

Teil II

Elektromagnetismus

Kapitel 6

Ferromagnetismus

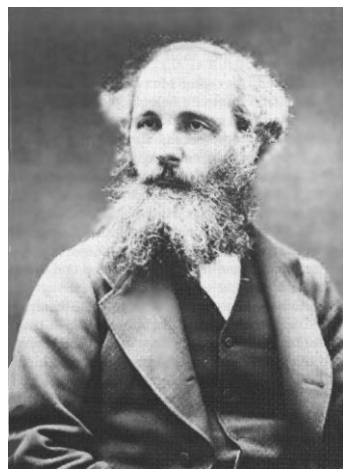


Abbildung 6.1: James Clerk Maxwell (1831 – 1879).

Magnetismus ist ein Phänomen, welches den Menschen bereits seit sehr langer Zeit bekannt ist. Bereits im 4. Jh. vor Christus sollen die Chinesen den Kompass erfunden und ihn bei Seereisen eingesetzt haben. Europa "entdeckte" das nützliche Instrument erst im 11. Jh.

Besser verstanden hat man den Magnetismus allerdings erst im Laufe des 19. Jahrhunderts. Nachdem der dänische Physiker **Hans Oersted** im Jahre 1819 per Zufall einen ersten Zusammenhang zwischen Magnetismus und elektrischen Strömen entdeckt hatte, vergingen nur noch 50 Jahre, bis der englische Mathematiker und Physiker **James Clerk Maxwell** die vollständige Theorie zu Elektrizität und Magnetismus, die sogenannte **klassische Elektrodynamik** formulierte.

Diese Theorie ist unglaublich umfassend (obwohl sie im Wesentlichen aus gerade mal vier Differenzialgleichungen und zwei Kraftgesetzen besteht). Aus ihr folgt unter anderem, dass Licht nichts anderes als ein veränderliches **elektromagnetisches Feld** ist. Auf einen Schlag waren Elektrizität und Magnetismus vollständig miteinander vereint und fortan nur noch als ein Phänomen anzusehen, welches auf der Existenz einer bestimmten Materieeigenschaft, nämlich der **elektrischen Ladung**, beruht.

In diesem Kapitel werden wir vertraut mit den scheinbar von der Elektrizität losgelösten Grundphänomenen des Magnetismus, die wir aus unserer Alltagswelt bereits kennen und die man unter dem Namen **Ferromagnetismus** zusammenfassen kann.

6.1 Lernziele zum Kapitel 6

- Ich kenne die Definition der **Magnetpole** aufgrund der Ausrichtung am Erdmagnetismus und **verwechsle Magnetpole nicht mit elektrischen Polen**.
- Ich weiss, welche **Farbdeklarationen** für Magnetpole verwendet werden.
- Ich kann qualitativ beschreiben, welche **Kraftwirkungen** zwischen gleichnamigen und ungleichnamigen Magnetpolen auftreten.
- Ich weiss, dass die magnetische Kraftwirkung eines Magneten **an seinen Polen am stärksten** ist **mit zunehmend Abstand kleiner** wird.
- Ich weiss, dass sich bei der Zerlegung eines Magneten nicht einzelne Pole, sondern kleinere Magnete (mit wieder mindestens einem Nord- und einem Südpol) bilden. Es gibt keine Gegenstände mit nur einem einzigen Magnetpol (**Nicht-Existenz magnetischer Monopole**).
- Ich kann die magnetischen Kraftwirkungen zwischen Permanentmagneten und magnetisierbaren Gegenständen mithilfe des Modell der **Elementarmagneten** erklären.

6.2 Definition und Eigenschaften von Magnetpolen

Stabmagnete richten sich auf der Erdoberfläche immer gleich aus, wenn man sie **frei drehbar** lagert. Ein Ende zeigt nach Norden, das andere nach Süden. Wir definieren:

Definition der Magnetpole

*Richtet sich ein Stabmagnet auf der Erdoberfläche frei aus, so nennen wir das Ende, welches nach Norden zeigt, den (magnetischen) **Nordpol** des Magneten.*

*Umgekehrt heisst das nach Süden zeigende Ende (magnetischer) **Südpol**.*

Farbliche Kennzeichnung der Magnetpole (real und in Skizzen)

*Farbig: **Nordpole rot, Südpole grün.***

*Schwarz-weiss: **Nordpole weiss, Südpole grau.***

Zwischen Magnetpolen gibt es Kraftwirkungen, die du sicher schon selber beobachtet hast:

Das Kraftverhalten von Magnetpolen

1. *Gleichnamige Pole zweier Magnete stossen sich stets ab, ungleichnamige Pole ziehen sich gegenseitig an.*
2. *An den Polen eines Magneten sind diese magnetischen Kraftwirkungen stets am grössten, während sie in der Mitte des Magneten oder ganz generell bei zunehmender Entfernung zu den Polen schwächer sind.*

MERKEN SIE SICH: Magnetpole und elektrische Pole sind grundsätzlich verschieden!

Ein Nordpol hat NICHTS zu tun mit einem Pluspol oder einer positiven Ladung, ein Südpol NICHTS mit einem Minuspol oder einer negativen Ladung!!!

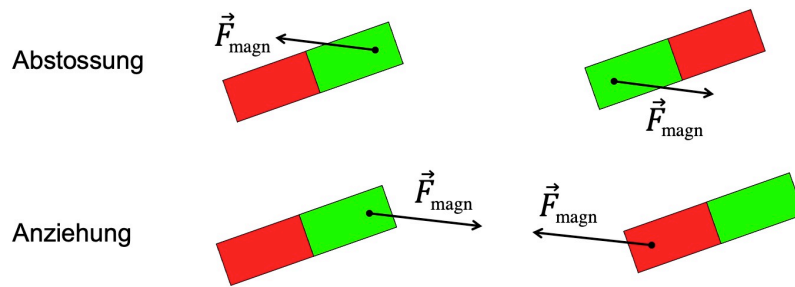


Abbildung 6.2: Kräfte zwischen Magnetpolen.

Nichtexistenz magnetischer Monopole

Eine ganz wesentliche Feststellung ist, dass wir Magnetpole nie allein antreffen. Jeder Magnet hat mindestens einen Süd- und mindestens einen Nordpol. Auch wenn wir einen Magneten aufspalten, so trennen wir dadurch nicht zwei Pole voneinander. Vielmehr entstehen bei diesem Vorgang zwei neue Pole, so dass die einzelnen Stücke wieder für sich vollständige Magneten sind. Die Physik nennt dies die **Nichtexistenz magnetischer Monopole**.¹

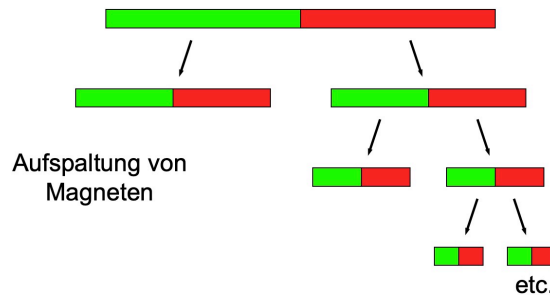


Abbildung 6.3: Jeder Bruchteil des ursprünglichen Magneten wird selber wieder zu einem vollständigen Magneten mit (mindestens) einem Nord- und einem Südpol.

Dieses "Pol-Vervielfachungsprinzip" funktioniert auch in der Gegenrichtung. Viele kleine Magneten können zu einem grossen zusammengesetzt werden. Von den Polen, die vorher an den einzelnen kleinen Magneten vorhanden waren, merkt man dann (fast) nichts mehr. Es gibt nur noch die beiden Endpole.



Abbildung 6.4: Bei der Aneinanderreihung mehrerer kleiner Magnete verschwinden deren Pole. Der neu entstehende Magnet hat nur noch Pole an seinen Enden.

¹Die Abwesenheit magnetischer Monopole führt die klassische Physik darauf zurück, dass sämtlicher Magnetismus durch die Bewegung elektrischer Ladungen oder die Veränderung elektrischer Felder entsteht. In der Quantenphysik muss man zudem davon ausgehen, dass die einzelnen Elementarteilchen bereits für sich alleine als magnetische Dipole aufzufassen sind.

6.3 Magnetisierung

Manche Gegenstände sind selber nicht magnetisch, verfügen also von sich aus nicht über Magnetpole, nehmen aber durchaus an magnetischen Kraftwirkungen teil. Magnetknöpfe haften beispielsweise am Kühlschrank, obwohl dieser selber nicht magnetisch ist. Solche Gegenstände – Wandtafeln gehören z.B. auch dazu – nennt man **magnetisierbar**.

Generell lassen sich Alltagsgegenstände in drei Kategorien einteilen:

(Permanent-)Magnete: Solche Gegenstände weisen bereits ohne äussere Einflüsse magnetische Eigenschaften auf, d.h., es lassen sich fixe Magnetpole (mit all ihren Eigenschaften) feststellen.

Abstossende magnetische Kräfte lassen sich im Alltag nur zwischen zwei Permanentmagneten beobachten, deren gleichnamige Pole einander angenähert werden.

Magnetisierbare Gegenstände: Solche Gegenstände werden in der Nähe anderer Magneten selbst zu Magneten, d.h. sie bilden Magnetpole aus. Diesen Vorgang nennt man **Magnetisieren**. Magnetisierbare Gegenstände werden von anderen Magneten stets so magnetisiert, dass eine anziehende Kraftwirkung zu beobachten ist.²

Magnetismus tritt nur bei einer sehr kleinen Auswahl an Stoffen auf, nämlich bei **Eisen, Nickel, Cobalt, Legierungen dieser Metalle**, Gadolinium, Dysprosium, Erbium und ein paar sonstigen Verbindungen. Oberhalb einer von Material zu Material verschiedenen kritischen Temperatur (Curie-Temperatur) verschwindet der Ferromagnetismus.

Nicht magnetisierbare Gegenstände: Sie nehmen gar nicht an magnetischen Kraftwirkungen teil und beeinflussen auch nicht die magnetischen Kraftwirkungen zwischen anderen Gegenständen.³



Abbildung 6.5: Ein Magnet haftet am selbst eigentlich nicht magnetischen Kühlschrank.

²Nebenbei: Wir beschäftigen uns ausschliesslich mit dem **Ferromagnetismus (von lat. ferrum = Eisen)**. Er ist mit Abstand die stärkste und in der Regel die einzige in unserem Alltag wahrnehmbare Form von Magnetismus.

Neben dem Ferro- gibt es den **Para-** und den **Diamagnetismus**. Diese drei Formen von Magnetisierbarkeit sind auf den unterschiedlichen atomaren Aufbau der Stoffe zurückzuführen. Während ferro- und paramagnetische Gegenstände ein äusseres Magnetfeld verstärken, schwächen Diamagneten dieses ab.

³Z.B. ist ein Blatt Papier nicht magnetisierbar. Zwei Magneten können problemlos aneinander haften, auch wenn sich das Blatt Papier zwischen ihnen befindet.

6.4 Elementarmagnete

Der Magnetismus eines Stoffes hat seine Ursache in der Struktur der Elektronenhülle seiner Atome. Bereits die einzelnen Atome sind bei Eisen, Nickel, Cobalt, etc. also als kleine Magnetchen mit Nord- und Südpol anzusehen. Wir sprechen von **Elementarmagneten**.⁴

Der Magnetismus des einzelnen Atoms entsteht durch die Teilchen – Protonen, Neutronen, Elektronen, aus denen sich das Atom aufbaut. Diese besitzen einerseits jedes für sich bereits magnetische Eigenschaften (**Spin**), andererseits erzeugt die "Bewegung" der Elektronen um den Atomkern einen zusätzlichen Magnetismus (**Bahndrehimpuls**). Bei den meisten Atomen heben sich die magnetischen Wirkungen all dieser Teilchen gegenseitig auf, sodass das Atom insgesamt unmagnetisch erscheint. Nicht so bei den Atomen magnetisierbarer Stoffe. Und deshalb kann der Magnetismus dieser Stoffe auch makroskopisch wahrgenommen werden.

Näheres zum Magnetismus auf atomarer Grössenordnung erfährst du im Anhang C.

Erklärung der magnetischen Phänomene durch Elementarmagnete (vgl. Abb. 6.6)

Nicht-magnetisierter, aber magnetisierbarer Gegenstand: Die Elementarmagnete sind ungeordnet und besitzen keinerlei gemeinsame Ausrichtung.

Magnetisierter magnetisierbarer Gegenstand: Je stärker ein Gegenstand magnetisiert wird, umso mehr Elementarmagnete richten sich gleich aus.

(Permanent-)Magnete: Die meisten Elementarmagnete sind gleich ausgerichtet. Für die Atome ist dies energetisch günstiger, weshalb der Zustand so erhalten bleibt.

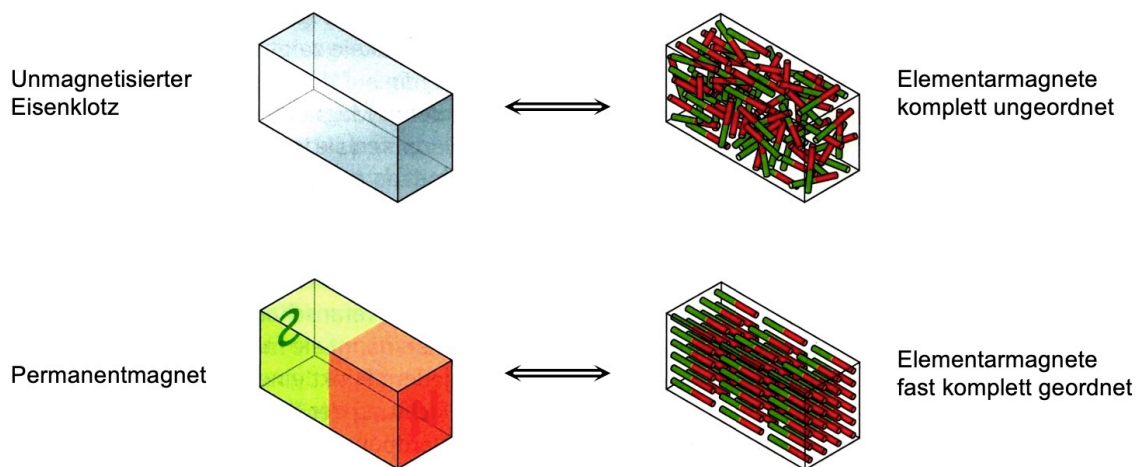


Abbildung 6.6: Das magnetische Verhalten von Magneten und magnetisierbaren Stoffen kann durch Elementarmagnete erklärt werden.

