vektorgeometrie: Der Wasserfluss lässt sich als **Skalarprodukt** schreiben: $\Phi_{\text{W}} = \vec{v} \bullet \vec{A} = v \cdot A \cdot \cos\varphi$. Dabei ist $\vec{v}$ der Geschwindigkeits- und $\vec{A}$der sogenannte **Flächenvektor**. Letzterer zeigt in die Richtung des Normalenvektors $\vec{n}$ und seine Länge ist durch die Flächenzahl gegeben: $|\vec{A}| = A$ resp. $\vec{A} = A \cdot \vec{n}$ mit $|\vec{n}| = 1$.