⁴Der Begriff **Elementarmagnet** wird je nach Quelle leicht verschieden verstanden. Manche bezeichnen damit einzelne Elektronen, andere verwenden ihn erst für ganze Atome oder für Gruppen von Atomen, die magnetisch gleich ausgerichtet sind (**Domänen**, vgl. Anhang C).

Kapitel 7

Das magnetische Feld (\vec{B} -Feld)

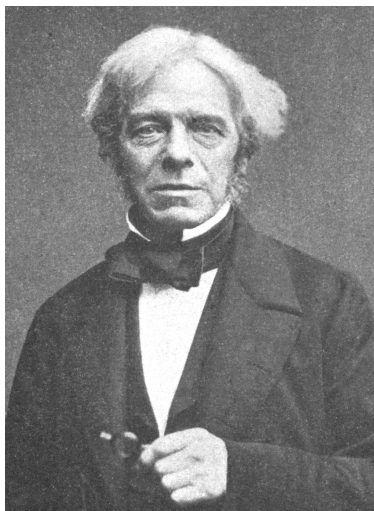


Abbildung 7.1: Michael Faraday (1791 – 1867) – als Erfinder des Feldkonzeptes für die Physik ein ganz besonders wichtiger Mann!

In diesem Kapitel begegnen wir dem Begriff **Feld** – resp. hier konkreter: **Magnetfeld** – im Rahmen der Physik offiziell zum ersten Mal, auch wenn wir schon früher z.B. vom Magnetfeld der Erde gehört haben und vielleicht auch schon andere Feldarten, wie z.B. das **elektrische** oder das **Gravitationsfeld** erwähnt wurden.

Das Konzept des “Feldes” geht auf den englischen Physiker **Michael Faraday** zurück, der sich in seiner Forschung ganz ausführlich der Untersuchung des Elektromagnetismus gewidmet hat. War er selber nicht unbedingt der allerbeste Mathematiker seiner Zeit, so gilt er bis heute aber als einer der bedeutendsten Experimentalphysiker. Mit seinen “Kraftlinien” resp. eben seiner neu entwickelten Vorstellung von Feldern konnte er physikalische Zusammenhänge zwar nicht formal fassen, lieferte dafür aber eine ungeheuer gute Idee für ein Denkmodell, das von seinen Zeitgenossen aufgenommen und sehr erfolgreich weiterentwickelt wurde.

Heute ist der Feldbegriff aus der Physik nicht mehr wegzudenken. Felder übernehmen die fundamentale Rolle der Kraftübermittlung. Zudem sind die verschiedenen Feldtypen offenbar miteinander verwandt: sie pflanzen sich nämlich alle mit Lichtgeschwindigkeit im Raum fort. Weiter ist es der theoretischen Physik anfangs des 20. Jahrhunderts gelungen, das elektrische und das magnetische Feld zu vereinheitlichen und sie lediglich als vom Bezugssystem abhängige Manifestationen ein und desselben Grundphänomens “Elektromagnetismus” darzustellen. . .

7.1 Lernziele zum Kapitel 7

- Ich kann das Konzept des **Magnetfeldes** ($= \vec{B}$ -Feld) an einem einfachen Beispiel erläutern, z.B. mittels der Ausrichtung von Kompassnadeln in der Nähe eines Magneten: der Magnet erzeugt das Feld, in welchem sich die Kompassnadeln ausrichten.
- Ich kann erklären, wie ein **Eisenfeilsanbild** zustande kommt, und weiss, dass die Linien in einem **Feldlinienbild** in etwa den Eisenfeilsansträngen entsprechen.
- Ich weiss, dass die Richtung eines **Magnetfeldes** mit einer **Magnaprobe** (= kleine, frei drehbare Kompassnadel) ermittelt werden kann. An jedem beliebigen ist die Richtung des Magnetfeldes resp. der dortigen Feldlinie durch die Richtung gegeben, in welche der Nordpol der Magnaprobe zeigt.
- Ich weiss, dass die **Feldliniendichte** ein Mass für die Stärke des Magnetfeldes ist.
- Ich kann erklären, was man unter einem **homogenen** \vec{B} -Feld versteht und wie dessen Feldlinienbild aussieht.
- Ich erkenne eine **magnetisch anziehende Kraftsituation** daran, dass es gemeinsame Feldlinien zwischen den sich anziehenden Gegenständen gibt.
Umgekehrt erkenne ich eine **magnetisch abstossende Kraftsituation** daran, dass es keine gemeinsamen Feldlinien zwischen den sich abstossenden Gegenständen gibt.
- Im Speziellen kenne ich die **Feldlinienbilder** um einen **Stabmagneten**, um einen **Hufeisenmagneten** und um die **Erde**. Diese Feldlinienbilder kann ich rasch skizzieren.
- Ich weiss, dass ich mir Feldlinienbilder **dreidimensional** vorstellen muss, denn das Magnetfeld ist schliesslich ein **Raumgebiet** mit magnetischen Eigenschaften.
- Ich weiss, dass die Feldlinien eines Magnetfeldes stets **geschlossene Kurven** sind. Bei Permanentmagneten und magnetisierbaren Gegenständen führen die Feldlinien im Innern von einem Süd- zu einem Nordpol.



Abbildung 7.2: Die Magnaprobe – ein kleines, im dreidimensionalen Raum frei drehbares Stabmagnetchen. Dieser 3D-Mini-Kompass ist das richtige Instrument zur Ermittlung der Richtung eines Magnetfeldes!

7.2 Einführung des Feldbegriffes

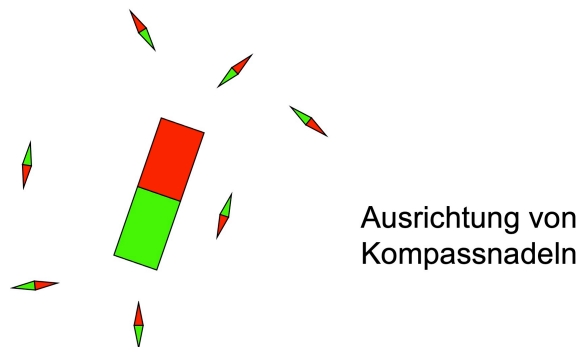


Abbildung 7.3: Kompassnadeln richten sich in der Nähe eines grösseren Magneten aus.

Kompassnadeln richten sich in der Nähe eines grösseren Magneten aus (vgl. Abb. 7.3). Klar: zwischen den gleichnamigen Polen des grossen Magneten und einer Kompassnadel herrscht Abstoßung und zwischen den ungleichnamigen Polen Anziehung. Je nach Distanz zwischen den Polen sind diese Kräfte stärker oder schwächer – und so lässt sich die Ausrichtung der Kompassnadeln erklären.¹

Daneben gibt es aber auch noch ein zweites, durchaus gleichwertiges Konzept, wie die Ausrichtung der Kompassnadeln um den Magneten erklärt werden kann. Es geht um die Idee des **magnetischen Feldes**:

Vorüberlegung

Ein Magnet verändert die magnetischen Eigenschaften des physikalischen Raumes um ihn herum. Er verändert also die "magnetischen Bedingungen" in seiner Umgebung. Diese magnetischen Eigenschaften des Raumes erzeugen dann die Kräfte auf andere Magnete und magnetisierbare Gegenstände.

Definition des magnetischen Feldes (= \vec{B} -Feld)

*Ein Raumgebiet mit solchen magnetischen Eigenschaften bezeichnet man als **magnetisches Feld**, **Magnetfeld** oder einfach als \vec{B} -Feld.*

In Abb. 7.3 erzeugt der grosse Magnet um sich das Magnetfeld, in welchem sich dann die einzelnen Kompassnadeln ausrichten.

Weshalb diese "komplizierte" Erklärung, wo man diese Ausrichtung doch auch direkt und irgendwie anschaulicher mit anziehenden und abstossenden magnetischen Kräften zwischen Magnetpolen erklären kann? Antwort: Bald werden wir magnetische Kräfte zwischen Gegenständen untersuchen, an denen gar keine Magnetpole vorhanden sind. Ja, das gibt es! Ein Beispiel dafür ist ein stromdurchflossener Metalldraht.² D.h., es gibt Magnetfelder, die eben nicht von den magnetischen Polen eines Permanentmagneten herrühren.

¹Wir gehen davon aus, dass die Kompassnadeln extrem schwach magnetisch sind, so dass sie sich gegenseitig nicht beeinflussen.

²Noch später wird sich herausstellen, dass sich ein sich veränderndes Magnetfeld, gekoppelt an ein sich ebenso veränderndes elektrisches Feld, sogar völlig unabhängig von irgendwelchen Gegenständen im Raum fortbewegen kann. Auf diese Weise erklärt die Elektrizitätslehre nämlich das Phänomen **Licht**. Licht ist eine elektromagnetische Welle, also eben ein mit einem elektrischen Feld gekoppeltes B -Feld, das sich im Raum fortpflanzt.

7.3 Magnetische Feldlinienbilder

Wie ist man eigentlich auf die Idee eines Feldes gekommen? Dieses Konzept geht auf den Engländer **Michael Faraday** zurück, welcher die Ausrichtung der Kompassnadeln in Abb. 7.3 in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts auf sogenannte Kraftlinien zurückführte. Diese Linien durchziehen den Raum und jede frei drehbare Kompassnadel (= **Magnaprobe**) wird sich **tangential** an ihnen ausrichten. Die Faraday'schen Kraftlinien – wir nennen sie **Feldlinien** – lassen sich in einem Versuch näherungsweise sichtbar machen.

In Abb. 7.3 wurden lediglich sieben Kompassnadeln rund um den grossen Magneten positioniert. Diese Zahl lässt sich ungemein erhöhen, wenn man anstelle einzelner Kompassnadeln **Eisenfeilspäne**, also kleine Eisenstückchen, in die Umgebung des Magneten gibt. Diese werden magnetisiert und dadurch selber zu kleinen Magnetchen, welche sich ausrichten und sich teilweise zu Ketten aneinanderhängen. Diese Ketten verlaufen längs der Feldlinien.

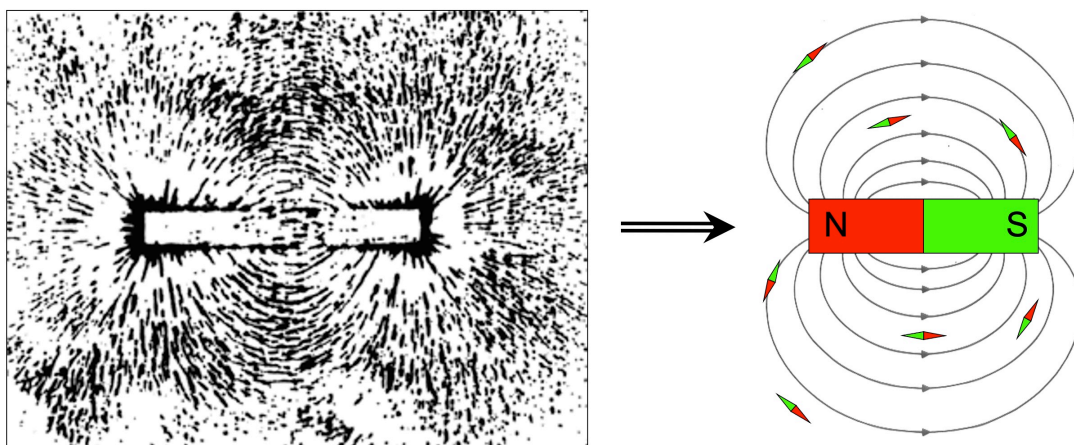


Abbildung 7.4: Links: Eisenfeilspäne um einen Stabmagneten. Die Idee der Feldlinien und der Ursprung des Feldkonzepts werden sichtbar.

Rechts: Das gleiche Magnetfeld im Feldlinienbild. Magnaprobe (= kleine Kompassnadeln) richten sich stets tangential zu den Feldlinien aus. Ihr Nordpol definiert die Feldlinienrichtung.

In einem Eisenfeilspanbild wird die "Gestalt" eines Magnetfeldes sichtbar. Allerdings ist so ein Eisenfeilspanbild eher unpraktisch, weil es sich schlecht skizzieren lässt. Man vereinfacht es deshalb und zeichnet nur noch einzelne Linien, welche ausgewählten Eisenfeilspanketten folgen. So gelangt man zu einem **Feldlinienbild**.

Wichtige Anmerkungen zu Feldlinienbildern von Magnetfeldern

- Eine im dreidimensionalen Raum frei drehbare Kompassnadel resp. eben eine **Magnaprobe** (vgl. Abb. 7.2) erlaubt die Richtungsbestimmung des Magnetfeldes. Die Magnaprobe richtet sich stets **tangential** zu den Feldlinien in ihrer Nähe aus. Weiter definieren wir:

Definition der Magnetfeld- resp. Feldlinienrichtung

*Jede Feldlinie wird mit einem Richtungspfeil versehen. Diese **Magnetfeld- oder Feldlinienrichtung** ist an jedem Ort gegeben durch die Richtung, in welche die Nordspitze einer Magnaprobe dort zeigt.*

- Die **Feldliniendichte** gibt Auskunft über die **Stärke des Magnetfeldes**. Z.B. wird so ersichtlich, dass das Magnetfeld an den Polen eines Magneten am stärksten ist.
- Ein Magnetfeld, welches überall gleich stark ist und in die gleiche Richtung zeigt, bezeichnet man als **homogenes Feld** (\Rightarrow parallele Feldlinien mit konstanter Feldliniendichte).
- Wird das Magnetfeld durch mehrere Magneten oder auch magnetsierbare Gegenstände erzeugt, so entsteht ein kombiniertes Feldlinienbild um alle Gegenstände. Die Richtung der Feldlinien und damit das Aussehen des Feldlinienbildes lässt sich aber immer noch mit einer Kompassnadel austesten.

Die Hinzugabe oder Wegnahme eines Magneten oder magnetisierbaren Gegenstandes verändert das Magnetfeld und damit auch sein Feldlinienbild.³

- Ziehen sich zwei Gegenstände aufgrund einer magnetischen Kraftwirkung an, so verlaufen die Feldlinien des gemeinsam gebildeten Magnetfeldes vom einen zum anderen Gegenstand und umgekehrt. Stossen sich zwei Gegenstände ab, so haben sie kaum gemeinsame Feldlinien. Die Feldlinien "drücken sich voneinander weg".
- Feldlinienbilder muss man sich eigentlich **dreidimensional** vorstellen. Das Magnetfeld besteht ja nicht nur in der Ebene, in welche die Eisenfeilspäne gestreut wurden.
- Abb. 7.5 zeigt das typische Feldlinienbild eines Hufeisenmagneten. Speziell daran ist, dass das B -Feld in seinem Innenraum in guter Näherung homogen ist.
- Abb. 7.6 zeigt das Magnetfeld der Erde in einem Querschnitt. Man erkennt deutlich, dass die Feldlinien auf der Höhe von Europa nicht parallel zur Erdoberfläche verlaufen, sondern bereits relativ steil in den Boden hineinstecken.

Kompassnadeln, die sich auch vertikal frei ausrichten können, zeigen deshalb mit ihrem Nordpol nach Norden, aber gleichzeitig auch steil nach unten.

- Magnetfeldlinien verlaufen ausserhalb im Aussenraum von Permanentmagneten oder magnetsierbaren Gegenständen stets von Nord- zu Südpolen.

Das Magnetfeld existiert aber auch im Innern dieser Gegenstände und verläuft dort umgekehrt vom Süd- zum Nordpol. Tatsächlich gilt:

Sämtliche Feldlinien von Magnetfeldern sind geschlossene Kurven. Die Feldlinien von Permanentmagneten schliessen sich also im Innern der Gegenstände!

Diese Feststellung ist im Einklang mit der **Nichtexistenz magnetischer Monopole**.

Abb. 7.7 zeigt die Feldlinien im Innern eines Stabmagneten. Auch dort dürfen sie sich nicht schneiden.

- Wie du an der Schreibweise \vec{B} bemerkt hast, ist das Magnetfeld ein sogenanntes **Vektorfeld**. Das bedeutet, jedem Ort \vec{r} im Raum kann ein Vektor $\vec{B}(\vec{r})$ ("B von r") zugeordnet werden. Dessen Betrag B steht für die Stärke des Magnetfeldes an diesem Ort und seine Richtung steht offensichtlich für die dortige Magnetfeldrichtung.

Wir werden nur selten mit dem Magnetfeld als mathematischer Vektor \vec{B} arbeiten. Viel häufiger unterscheiden wir einfach zwischen der Richtung und dem Betrag des Magnetfeldes. In den meisten Rechnungen verwenden wir also nur den Betrag B .

³Eine Magnetnadel verhält sich ja auch anders, wenn ein weiterer Magnet in ihre Nähe gebracht wird. Aus diesem Grund müssen übrigens die Kompassnadeln, mit welchen wir ein Feld austesten, selber möglichst schwach sein. Sonst würden sie ja das Feld selber deutlich verändern.

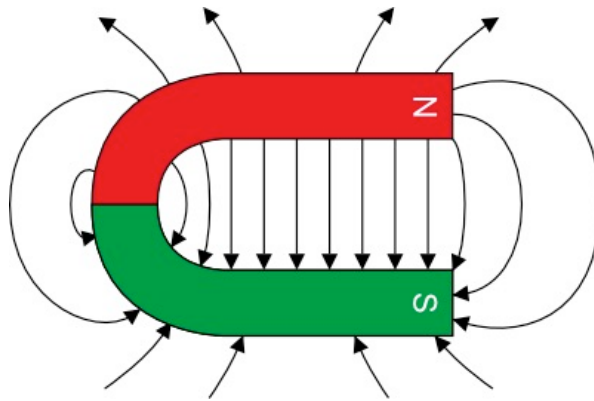


Abbildung 7.5: Das Feldlinienbild eines Hufeisenmagneten. Das Feld im Innenraum des Hufeisenmagneten ist in guter Näherung homogen.

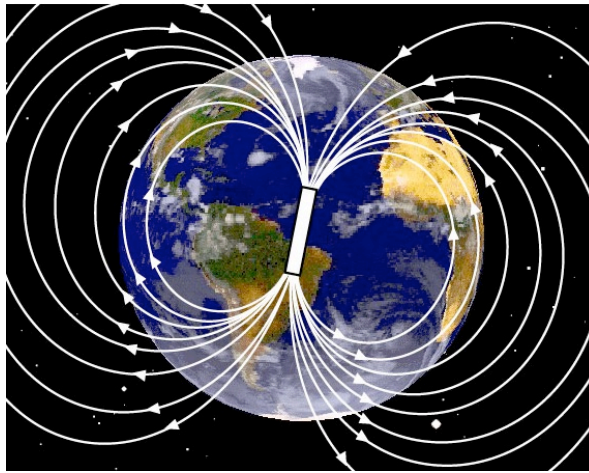


Abbildung 7.6: Das Erdmagnetfeld. Die Feldlinien verlaufen vom geographischen Süden in den geographischen Norden.

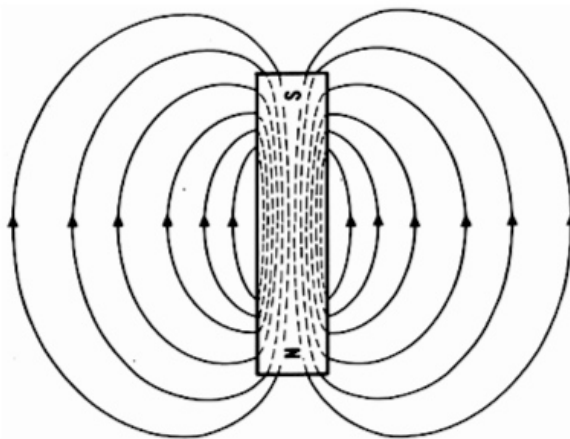


Abbildung 7.7: Die Feldlinien schliessen sich im Innern des Stabmagneten. Dort führt das Magnetfeld – anders als im Aussenraum – vom Süd- zum Nordpol.

Kapitel 8

Oersteds Erkenntnis: Ströme erzeugen Magnetfelder

Im Jahre 1819 beobachtete der dänische Physiker **Hans Christian Oersted** (vgl. Abb. 8.1), dass sich Kompassnadeln ausrichten, wenn in ihrer Nähe ein elektrischer Strom fließt. Dies war der erste Anhaltspunkt für einen fundamentalen Zusammenhang zwischen Elektrizität und Magnetismus. Oersted folgerte sofort, dass elektrische Ströme eine Ursache für das Auftreten von Magnetfeldern sind. Jeder elektrische Strom erzeugt in seiner Umgebung ein Magnetfeld.

Oersteds Entdeckung war der Auslöser für eine rasende Entwicklung in allen europäischen Forschungslabors der damaligen Zeit. Sie führt dazu, dass die klassische Elektrizitätslehre nur gerade 50 Jahre später komplett formuliert und vorläufig abgeschlossen war.

8.1 Lernziele zum Kapitel 8

- Ich weiss, dass die Feldstärke eines Magnetfeldes als **magnetische Flussdichte** \vec{B} bezeichnet wird, dass die SI-Einheit dazu das **Tesla T** ist, und dass ihr Wert innerhalb eines Magnetfeldes von Ort zu Ort variiert, wenn dieses nicht homogen ist.
- Ich kenne den ungefähren Wert der Flussdichte der **Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes** in Zürich, nämlich $B_{\text{Erde, horizontal}} \approx 20 \mu\text{T}$.
- Ich kann die Richtung des Magnetfeldes um stromdurchflossene Leiteranordnungen mit Hilfe der **Rechten-Hand-Regel (RHR)** ermitteln und umgekehrt bei bekannter Magnetfeldrichtung auf die Stromrichtung zurückschliessen.
- Ich weiss, dass der Betrag einer durch einen Strom hervorgerufenen **magnetischen Flussdichte** \vec{B} **stets proportional zur Stromstärke** I ist.
- Ich weiss, dass die **Berechnung der magnetischen Flussdichte** \vec{B} **aus der Stromstärke** I **im Allgemeinen kompliziert** ist, dass sie sich aber bei geometrisch einfachen Anordnungen auf relativ einfache Formeln reduziert.
- In den folgenden Fällen kann ich den formalen Zusammenhang zwischen Stromstärke I und magnetischer Flussdichte B anwenden: bei **langen, geraden Drähten** (8.1), bei **Schlaufen** und **Spulen** (8.2), sowie bei **Helmholtz-Spulenpaaren** (8.3).
- Ohne lange zu überlegen kann ich das **Feldlinienbild um einen langen, geraden Draht** zeichnen. Es besteht aus **konzentrischen Kreisen** rund um den stromführenden Draht.

- Als spezielles Feldlinienbild ist mir zudem das **Dipolfeld** ein Begriff. Ich weiss, dass sowohl **Stabmagnete**, wie auch **Schlaufen** und **Spulen** diesen Feldtyp erzeugen.
- Ich weiss, dass im Innern eines **Helmholtz-Spulenpaares** ein **homogenes Magnetfeld** vorhanden ist, weshalb solche Spulenpaare für Experimente besonders wichtig sind.

8.2 Die magnetische Flussdichte \vec{B}

Magnetfelder sind in der Regel inhomogen. D.h., ein Magnetfeld ist von Ort zu Ort verschieden stark und verschieden ausgerichtet. So gibt es an jedem Ort \vec{r} einen Vektor $\vec{B}(\vec{r})$, dessen Richtung für die Richtung des Magnetfeldes steht und dessen Betrag $B = |\vec{B}|$ die Stärke des Magnetfeldes beschreibt. Aus historischen Gründen wird \vec{B} als **magnetische Flussdichte** bezeichnet. Wir werden aber oft auch einfach von der **magnetischen Feldstärke** \vec{B} sprechen.

Im Feldlinienbild entsprechen verschiedenen starke Feldstärken unterschiedlichen Feldlinien-dichten. Z.B. sieht man im Feldlinienbild um einen Stabmagneten sehr schön, dass das Feld in der Nähe der Pole am stärksten ist (vgl. Abb. 7.4 auf Seite 55).

Erst nach der Behandlung der Lorentzkraft in Kapitel 9 können wir nachvollziehen, wie man diese Flussdichte definiert (vgl. Anhang D). Im Moment müssen wir vor allem wissen, wie man sie angibt. Die zugehörige SI-Grundeinheit wurde nach dem kroatischen Physiker, Elektroingenieur und Erfinder **Nikola Tesla** (Abb. 8.1) benannt:

$$[B] = \text{Tesla} = \text{T}$$

Hier ein paar typische Werte magnetischer Flussdichten als Referenz:¹

Quelle/Ort	Feldstärke B
Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes (Zürich)	21.3 μT
Stärkste Magnete und Spulen im Schulzimmer	bis einige 10 mT
Magnet-Resonanz-Imaging (MRI) Zürich (ETH/Unispital)	bis 7 T
CERN, Large Hadron Collider (LHC), ab 2008	bis 9 T
Stärkstes künstliches Magnetfeld (auf sehr kleinem Raum!)	34 kT
In einem typischen Sonnenfleck	bis 0.25 T
Magnetfeld eines typischen Neutronensterns	ca. 10^8 T
Magnetar (Neutronenstern mit extrem starken Magnetfeld)	ca. 10^{11} T

¹Das Tesla ist eine relativ grosse Einheit. Die meisten alltäglichen magnetischen Flussdichten sind deutlich kleiner als ein Tesla. Deshalb wird oft eine ältere und eben kleinere Einheit, das **Gauss**, verwendet.

Diese Einheit geht auf **Carl Friedrich Gauss** (Abb. 8.1) zurück. Er ist zwar eher bekannt für seine diversen mathematischen Arbeiten, aber auch auf dem Gebiet der Physik war er erfolgreich tätig. Z.B. erfand er 1833 die erste Form der Telegraphie über eine Drahtleitung. Es gilt:

$$1 \text{ Gauss} := 10^{-4} \text{ Tesla}$$



Abbildung 8.1: Hans Christian Oersted (1777 – 1851), Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) und Nikola Tesla (1856 – 1943).

8.3 Die Rechte-Hand-Regel (RHR)

Oersted selbst untersuchte das magnetische Feld um einen langen geraden elektrischen Leiter. Es wird ein Magnetfeld erzeugt, dessen Feldlinien den Leiter ringförmig umgeben (Abb. 8.2). Dabei gilt:

Rechte-Hand-Regel (RHR)
Umfasst die rechte Hand den stromdurchflossenen Leiter und zeigt der Daumen in die Richtung des elektrischen Stromes, so weisen die gekrümmten Finger in die Feldlinienrichtung des Magnetfeldes.

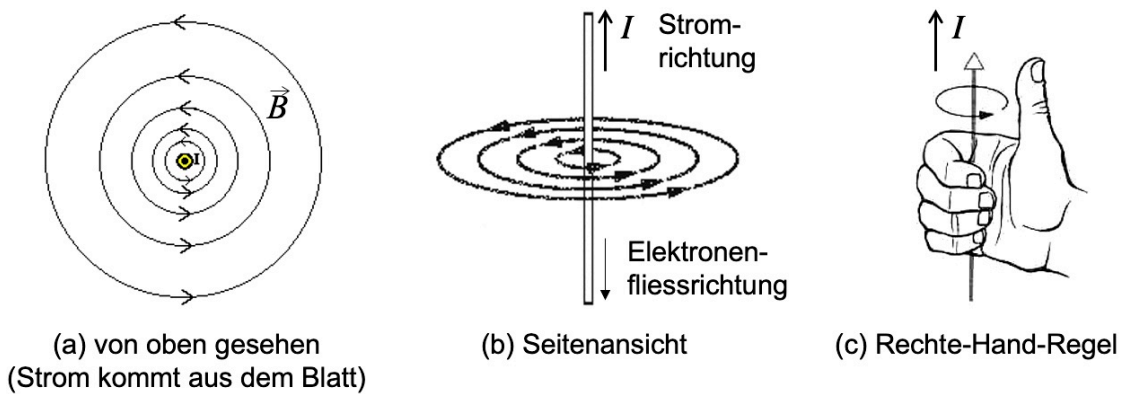


Abbildung 8.2: Das Magnetfeld um einen langen geraden stromdurchflossenen Leiter.
 (a) und (b): Die Magnetfeldlinien sind konzentrische Kreise um den Leiter.
 (c): Mit der RHR lässt sich aus der Stromrichtung die Feldlinienrichtung bestimmen.

8.4 Flussdichten um verschiedene Leiteranordnungen

Wenn wir von **Leiteranordnungen** sprechen, so meinen wir Drähte, Spulen, Kombinationen von Spulen, etc. – im Prinzip beliebig komplizierte Anordnungen elektrischer Leiter. Fließt Strom durch eine solche Leiteranordnung, so wird ein Magnetfeld erzeugt, welches je nach Ort verschieden gerichtet und verschieden stark ist:

- **Ausrichtung:** Die Richtung des Magnetfeldes um einen stromdurchflossenen Leiter lässt sich qualitativ mit der RHR verstehen (vgl. Abb. 8.2).
- **Flussdichte (Feldstärke):** Die Mathematik, die man an der Hochschule im ersten Studienjahr (Mathematik oder Physik) kennenlernt, erlaubt im Prinzip die Berechnung der Flussdichten bei beliebigen Anordnungen. Wir können uns an dieser Stelle nicht mit dieser Mathematik auseinandersetzen. Vielmehr soll es genügen, drei häufig vorkommende Leiteranordnungen herauszupicken und die zugehörigen Resultate (Formeln (8.1), (8.2) und (8.3)) bei Bedarf einfach anzuwenden.

Allen Anordnungen ist gemein, dass der Betrag der erzeugten magnetischen Flussdichte B proportional zur Stärke I des fließenden Stromes ist:

$$B \sim I$$

In all diesen Formeln tritt zudem eine neue physikalische Konstante auf, welche eben genau damit zu tun hat, dass wir magnetische Flussdichten aus Strömen berechnen. Es handelt sich um die **magnetische Feldkonstante** μ_0 mit einem universellen Wert von:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Anordnung 1: (Unendlich) langer gerader Draht

Hierbei handelt es sich um die Stromanordnung aus Abb. 8.2 von Seite 60. Die folgende Formel stimmt ganz exakt nur für unendlich lange und unendlich dünne Leiter. Wir machen aber keinen grossen Fehler, solange der Abstand r , für welchen wir die Flussdichte B berechnen möchten, deutlich kleiner ist als die Länge und deutlich grösser als die Dicke des Leiters.

Flussdichte um einen geraden Leiter

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad (8.1)$$

B = Magnetische Flussdichte im Abstand r vom Leiter

I = Stromstärke im Leiter

r = Abstand zum Leiter

Wie wir der Formel entnehmen, nimmt die Flussdichte mit zunehmendem Abstand vom Leiter ab ($B \sim \frac{1}{r}$).

Anordnung 2: Schlaufen und Spulen

Wie lässt sich bei vorgegebener Stromstärke ein besonders starkes Magnetfeld herstellen? Die Antwort ist klar: die magnetische Flussdichte wird besonders gross, wenn die Leiteranordnung den Strom so führt, dass er an einem bestimmten Ort "mehrfach mithilft" das Feld aufzubauen. Schlaufen resp. Spulen (= Mehrfachschlaufen) sind die perfekte Umsetzung dieser Idee.

Schlaufen und Spulen erzeugen **Dipolfelder** – wie Stabmagnete! Wir können daher einer Schlaufe oder Spule einen Nord- und einen Südpol zuordnen: auf der Seite, wo die Feldlinien herauskommen, besitzen sie ihren magnetischen Nordpol (vgl. Abb. 8.3 oben links).

Flussdichte im Innern einer stromdurchflossenen Spule

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{\sqrt{l^2 + d^2}} \quad (8.2)$$

B = Magnetische Flussdichte im Spuleninnern
(ganz exakt eigentlich nur in der Spulenmitte)

N = Windungszahl = Anzahl Windungen der Spule

l = Länge der Spule

d = Durchmesser der Spule

Um die Feldstärke in der Mitte einer einzelnen Leiterschleife zu ermitteln, muss $N = 1$ und $l = 0$ gesetzt werden.

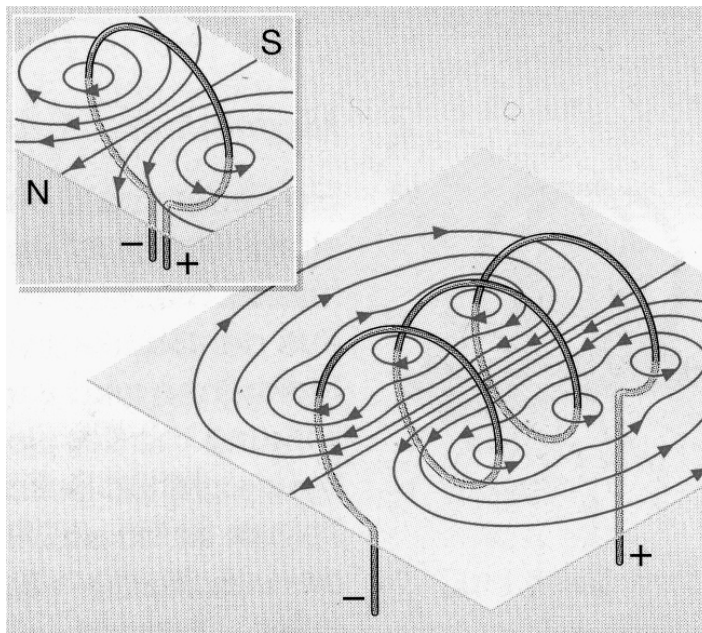


Abbildung 8.3: Das Magnetfeld um eine einzelne Leiterschleife (links oben) wird bei einer Spule mehrmals hintereinander erzeugt. Daher ist die Flussdichte in einer Spule proportional zur Windungszahl N . In beiden Fällen ergibt sich im Aussenraum ein typisches Dipolfeld, wie wir es vom Stabmagneten her kennen (vgl. Abb. 7.4 auf Seite 55). Schlaufen und Spulen besitzen also magnetische Pole! Die Richtung der Feldlinien kann man mit der RHR ermitteln, indem man mit dem Daumen den Windungen vom + nach – nachfährt.

Anordnung 3: Das Helmholtz-Spulenpaar

Als weitere spezielle Leiteranordnung sei hier das **Helmholtz-Spulenpaar** angeführt. Dieses ist vor allem für Experimente wichtig, da es in ihrem gut zugänglichen Innenraum ein nahezu **homogenes Magnetfeld** erzeugt, in welchem Versuche aufgebaut werden können.

Das Spezielle an der Helmholtz'schen Spulenordnung ist, dass der Abstand R zwischen den beiden Spulen gerade so gross ist wie der Radius R einer Spule.

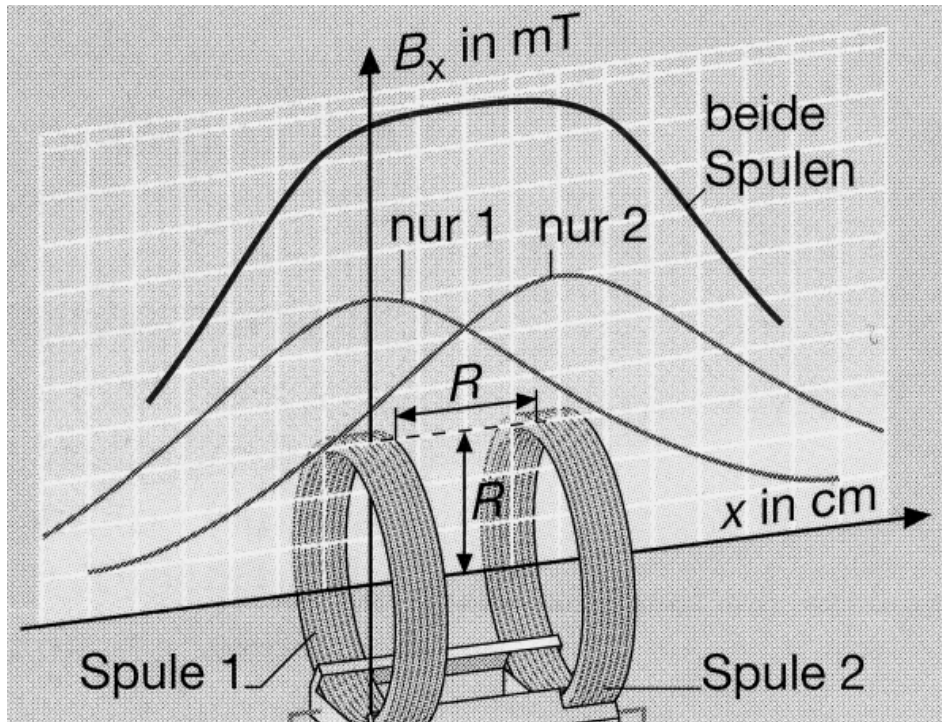


Abbildung 8.4: Bei einem Helmholtz-Spulenpaar werden zwei Spulenringe mit Radius R in eben diesem Abstand R voneinander parallel angeordnet.

Die Graphik zeigt die axialen Verläufe der magnetischen Flussdichten, wenn Spule 1 oder Spule 2 separat betrieben werden. Fließt durch beide Spulen dieselbe Stromstärke, so ergibt sich die aufsummierte Flussdichte beider Spulen. Diese ist im gesamten Innenraum des Helmholtzspulenpaares praktisch konstant. D.h., es liegt ein in guter Näherung homogenes Feld vor.

Flussdichte in einem Helmholtz-Spulenpaar

$$B = \underbrace{\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}}_{\approx 0.716} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R} \quad (8.3)$$

B = Magnetische Flussdichte im Innenraum des Spulenpaares

N = Windungszahl einer Spule

R = Abstand und Radius der beiden Spulen

Bei Berechnungen dürfen wir direkt den ungefähren Wert von 0.716 anstelle des exakten Ausdrucks $\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$ einsetzen.

Kapitel 9

Die Lorentzkraft \vec{F}_L

Im Kapitel 8 wurde gezeigt, wie ein elektrischer Strom in seiner Umgebung ein Magnetfeld erzeugt (Oersted, RHR). Dabei scheint es sich um eine Grundgesetzmässigkeit der Natur zu handeln: sich bewegende elektrische Ladungen haben magnetische Eigenschaften. Warum das so ist, kann die Naturwissenschaft nicht näher begründen. Warum die Naturgesetze gerade so sind, wie sie zu sein scheinen, darauf haben wir letztlich keine Antwort.¹

In diesem Kapitel wird eine weitere fundamentale Grundgesetzmässigkeit der Elektrizitätslehre vorgestellt:

*Ein von einem elektrischen Strom durchflossener Leiter erfährt in einem Magnetfeld eine Kraft. Wir bezeichnen sie als **Lorentzkraft** \vec{F}_L .*

Ströme erzeugen also selber Magnetfelder und erfahren umgekehrt in Magnetfeldern auch Kräfte. D.h., zwischen zwei stromdurchflossenen elektrischen Leitern müssen Kraftwirkungen zu beobachten sein: Der eine Leiter erfährt im Magnetfeld des anderen eine Lorentzkraft.

Diese Tatsache zieht das SI, also das metrische Einheitensystem, zur Definition der Stromstärkeneinheit **Ampere** heran: Je stärker die beiden Ströme sind, desto stärker ist die Kraftwirkung zwischen ihnen. Bei einer bestimmten Stärke der Kraft bezeichnet man die Stromstärke als 1 Ampere (vgl. Abschnitt 9.4 auf Seite 68).

9.1 Lernziele zum Kapitel 9

- Ich weiss, welches die **notwendigen Voraussetzungen für eine Lorentzkraft** \vec{F}_L sind: ein elektrischer Strom erfährt eine Lorentzkraft, wenn er durch ein Magnetfeld fliesst.
- Ich kann die **Drei-Finger-Regel (3FR)** anwenden. D.h., ich kann die Richtungen von Strom, Magnetfeld und Lorentzkraft zueinander in Beziehung setzen und weiss, dass Letztere stets senkrecht zu den beiden anderen steht.
- Ich weiss, dass der **Betrag F_L der Lorentzkraft** durch Gleichung (9.1) gegeben ist und kann diese Beziehung in Berechnungen anwenden. Die darin enthaltenen Abhängigkeiten sind mir bewusst: F_L ist proportional zur Stromstärke I und zur magnetischen Flussdichte B , zudem ist der Winkel φ zwischen Strom- und Magnetfeldrichtung von Bedeutung (für $\varphi = 0^\circ$ verschwindet F_L , für $\varphi = 90^\circ$ ist F_L maximal).

¹Deshalb muss sich die Naturwissenschaft darauf beschränken, die Funktionsweise der Natur möglichst genau zu beschreiben.

- Ich bin in der Lage, die **Definition des Amperes A**, also der SI-Einheit der elektrischen Stromstärke I , aufgrund der elektromagnetischen Kraftwirkung zwischen zwei parallel verlaufenden Leiter zu erläutern. In diesem Zusammenhang kann ich zudem erklären, weshalb die **magnetische Feldkonstante** den Wert $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ aufweisen muss.
- Mit Hilfe der Lorentzkraft resp. der Drei-Finger-Regel bin ich in der Lage, die **Funktionsweisen** eines **Elektromotors**, eines **Drehspulamperemeters** und eines **dynamischen Lautsprechers** zu erläutern, sowie die abstossende resp. anziehende Kraftwirkung **zwischen zwei parallel resp. antiparallel fließenden Strömen** zu erklären.

9.2 Qualitative Beschreibung der Lorentzkraft

An einer **Leiterschaukel** (Abb. 9.1) lässt sich die sogenannte **Lorentzkraft** \vec{F}_L leicht beobachten und studieren. Wir halten fest:

Wann beobachtet man eine Lorentzkraft?

*Befindet sich ein stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld, so erfährt er eine **Lorentzkraft** \vec{F}_L .*

Die Lorentzkraft ist, wie die **Coulombkraft**, eine Kraftart, die an die Materieeigenschaft **“elektrische Ladung”** gekoppelt ist. Die Physik kann die Existenz dieser **fundamentalen Fernwirkungskräfte** nicht erklären, sie kann lediglich beschreiben, wie sie wirken.²

Die Drei-Finger-Regel zur Lorentzkraft (3FR)

Die Richtung des technischen Stromes \vec{I} , die Richtung des Magnetfeldes \vec{B} und die Richtung der Lorentzkraft \vec{F}_L bilden ein sogenanntes **Rechtssystem** (Dreibein). Nur der Winkel φ (gr. *phi*) zwischen der Strom- und der Magnetfeldrichtung kann verschieden von 90° sein. Diesen Sachverhalt kann man sich anhand der folgenden Regel merken. Er wird in Abb. 9.2 veranschaulicht.

Die Drei-Finger-Regel (3FR)

Unter Verwendung der rechten Hand gilt:

*Zeigt der **Daumen in Stromrichtung** und der **Zeigefinger in die Richtung des Magnetfeldes**, so gibt der senkrecht zu den andern beiden Fingern auszurichtende **Mittelfinger** die Richtung der **Lorentzkraft** \vec{F}_L an.*

*Falls die Stromrichtung genau **parallel** oder **antiparallel** zur Richtung des Magnetfeldes verläuft, verschwindet die Lorentzkraft (Daumen und Zeigefinger parallel resp. antiparallel \Rightarrow Mittelfinger nicht eindeutig ausrichtbar).*

Kurz: $\text{Daumen} \hat{=} \vec{I}$ und $\text{Zeigefinger} \hat{=} \vec{B} \Rightarrow \text{Mittelfinger} \hat{=} \vec{F}_L$

²Bei diesen Fernwirkungskräften braucht es keinen direkten Kontakt zwischen den wechselwirkenden Körpern. Bei der Beschreibung der Kraftvermittlung wird deshalb mit **Feldern** gearbeitet!

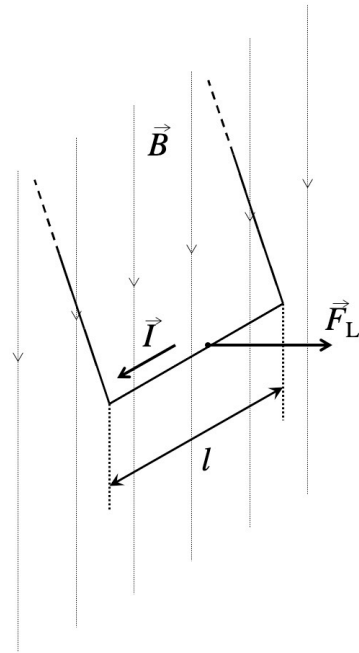
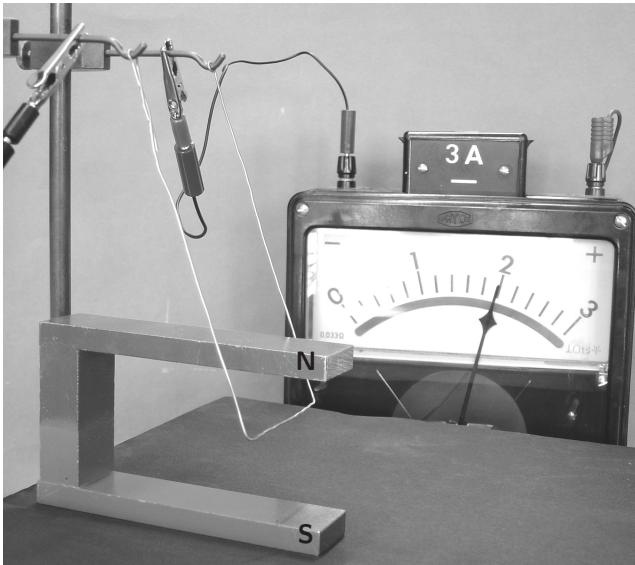


Abbildung 9.1: Die Leiterschaukel erfährt eine Lorentzkraft, welche stets senkrecht zur Stromrichtung und zur Richtung der Feldlinien steht. Der Draht wird nach rechts ausgelenkt.

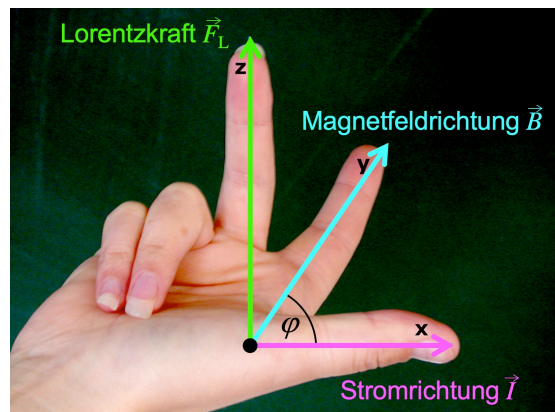
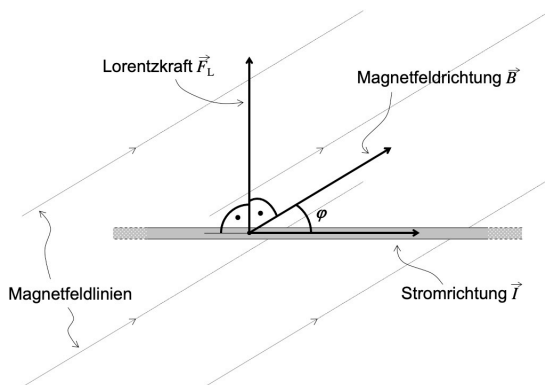


Abbildung 9.2: Die Lorentzkraft \vec{F}_L (Mittelfinger) steht stets senkrecht zur Stromrichtung \vec{I} (Daumen) und zur Richtung des Magnetfeldes \vec{B} (Zeigefinger). Die Vektoren \vec{I} und \vec{B} spannen eine Ebene auf, zu welcher die Lorentzkraft \vec{F}_L stets senkrecht steht.

9.3 Der Betrag der Lorentzkraft

Im vorigen Abschnitt wurde qualitativ erläutert, unter welcher Voraussetzung eine Lorentzkraft auftritt und wie ihre Richtung bestimmt wird. Nun geht es um Quantitative, also um die Berechnung des Kraftbetrages.

Betrachte nochmals die Leiterschaukel in Abb. 9.1. Ein gerades Drahtstück der Länge l wird in das Magnetfeld (Flussdichte \vec{B}) eines Hufeisenmagneten gehalten. Die Feldlinien verlaufen im Innern des Hufeisenmagneten nach unten (Nordpol oben, Südpol unten). Im Draht fließt die Stromstärke I . Die Stromrichtung verläuft von hinten nach vorne. In dieser Situation erfährt das Drahtstück eine Lorentzkraft \vec{F}_L nach rechts (3FR). Für den Betrag dieser Kraft gilt:

Betrag der Lorentzkraft auf einen geraden Leiterabschnitt

In einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B erfährt ein gerader Leiterabschnitt der Länge l , in welchem ein Strom der Stärke I fließt, die **Lorentzkraft**:

$$F_L = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \varphi \quad (9.1)$$

Dabei kennzeichnet φ den Winkel zwischen der Stromrichtung und der Richtung des Magnetfeldes.

Anmerkungen zum Betrag der Lorentzkraft

- **Beispiel:** In der Leiterschaukel aus Abb. 9.1 fliesse ein Strom der Stärke $I = 0.30 \text{ A}$. Die untere Seite der Leiterschaukel habe eine Länge von $l = 6.0 \text{ cm} = 0.060 \text{ m}$ und das Magnetfeld des Hufeisenmagneten besitze eine Flussdichte von $B = 180 \text{ mT} = 0.18 \text{ T}$. Da die untere Seite der Leiterschaukel und das Magnetfeld senkrecht zueinander stehen ist $\varphi = 90^\circ$. Für den Betrag der Lorentzkraft folgt damit:

$$F_L = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \varphi = 0.30 \text{ A} \cdot 0.060 \text{ m} \cdot 0.18 \text{ T} \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} = 0.0032 \text{ N} = 3.2 \text{ mN}$$

Die Einheit Tesla ist gerade so zusammengesetzt, dass bei der Multiplikation mit Ampere und Meter die Krafteinheit Newton entsteht (vgl. Anhang D).

- Die Gleichung (9.1) enthält mehrere einleuchtende Proportionalitäten. Der Betrag F_L einer Lorentzkraft ist umso grösser, ...

... je stärker der Strom I ist, auf welchen die Lorentzkraft wirkt:

$$F_L \sim I$$

... je stärker die Flussdichte B des Magnetfeldes ist, welches die Lorentzkraft auf den Strom erzeugt:

$$F_L \sim B$$

... je länger die Strecke l ist, über welche sich der Strom durch das Magnetfeld bewegt:

$$F_L \sim l$$

Zusammen folgt:

$$F_L \sim I \cdot B \cdot l$$

- (9.1) gibt weiter darüber Auskunft, wie Strom- und Magnetfeldrichtung relativ zueinander stehen müssen, damit eine besonders grosse oder eben keine Lorentzkraft entsteht:
 - Sind Strom- und Feldrichtung parallel oder antiparallel ($\varphi = 0^\circ$ oder $\varphi = 180^\circ$), so verschwindet die Lorentzkraft, weil $\sin 0^\circ = \sin 180^\circ = 0$.
 - Stehen die beiden Richtungen hingegen senkrecht zueinander ($\varphi = 90^\circ$), so nimmt die Lorentzkraft ihren maximalen Wert an, weil $\sin 90^\circ = 1$ dem Maximum der Sinusfunktion entspricht.
- Die Lorentzkraft ermöglicht eine klare **Definition der magnetischen Flussdichte B** . Wie das geht, erfährst du ausführlich im Anhang D.
- Wir behandeln Betrag und Richtung der Lorentzkraft in praktisch allen Anwendungen separat. Ersteren mit Formel (9.1), Letzteres mit der 3FR. Mittels des **Vektorproduktes** aus der Vektorgeometrie können beide Aspekte in eine Formel verpackt werden:

$$\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad (9.2)$$

Dabei ist \vec{l} der Vektor, der die Ausrichtung und die Länge des Drahtes beschreibt, durch den der Strom I fliesst. Seine Richtung entspricht der Stromrichtung.

9.4 Die Definition des Amperes

- Elektrische Ströme erzeugen in ihrer Umgebung ein Magnetfeld (vgl. Kap. 8).
- Elektrische Ströme erfahren in Magnetfeldern eine Lorentzkraft F_L .

Die Kombination dieser Gesetze liefert: Ein Strom erfährt in der Gegenwart eines anderen Stromes eine Lorentzkraft. Dies wollen wir uns an einem Beispiel vor Augen führen, das bis vor Kurzem offiziell (d.h. vom SI) dazu benutzt wurde, das **Ampere A**, also die Einheit der Stromstärke, als eine der sieben **Basiseinheiten** zu definieren.

(Alte) Definition der Stromstärkeneinheit Ampere A

Ein Ampere (1 A) ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 m voneinander angeordnete, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fliessend, zwischen diesen Leitern je 1 m Länge elektrodynamisch die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ N hervorrufen würde. (1948 – 2019)

Abb. 9.3 veranschaulicht diese eher komplizierte Definition. Wir können rechnerisch nachvollziehen, dass sie mit der erarbeiteten Theorie übereinstimmt:

$$\begin{aligned} F_{L,2} &\stackrel{(9.1)}{=} I_2 \cdot l \cdot B_1 \cdot \sin \varphi \stackrel{(8.1)}{=} I_2 \cdot l \cdot \underbrace{\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}}_{=B_1} \cdot \sin \varphi \\ &= 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1 \text{ A}}{2\pi \cdot 1 \text{ m}} \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N} \end{aligned}$$

Leiter 2 führt den Strom $I_2 = 1 \text{ A}$. Ein Stück der Länge $l = 1 \text{ m}$ dieses zweiten Leiters erfährt im Magnetfeld des ersten Leiters eine Lorentzkraft \vec{F}_L , deren Betrag durch die Gleichung (9.1) gegeben ist. Abb. 9.3 zeigt, dass der Strom I_2 und das Magnetfeld \vec{B}_1 senkrecht zueinander stehen ($\varphi = 90^\circ$). Die magnetische Flussdichte B_1 am Ort des zweiten Leiters erhalten wir aus (8.1). So fliesst auch die Stromstärke $I_1 = 1 \text{ A}$ im ersten Leiter mit ein.

Die Definition der magnetischen Feldkonstante μ_0

Die oben gezeigte Rechnung ist so zwar richtig, verschleiert aber, was hier eigentlich passiert, nämlich eine Definition der magnetischen Feldkonstante μ_0 !

Die Ampere-Definition legt fest, dass die Stromstärke bei $2 \cdot 10^{-7}$ N Kraft zwischen den beiden Leitern genau den Wert 1 A haben soll. Daraus können wir folgern:

$$F_{L,2} = I_2 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} \cdot \sin \varphi = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m} \cdot \frac{\mu_0 \cdot 1 \text{ A}}{2\pi \cdot 1 \text{ m}} \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} \stackrel{!}{=} 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \mu_0 = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{1 \text{ A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

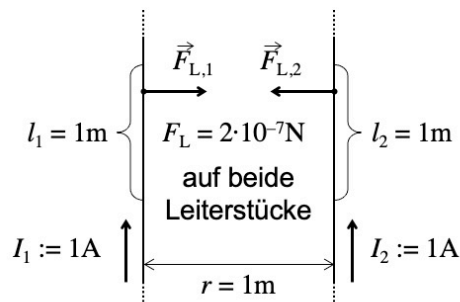
Hier sei kurz Licht in die seltsame Einheitenkombination der Feldkonstante gebracht:

$$\frac{\text{N}}{\text{A}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}^2 \cdot \text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{A}^2 \cdot \text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{A} \cdot \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot \text{m}} = \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{C} \cdot \text{m}} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Dabei haben wir verwendet, dass...

- $\text{J} = \text{N} \cdot \text{m}$: "Arbeit ist Kraft mal Weg", dass...
- $\text{A} = \frac{\text{C}}{\text{s}}$: "Stromstärke ist Ladung pro Zeit", und schliesslich, dass...
- $\text{V} = \frac{\text{J}}{\text{C}}$: "Spannung ist Energieumsatz pro Ladung".

von der Seite:



von oben:

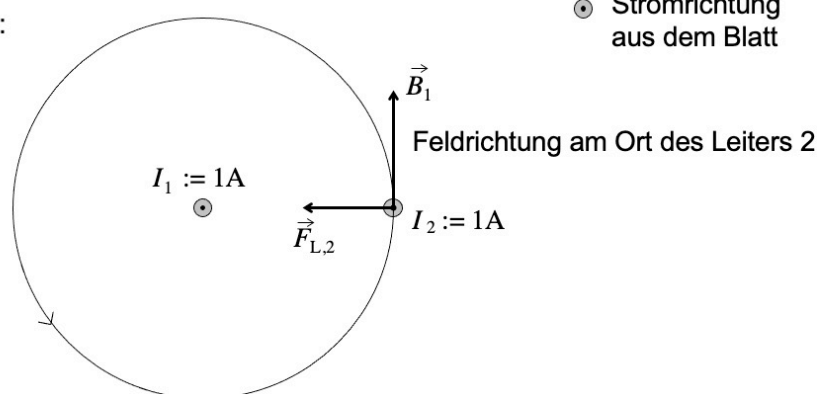


Abbildung 9.3: Die Definition des Amperes: Zwei gerade Drahtabschnitte von je 1 m Länge erfahren je eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N, wenn in beiden Drähte ein Strom der Stärke 1 A fließt.

Kapitel 10

Lorentzkräfte bei einzelnen geladenen Teilchen

10.1 Lernziele zum Kapitel 10

- Ich weiss, dass geladene Teilchen **Lorentzkräfte** \vec{F}_L erfahren, wenn sie sich durch ein magnetisches Feld bewegen.
- Mir ist klar, dass die Lorentzkraft auf einen elektrischen Strom das **Resultat der Lorentzkräfte auf die sich bewegenden geladenen Teilchen** ist, welche den Strom ausmachen.
- Ich kann die **Drei-Finger-Regel** anwenden, um die Richtung der Lorentzkraft auf ein sich durch ein Magnetfeld bewegendes geladenes Teilchen zu bestimmen. Insbesondere weiss ich diesbezüglich, dass für positiv geladene Teilchen die rechte und für negativ geladene Teilchen die linke Hand zu verwenden ist.
- Mit Hilfe der Gleichung (10.1) kann ich **Berechnungen anstellen**, in welchen der Betrag der Lorentzkraft auf ein geladenes Teilchen eine Rolle spielt.
- Ich weiss, dass bei **gleichförmigen Kreisbewegungen** die resultierende Kraft stets ins Zentrum der Kreisbahn zeigt und dass sie in diesem Fall von Bewegung als **Zentripetalkraft** bezeichnet wird.
- Umgekehrt ist mir bewusst, dass ein Gegenstand oder Teilchen gleichmässig eine Kreisbahn abfährt, wenn die einzige darauf wirkende Kraft stets senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung steht.
Insbesondere führe ich diese Begründung an, um die **Kreisbahn elektrisch geladener Teilchen in Magnetfeldern zu erklären**, wenn neben der Lorentzkraft keine resp. nur vernachlässigbare andere Kräfte wirken.
- Durch die Kombination der Gleichungen (10.1) und (10.4) kann ich **Berechnungen zu den Kreisbahnen geladener Teilchen in Magnetfeldern anstellen**.
- Ich bin in der Lage, ein paar **Phänomene** resp. **technische Anwendungen** zu nennen und zu erklären, bei welchen die Lorentzkraft auf geladene Teilchen in Magnetfeldern von zentraler Bedeutung ist. Beispiele sind das **Polarlicht**, das **Fadenstrahlrohr**, die **Massenspektroskopie** oder Magnetfeldsonden, die mit dem **Hall-Effekt** arbeiten.

10.2 Lorentzkräfte auf geladene Teilchen in Magnetfeldern

Im Kapitel 9 wurde die Lorentzkraft auf einen elektrischen Strom in einem Magnetfeld beschrieben. Im Mikroskopischen ist ein solcher Strom aber nichts anderes als eine Kollektivbewegung geladener Teilchen, in einem Metalldraht z.B. die gemeinsame Driftbewegung der **Leitungselektronen**.

Daraus folgern wir: Wenn der vom Strom durchflossene Leiter als Ganzes eine Lorentzkraft erfährt, so muss im Mikroskopischen bereits auf jedes einzelne geladene Teilchen, welches sich da bewegt, eine solche Kraft wirken!

Die Lorentzkraft, welche auf einen elektrischen Strom wirkt, ist die Summe über die Lorentzkräfte, die auf die einzelnen geladenen Teilchen wirken, welche diesen Strom ausmachen.

Mit Hilfe dieser Überlegung lässt sich die Lorentzkraft auf ein einzelnes solches Teilchen aus der Kraft auf den Strom herleiten:

1. Strom ist definiert als "Ladung pro Zeitabschnitt": $I = \frac{Q}{\Delta t}$.
2. Der Strom in einem Leiter setzt sich aus der Bewegung vieler (N) einzelner Teilchen mit Ladung q zusammen: $Q = N \cdot q$.
3. Mit 1. und 2. können wir die Lorentzkraft auf den Leiter neu schreiben als:

$$F_L = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \varphi = \frac{Q \cdot l \cdot B \cdot \sin \varphi}{\Delta t} = N \cdot \underbrace{\frac{q \cdot l \cdot B \cdot \sin \varphi}{\Delta t}}_{\text{Kraft auf 1 Teilchen}}$$

4. Dabei ist $\frac{l}{\Delta t}$ gerade die (mittlere) Geschwindigkeit v eines einzelnen Teilchens im Leiter und es folgt:

Der Betrag der Lorentzkraft auf ein geladenes Teilchen

In einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B erfährt ein Teilchen mit Ladungsbetrag q und Geschwindigkeit v eine Lorentzkraft F_L mit Betrag:

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \varphi \quad (10.1)$$

φ ist der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des Teilchens und der Richtung des Magnetfeldes.

Ist das Teilchen einfach geladen ($q = e$, z.B. Elektronen, Protonen oder einfach ionisierte Atome oder Moleküle) und bewegt es sich senkrecht zur Feldlinienrichtung ($\varphi = 90^\circ$), so vereinfacht sich (10.1) zu:

$$F_L = e \cdot v \cdot B \quad (10.2)$$

Wie schon (9.1) in (9.2), so lässt sich auch (10.1) mittels Vektorprodukt kompakt formulieren, sodass die Formel Betrag und Richtung enthält:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (10.3)$$

Die Frage nach der Richtung der Lorentzkraft \vec{F}_L behandeln wir immer noch losgelöst vom Betrag mithilfe der Drei-Finger-Regel (3FR):

Die Drei-Finger-Regel (3FR) bei geladenen Teilchen

Bei **positiv** geladenen Teilchen ist die **rechte Hand**, bei **negativ** geladenen Teilchen hingegen die **linke Hand** zu verwenden.

Zeigt der Daumen in die Bewegungsrichtung \vec{v} des Teilchens und der Zeigefinger in die Richtung des Magnetfeldes \vec{B} , so zeigt der senkrecht zu diesem beiden Fingern ausgerichtete Mittelfinger die Richtung der auf das Teilchen wirkenden Lorentzkraft \vec{F}_L an.

10.3 Kreisbewegung – eine kurze Repetition der Mechanik

Mit der **resultierenden Kraft** F_{res} meint man in der Newton'schen Mechanik die Zusammenfassung aller auf einen Körper wirkenden Kräfte zu einer einzigen Kraft via **Vektoraddition** (Aneinanderhängen der Kraftpfeile). Wirkt nur eine einzige Kraft auf den Körper, so ist die resultierende Kraft gerade gleich dieser Kraft.

Bei Kreisbewegungen lässt sich über diese resultierende Kraft Folgendes sagen:

Kreisbewegung \Rightarrow Zentripetalkraft

Beschreibt ein Körper der Masse m eine gleichförmige Kreisbewegung mit Radius r und Geschwindigkeitsbetrag v , so steht die resultierende Kraft \vec{F}_{res} stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung \vec{v} und zeigt zum Mittelpunkt der Kreisbahn. In diesem Fall geben wir der resultierenden Kraft den neuen Namen **Zentripetalkraft** \vec{F}_Z . Sie beträgt:

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (10.4)$$

Zentripetalkraft \Rightarrow Kreisbewegung

Umgekehrt gilt: Steht die auf einen Körper wirkende resultierende Kraft \vec{F}_{res} stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung, so handelt es sich um eine Zentripetalkraft \vec{F}_Z und der Körper beschreibt eine Kreisbahn, welche der Gleichung (10.4) gehorcht.

Die Veranschaulichung dieser Zusammenhänge sehen wir in Abb. 10.1 auf der folgenden Seite.

Gleichung (10.4) enthält mehrere durchaus einleuchtende Zusammenhänge: Es braucht mehr Kraft, um einen Körper auf seiner Kreisbahn zu halten, ...

... je mehr Masse dieser Körper aufweist $\Rightarrow F_Z \sim m$,

... je schneller seine Bahngeschwindigkeit ist $\Rightarrow F_Z \sim v^2$, und

... je kleiner der Bahnradius ist $\Rightarrow F_Z \sim \frac{1}{r}$.

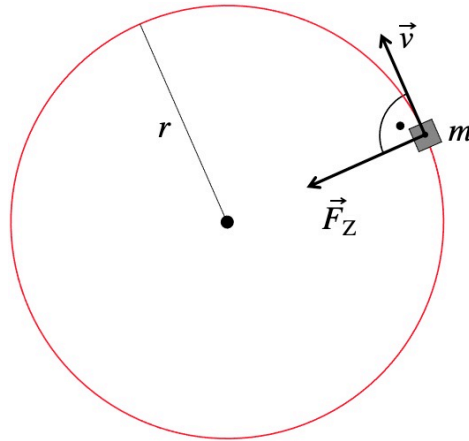


Abbildung 10.1: Bei gleichförmigen Kreisbewegungen nennt man die resultierende Kraft \vec{F}_{res} auch Zentripetalkraft \vec{F}_Z . Sie steht stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung \vec{v} .

10.4 Kreisbewegungen elektrisch geladener Teilchen

Die auf ein Teilchen wirkende Lorentzkraft \vec{F}_L steht stets senkrecht zu dessen Bewegungsrichtung. Ihr Betrag ist in der Regel um ein Vielfaches grösser als derjenige der Gewichtskraft \vec{F}_G , die deshalb vernachlässigt werden darf.¹ Dadurch wird \vec{F}_L in vielen Fällen zur einzigen relevanten und somit zur resultierenden Kraft resp. zur Zentripetalkraft \vec{F}_Z , welche das Teilchen auf eine Kreisbahn zwingt.

Betrachten wir ein einfach geladenes Teilchen ($q = e$) in einem Magnetfeld mit Flussdichte B , so folgt dafür aus den Gleichungen (10.2) und (10.4):

$$\begin{aligned}
 F_L &= F_Z && | \text{ Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow e \cdot v \cdot B &= \frac{m \cdot v^2}{r} && | : (v \cdot B \cdot m) \\
 \Leftrightarrow \frac{e}{m} &= \frac{v}{r \cdot B}
 \end{aligned}$$

Für Teilchen mit beliebiger Ladung q können wir schreiben:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r \cdot B} \quad (10.5)$$

Den Bruch $\frac{q}{m}$ auf der linken Seite dieser Gleichung bezeichnet man als die **spezifische Ladung** des Teilchens. "Spezifisch", weil die **Ladung pro Masse** angegeben wird.

¹Eine quantitative Veranschaulichung: Ein Proton ist einfach positiv geladen und besitzt eine Masse von $1.672 \cdot 10^{-27}$ kg. Es soll durch eine Spannung von 5 V beschleunigt worden sein. Bereits diese Spannung beschleunigt das Proton auf eine Geschwindigkeit von knapp 31 000 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (für Elementarteilchen nicht besonders gross). Das Proton soll senkrecht zum Erdmagnetfeld ($B \approx 50 \mu\text{T}$) fliegen. dann beträgt die Lorentzkraft:

$$F_L = e \cdot v \cdot B = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 31\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 2.5 \cdot 10^{-19} \text{ N}$$

Dies scheint ein sehr geringer Kraftbetrag zu sein. Allerdings muss man sich verdeutlichen, dass F_G hier an der Erdoberfläche (Ortsfaktor $g = 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$) noch einmal um mehr als einen Faktor 10^7 kleiner ist:

$$F_G = m \cdot g = 1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.6 \cdot 10^{-26} \text{ N}$$

Bei höheren Teilchengeschwindigkeiten, leichteren Teilchen, wie z.B. Elektronen, und stärkeren Magnetfeldern als dasjenige der Erde, fällt das Verhältnis $F_L : F_G$ noch deutlicher zugunsten der Lorentzkraft aus.

10.5 Ein kurzer historischer Exkurs zur spezifischen Ladung

Versetzen wir uns physikhistorisch ins Jahr 1900. Damals war gerade entdeckt worden, dass es sich bei den sogenannten **Kathodenstrahlen** tatsächlich um eine aus vielen einzelnen, geladenen Teilchen bestehende Strahlung handelt. Diesen Teilchen hatte man den Namen **Elektronen** gegeben. Von einem Elektron kannte man allerdings weder die Masse, noch die elektrische Ladung. Beide Grössen waren nicht direkt einzeln erfassbar, weil sie für die damalige Messtechnik viel zu klein waren.²

Wohl aber konnte man die spezifische Ladung, also das Verhältnis aus Ladung und Masse, ermitteln! Und zwar geschah dies mit der eben hergeleiteten Gleichung (10.5). Alle Grössen auf der rechten Seite waren nämlich erfassbar: Durch geschickte Anordnungen konnte man die Teilchengeschwindigkeit v vorgeben, ebenso die Stärke B des Magnetfeldes, und schliesslich konnte durch Messung des Kreisradius r der Teilchenbahn auf $\frac{q}{m}$ geschlossen werden.

Die spezifische Ladung blieb für längere Zeit die einzige Angabe, welche man über die Elektronen machen konnte. Als man dann andere Teilchen entdeckte, z.B. die doppelt geladenen, aber viel schwereren Helium-Kerne, die sogenannten α -Teilchen in der radioaktiven Strahlung, sah man insbesondere dieser spezifischen Ladung $\frac{q}{m}$ an, dass es sich dabei um eine ganz andere Teilchensorte handeln musste.³

10.6 Massenspektroskopie, Fadenstrahlrohr und Polarlicht

Die in Gleichung (10.5) auftauchende Geschwindigkeit v steht nur für denjenigen Anteil der Geschwindigkeit, welcher senkrecht zu den Feldlinien des Magnetfeldes steht.

Im Allgemeinen handelt es sich bei der Teilchenbahn nicht um eine Kreis-, sondern um eine **Spiralbahn**, wenn das Teilchen nicht genau senkrecht zu den Feldlinien ins Magnetfeld dringt. Dann erzeugt der Senkrecht-Anteil der Geschwindigkeit die Kreisbahn, während der parallele Anteil dafür sorgt, dass das Teilchen zusätzlich längs der Feldlinien unterwegs ist. Beide Bewegungen kombiniert ergeben eine Spiralbahn entlang der Feldlinien.

Diese Theorie der Kreisbewegung elektrisch geladener Teilchen in Magnetfeldern erklärt beispielsweise das Phänomen des **Polarlichts**: Die Sonne stösst fortlaufend schnelle Elektronen und Protonen aus (**Sonnenwind**). Einige davon fliegen in Richtung Erde, begeben sich allerdings auf eine Spiralbahn, wenn sie auf das Erdmagnetfeld treffen. Dieses führt die Teilchen längs der Feldlinien zu den Polarregionen, wo sie in die Atmosphäre eintreten. Trifft ein Elektron dort auf ein Gasteilchen, so gibt es einen Teil seiner Energie ab, was das Gasteilchen zum Leuchten anregt – und dieses Leuchten ist das Polarlicht.

Das Polarlicht kann im Kleinen reproduziert werden. Dazu beschleunigt man Elektronen über eine elektrische Spannung in einem mit nur wenig Gas gefüllten Behälter. Diese Anordnung nennt man ein **Fadenstrahlrohr** (vgl. Abb. 10.3). Wie in den Polarregionen treffen auch hier die Elektronen auf die Gasteilchen und regen diese zum Leuchten. Als Gas eignet sich z.B. Neon. Da man im Versuch selbst genau steuern kann, in welche Richtung die Elektronen fliegen, ergibt sich eine wunderbare Leuchtspur, eben ein Fadenstrahl. Dieser lässt sich mit Hilfe eines extern erzeugten Magnetfeldes (z.B. mit einem Helmholtz-Spulenpaar) auf eine Kreisbahn bringen. Veränderungen des Magnetfeldes haben sofort einen Effekt auf die Grösse dieser Bahn. Auch mit Permanentmagneten kann man die Gestalt der Bahn unterschiedlich beeinflussen.

² $q_e = -e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$!

³Nebenbei: Die in der radioaktiven Strahlung auftretenden β -Teilchen sind sehr schnelle Elektronen. Die Namensgebung der Komponenten in der radioaktiven Strahlung geht übrigens auf einen gewissen **Ernest Rutherford** zurück. Mit seinen "geliebten" α -Teilchen sollte er ein paar Jahre später den Atomkern entdecken.



Abbildung 10.2: Ein beeindruckendes Polarlicht über Norwegen.

Eine andere Anwendung ist die **Massenspektroskopie**. Massen einzelner Moleküle lassen sich bestimmen, indem man diese ionisiert (d.h. mit einer einzelnen Elementarladung lädt), beschleunigt und dann in einem Magnetfeld auf eine Kreisbahn schickt. Aus dem Bahnradius kann die Masse berechnet werden. Wir verdanken dieser Methode ungeheure Erkenntnisse in der Atom- und Kernphysik.⁴

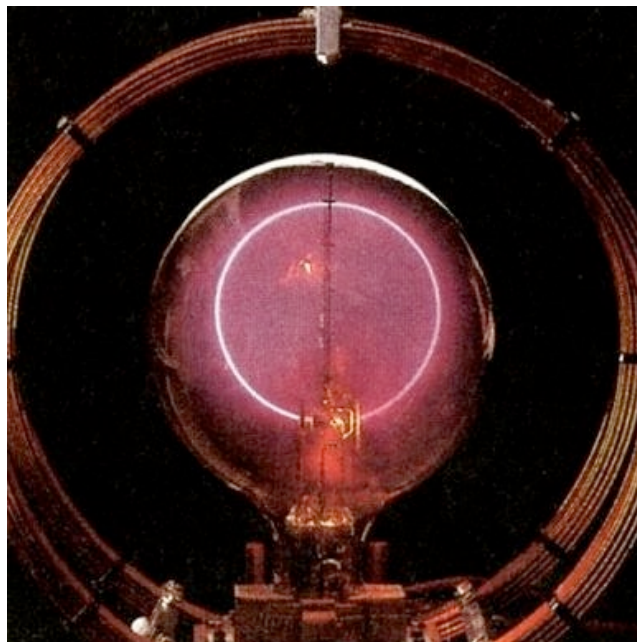


Abbildung 10.3: Ein Fadenstrahlrohr: Die Elektronen werden beschleunigt und beschreiben anschliessend im Magnetfeld des Helmholtz-Spulenpaares eine Kreisbahn. Unterwegs bringen sie die Gasteilchen beim Zusammenstoss zum Leuchten.

⁴Z.B. lassen sich so die Isotope eines Elements auf elegante Art und Weise voneinander trennen, was unter anderem die Altersbestimmung über die C-14-Methode ermöglicht.

Kapitel 11

Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen

In den Kapiteln 9 und 10 haben wir die Lorentzkraft als grundlegende Naturgesetzmässigkeit kennengelernt: Ströme resp. sich bewegende geladene Teilchen erfahren in Magnetfeldern elektromagnetische Kräfte (3FR).

Stell dir nun vor, ich bewege einen Metalldraht durch ein Magnetfeld. Dieser Draht beinhaltet frei bewegliche **Leitungselektronen**, die die Bewegung mitmachen, einfach weil sie Bestandteile des Metalldrahtes sind. Aufgrund des Magnetfeldes erfahren sie Lorentzkräfte, die bei geeigneter Ausrichtung und Bewegungsrichtung des Drahtes relativ zum Magnetfeld durchaus in Richtung des einen Drahtendes wirken können. An diesem Ende entsteht folglich ein Elektronenüberschuss (negativer Pol), während am anderen Drahtende ein Elektronenmangel (positiver Pol) zu beobachten sein wird. Zwischen den beiden Drahtenden ist somit eine elektrische Spannung entstanden, die als Antrieb für einen Stromkreis genutzt werden kann!

*Die bei der Bewegung eines Metalldrahtes durch ein Magnetfeld auf die darin enthaltenen Leitungselektronen wirkenden Lorentzkräfte können den Draht zu einer Spannungsquelle machen. Es kann Strom erzeugt werden. Man nennt diese elektromagnetische Strom- resp. Spannungserzeugung **Induktion** und spricht von **induzierten Strömen** resp. **Spannungen**.*



Abbildung 11.1: Die Generatorhalle im Fließkraftwerk Gösgen (SO).

Die Wichtigkeit der elektromagnetischen Induktion kann nicht genügend hervorgestrichen werden, gründet doch unsere Stromversorgung direkt auf zwei ihrer technischen Anwendungen:

Generator/Dynamo: Diese Maschine erzeugt aus der kinetischen Energie einer Drehbewegung die elektrische Energie, die mit dem Strom in unsere Geräte transportiert wird.

In jedem Wasser-, Wind-, Kern-, Kohle- oder Gaskraftwerk funktioniert die Stromerzeugung mit einem Generator. Aber auch in kleinem Rahmen gibt es solche Geräte, denke z.B. an den Dynamo eines Fahrrads oder an die Energierückgewinnung in Hybridautos. Über 98 % der aus Steckdosen bezogenen elektrischen Energie wurde mit einem Generator erzeugt.

Transformator (Trafo): Diese Maschine ist in der Lage Spannungswerte umzuwandeln. Niedrige Spannungen können in hohe Spannungen verwandelt werden und umgekehrt.

Transformatoren gibt es im grossen, aber auch im kleinen Stil: Damit elektrische Energie ohne allzu grosse Verluste über weite Strecken transportiert werden kann, wird heutzutage mit Hochspannungsleitungen von bis zu 380 kV gearbeitet. Bei hoher Spannung wird nämlich für die Übertragung einer bestimmten elektrischen Leistung nur eine geringe Stromstärke benötigt, was den Energieverlust aufgrund Joule'scher Wärme massgeblich reduziert ($P_{el} = U \cdot I$, vgl. Kapitel 4).

Andererseits funktionieren z.B. Handys und Computer mit Niederspannungen um 5 V bis 20 V. Um diese Geräte an einer Steckdose zu betreiben oder aufzuladen, benötigst du ein Netzgerät, das die 230 V Netzspannung runter transformiert.



Abbildung 11.2: Die Transformatorstation in Oberhasli (BE).

In diesem Kapitel erfährst du, wie sich Induktion, also die elektromagnetische Erzeugung von Spannungen und Strömen, durch **auf Leitungselektronen wirkende Lorentzkräfte** erklären lässt. Damit ist das Phänomen "Induktion" allerdings noch nicht vollständig beschrieben. Im übernächsten Kapitel werden wir mit dem **Faraday'schen Gesetz** nämlich noch eine andere Variante der Induktion kennenlernen. Schliesslich werden die beiden Möglichkeiten im Kapitel 14 zu einem einzigen **Induktionsprinzip** für Schlaufen und Spulen vereinigt. Zudem werden wir mit der **Lenz'schen Regel** bereits in diesem Kapitel eine übergeordnete Aussage zur Induktion formulieren, die die ganze Angelegenheit mit der Energieerhaltung verknüpft.

11.1 Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen

Materie ist aus Atomen aufgebaut. Diese bestehen je aus einem Atomkern, der **positiv geladene Protonen** enthält, und einer Hülle aus **negativ geladenen Elektronen**. D.h., wenn du z.B. einen Holzklotz in den Händen hältst, so ist dieser insgesamt elektrisch neutral, weil er gleich viele Protonen wie Elektronen beinhaltet, aber im Innern des Klotzes sind doch elektrische Ladungen vorhanden – aufgrund dieser Ladungen resp. wegen deren Coulombkräften hält der Klotz ja zusammen!

Halte ich den Holzklotz in der Hand und fahre damit durch ein Magnetfeld, z.B. durch den Innenraum eines Helmholtz-Spulenpaares, so erfahren alle Protonen und alle Elektronen im Klotz Lorentzkräfte, denn schliesslich sind es geladene Teilchen, die durch ein Magnetfeld bewegt werden (vgl. Kapitel 10). Davon bemerke ich von aussen aber nichts. Werden die Protonen durch die Lorentzkraft in eine Richtung gedrückt, so werden die Elektronen genau gleich stark in die Gegenrichtung gedrückt und die Lorentzkräfte heben sich insgesamt auf.

Bewege ich statt eines Holzklotzes ein Stück Metall durch das Magnetfeld, so heben sich zwar die Lorentzkräfte auf die Protonen und Elektronen insgesamt immer noch auf, aber es gibt dennoch einen entscheidenden Unterschied: Im Metall gibt es Leitungselektronen, also grundsätzlich verschiebbare elektrische Ladungen!

Betrachten wir dazu das in Abb. 11.3 gezeigte, ganz konkrete Beispiel einer Drahtschleife, in die ein Voltmeter eingebaut ist. Die Grösse der Schleife kann durch Verschieben der beweglichen Schlaufenseite rechts verändert werden.

Verschieben wir diese Schlaufenseite „von Hand“ z.B. nach rechts, so bewegen wir dadurch auch die darin enthaltenen Leitungselektronen e^- nach rechts. Diese Bewegung innerhalb des ins Blatt hinein zeigenden Magnetfeldes B erzeugt gemäss der Drei-Finger-Regel eine Lorentzkraft F_L nach unten. D.h., an der Seite A des Voltmeters entsteht ein **negativer Pol** (Elektronenüberschuss), an der Seite B ein **positiver Pol** (Elektronenmangel). Über dem Voltmeter wird also während der Bewegung eine **induzierte Spannung** U_{ind} gemessen.

In der Realität ist die Induktion bei einer einzelnen Drahtschleife ziemlich schwach. Einmal mehr müssen Spulen benutzt werden, damit sich derselbe Effekt mehrfach aufsummiert.

Mittels der Lorentzkräfte auf Leitungselektronen lassen sich insbesondere die induzierten Spannungen bei **Drehspulengeneratoren** oder über der **Schwingspule** eines **dynamischen Mikrophons** gut erklären.

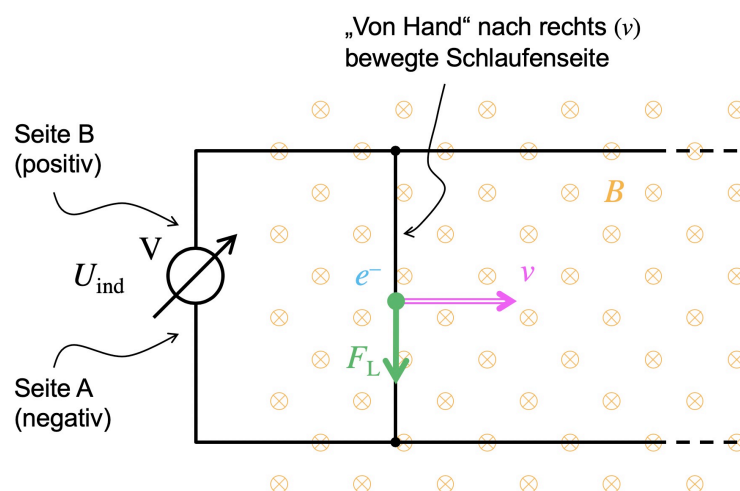


Abbildung 11.3: Induzierte Spannung als Folge von Lorentzkräften auf Leitungselektronen.

11.2 Negative Rückkoppelung und Lenz'sche Regel

Wir sollten unbedingt noch einen Moment länger beim eben gezeigten Beispiel verweilen, denn es hat Prototyp-Charakter und wird uns direkt aufzeigen, wie ein induzierter Strom stets eine negative Rückkoppelung erzeugt, also seiner Ursache entgegenwirkt!

Nehmen wir an, im Stromkreis sei anstelle des Voltmeters ein Amperemeter eingebaut. Diese lässt den Strom passieren, sodass es nun aufgrund der Lorentzkräfte auf die Leitungselektronen im bewegten Draht tatsächlich zu einem induzierten Strom I_{ind} kommt. In Abb. 11.3 würden die Leitungselektronen im Uhrzeigersinn und der technische Strom I_{ind} im Gegenuhrzeigersinn fließen. In Abb. 11.4 ist I_{ind} einmal links unterhalb des Amperemeters und einmal rechts bei der sich nach rechts bewegenden Schlaufenseite eingetragen.

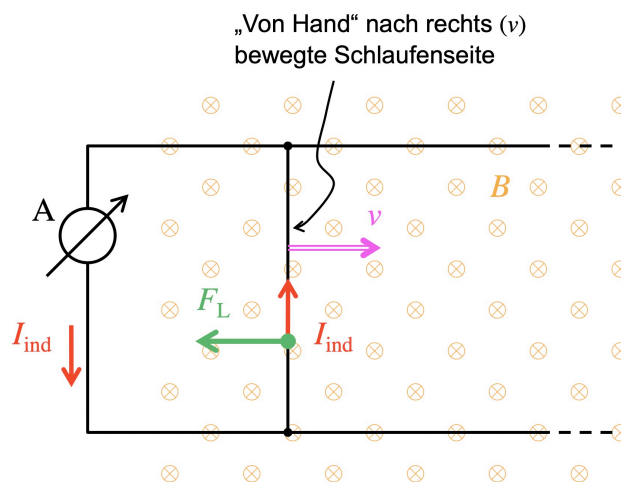


Abbildung 11.4: Negative Rückkoppelung: Der induzierte Strom erfährt eine Lorentzkraft, die der Bewegungsrichtung der Schlaufenseite entgegenwirkt.

Was für eine Lorentzkraft erfährt dieser induzierte Strom in der rechten Schlaufenseite? Mittels 3FR (rechte Hand) finden wir, dass F_L nach links zeigen muss.¹ Damit wirkt sie genau entgegengesetzt zur Richtung, in die der Draht "von Hand" bewegt wird.

Die "Hand" muss also gegen diese zweite Lorentzkraft arbeiten, um die Schlaufenseite zu bewegen. F_L entzieht der Bewegung Energie. Und das ist genau richtig so! Die Erzeugung eines Stromes, der andernorts wieder eine Maschine antreiben kann, ist ja sicher nicht gratis. Der Bewegung wird kinetische Energie E_{kin} entzogen, die zu der elektrischen Energie E_{el} wird, mit welcher der Stromkreis ein Gerät antreiben kann. Diese Feststellung lässt sich zu einem allgemeinen und übergeordneten Prinzip ausbauen, das für sämtliche induzierten Ströme gilt:²

Die Lenz'sche Regel

"Ein induzierter Strom wirkt elektromagnetisch stets seiner eigenen Ursache entgegen."

Diese negative Rückkoppelung sorgt dafür, dass das Prinzip der Energieerhaltung nicht verletzt wird.

¹In Abb. 11.4: Daumen (I_{ind}) nach oben, Zeigefinger (B) ins Blatt hinein \Rightarrow Mittelfinger (F_L) nach links.

²Die Aussage geht zurück auf den deutsch-baltischen Physiker **Heinrich Friedrich Emil Lenz** (1804 – 1865), der sie im Jahre 1833, ausgehend von Arbeiten von Faraday und Ampère, erstmals formulierte.

Anmerkungen zur Lenz'schen Regel

- So, wie sie hier notiert wurde, entspricht die Lenz'sche Regel nicht ganz der üblichen Form. Letztere werden wir erst im Kapitel 14 vorgelegt bekommen. Sie wird eine Aussage darüber machen, wie das Magnetfeld eines Induktionsstromes auszusehen hat.

Für viele Anwendungen dürfte allerdings die Version hier greifbarer sein. Zudem ist der Miteinbezug des Energiegedankens zweckmässig. Dass Lenz seine Regel nicht schon selber unter Miteinbezug der Energie formuliert hat, liegt wohl vor allem daran, dass das Energieerhaltungsprinzip im Jahre 1833 noch gar nicht entwickelt war.³

- Die Lenz'sche Regel bietet in Situationen, in denen die Richtung eines Induktionsstromes bestimmt werden soll, oftmals eine gute Alternative zur Denkweise mit Lorentzkräften auf Leitungselektronen.

Im Beispiel oben kann man z.B. mit der Lenz'schen Regel argumentieren, dass die auf den bewegten Draht wirkende Lorentzkraft gegen dessen Bewegungsrichtung, also nach links zu zeigen hat. Im ins Blatt zeigende Magnetfeld kommt diese Lorentzkraft nur zustande, wenn der Strom nach oben zeigt. Wir brauchen also gar nicht unbedingt an Leitungselektronen zu denken.

11.3 Wechsel des Bezugssystems – ein toller Trick

Eine neue Situation: Bewegen wir einen Hufeisenmagneten auf einen Draht zu (vgl. Abb. 11.5), so stellen wir fest, dass dabei über dem Draht eine Spannung induziert wird. D.h., am einen Spulenausgang entsteht ein Plus-, am anderen ein Minuspol.

Wie lässt sich diese induzierte Polung erklären? Mit Lorentzkräften scheint dies problematisch zu sein, denn der Draht wird ja gar nicht bewegt. Aus unserer "Laborperspektive" ruht der Draht, also gibt es keine sich bewegenden Ladungsträger und somit auch keine Lorentzkräfte. . .

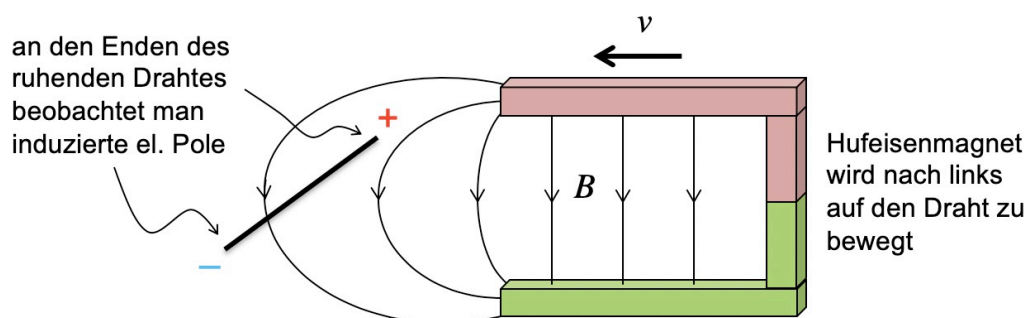


Abbildung 11.5: Im Laborsystem: Der Hufeisenmagnet wird von rechts auf den Draht zu bewegt. Wie soll sich diese Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen erklären lassen, wenn sich der Draht und damit auch die Leitungselektronen in ihm ja gar nicht bewegen?

³In seiner allgemeinen Form wurde das Energieerhaltungsprinzip erst im Jahre 1847 durch **Hermann von Helmholtz** – ja, der vom Spulenpaar – formuliert. Dem voraus gingen diverse wichtige Arbeiten, insbesondere von **Julius Robert von Mayer** (1842) und von **James Prescott Joule** (1843).

Allerdings muss es bei einer guten physikalischen Theorie so sein, dass sie in jedem beliebigen nicht-beschleunigten Bezugssystem gilt. Ein solches Bezugssystem heisst **Inertialsystem**.⁴ **Albert Einstein** (1879 – 1955) bezeichnete diese Anforderung an eine Theorie als **Relativitätsprinzip** und formulierte es so: Die Naturgesetze sollen beim Wechsel in ein anderes Bezugssystem unverändert bleiben (Forminvarianz der Gleichungen).

Auch die Gesetze des Elektromagnetismus sind in ihrer Gesamtheit unabhängig von der Wahl des Inertialsystems. D.h., wir dürfen einen Vorgang aus einer anderen Perspektive betrachten und dort dieselben Gesetze anwenden. In der geschilderten Situation können wir vom Laborsystem ins Ruhesystem des Magneten wechseln. Dann ruht der Magnet und stattdessen bewegt sich die Spule – und dann existieren eben auf die Leitungselektronen wirkende Lorentzkräfte!

In Abb. 11.6 siehst du die gleiche Situation, nun aber aus der Perspektive des ruhenden Magneten (“Magnetsystem”). Der Draht bewegt sich im Magnetfeld nach rechts, wenn sich vorher der Magnet aus der Sicht des Drahtes nach links bewegt hat. Wie bisher können wir jetzt Lorentzkräfte auf die Leitungselektronen im Draht bestimmen. Bei Bewegung (v) nach rechts im Magnetfeld B nach unten erfährt ein Elektron im Draht eine Lorentzkraft F_L nach vorne (3FR mit linker Hand) und wir verstehen die Polung, die sich an den Drahtenden in der Folge ergibt.

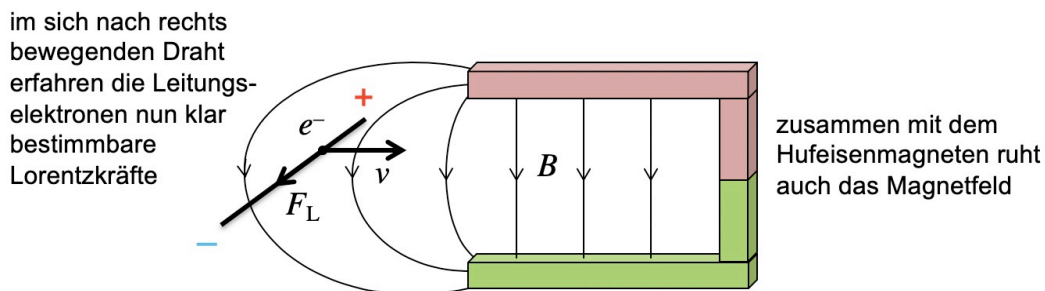


Abbildung 11.6: Im System des Hufeisenmagneten: Der Draht bewegt sich von links auf den Hufeisenmagneten zu. D.h., der Draht bewegt sich im Magnetfeld des Hufeisenmagneten nach rechts und wir können die Lorentzkraft auf ein im Draht enthaltenes Leitungselektron betrachten. Damit lässt sich die Polung des Drahtes erklären.

Vielleicht bist du nun etwas verwirrt. . . Wie kann es sein, dass in einem Bezugssystem eine Lorentzkraft auftritt, in einem andern aber nicht? Die Antwort darauf lautet, dass es im Ruhesystem des Drahtes eben nicht die Lorentzkraft ist, die die Elektronen zum vorderen Drahtende drückt, sondern eine elektrische Kraft, deren Ursprung durch eine andere Regel erklärt werden muss.⁵ Das ist ganz typisch für die Elektrodynamik: Beim Wechsel des Bezugssystems gehen verschiedene Gesetze ineinander über. Insgesamt bleibt das theoretische Gebäude aber dasselbe und alle Effekte können damit in allen Inertialsystemen erklärt werden!

Im Moment wollen wir auf jeden Fall festhalten, dass wir bereits mit der Lorentzkraft auf Leitungselektronen eine Vielzahl von Situationen erklären können, in denen Induktion auftritt. Manchmal müssen wir dafür allerdings das Bezugssystem wechseln. In Situationen, wo die Lorentzkraft gänzlich versagt, kann bis jetzt nur die Lenz'sche Regel weiterhelfen.

⁴Ein Inertialsystem erkennt man daran, dass dort das **Trägheitsprinzip** aus der Newton'schen Mechanik gilt: ein kräftefreier Körper bewegt sich gleichförmig und geradlinig. Zwei Inertialsysteme bewegen sich relativ zueinander gleichförmig, geradlinig und rotationsfrei.

⁵In Kapitel 13 werden wir mit dem **Faraday'schen Gesetz** eine weitere solche Regel kennenlernen.

Kapitel 12

Das elektrische Feld – ein fundamentaler Nachtrag

In diesem Kapitel soll eine lange fällige Ergänzung unserer Theorie erfolgen, die vorher nicht unbedingt, für die weiteren Betrachtungen nun aber zwingend notwendig ist. Es geht um die Einführung des **elektrischen Feldes (= E -Feld)**.

Da Sie das Feldkonzept bereits beim magnetischen Feld kennengelernt haben, dürfte Ihnen die Einführung des elektrischen Feldes leichter von der Hand gehen. Hier zunächst ein paar grundlegende Gedanken der letzten Kapitel und die daraus hervorgehende Idee für das Konzept eines elektrischen Feldes:

Repetition 1: Die elektrische Kraftwirkung zwischen zwei elektrischen Ladungen bezeichnet man als **Coulombkraft** F_{el} . Sie ist eine **Fernwirkungskraft**. Die Ladungen brauchen sich nicht zu "berühren", sondern die Kraft wirkt über die Distanz hinweg (vgl. Kap. 1).

Repetition 2: Auch bei den **magnetischen Kraftwirkungen** F_{magn} zwischen zwei Magneten handelt sich um **Fernwirkungskräfte**. Die Magnetpole brauchen sich nicht zu berühren, um sich gegenseitig zu beeinflussen (vgl. Kap. 6).

Diese magnetischen Kräfte zwischen Magneten wurden in Kapitel 7 neu unter Verwendung des **Magnetfeldes (B -Feld)** erklärt: **Dabei übernimmt der Raum die Rolle des Kraftübermittlers!** Ein erster Magnet erzeugt um sich ein Magnetfeld, d.h., er beeinflusst die magnetischen Eigenschaften des ihn umgebenden Raumes. In der Folge erfährt ein zweiter Magnet, der sich in diesem Raum befindet, magnetische Kräfte F_{magn} .

Konsequentes Weiterdenken: Grundsätzlich können wir immer dann, wenn irgendwo **Fernwirkungskräfte** auftreten, ein zugehöriges **Feld einführen**, welches für die Kraftübermittlung verantwortlich ist! Der Raum wird so in die Kraftübertragung miteinbezogen.

Bei der Kraftübertragung zwischen elektrischen Ladungen (Coulombkraft) sprechen wir deshalb von einem **elektrischen Feld** (kurz: **E -Feld**). Eine erste Ladung beeinflusst den sie umgebenden Raum, d.h., sie erzeugt um sich ein elektrisches Feld. Und in diesem E -Feld erfährt dann eine zweite Ladung eine elektrische Kraft F_{el} .

Im Weiteren sollen nun relativ knapp die allerwichtigsten Aussagen zu elektrischen Feldern und deren Feldlinienbildern zusammengestellt werden.

Wir verzichten auf eine quantitative Beschreibung des elektrischen Feldes. Diese wird, zusammen mit der Definition einer **elektrischen Feldstärke** E im Anhang F nachgeliefert. Für die weiteren, rein qualitativen Betrachtungen brauchen wir sie aber nicht.

12.1 Das Konzept des elektrischen Feldes

Vorgabe: Eine elektrische Ladung Q befinde sich an einem bestimmten Ort A und erfahre dort – aus welchen Gründen auch immer – eine elektrische Kraft F_{el} .

Instinktiv könnte man, wenn man an die Coulombkraft denkt, nach den anderen Ladungen suchen, welche für die Entstehung dieser Kraft auf die Ladung Q verantwortlich sind.

Alternativ können wir aber auch einfach sagen: Die Ladung Q befindet sich am Ort A offenbar in einem **Raumgebiet** mit der speziellen **Eigenschaft**, elektrische Kräfte auf elektrische Ladungen hervorzurufen. Ein solches Raumgebiet bezeichnen wir als ein **elektrisches Feld**.

Wann sprechen wir von einem elektrischen Feld?

*Erfährt eine elektrische Ladung an einem Ort eine elektrische Kraft, so sagen wir, dass an diesem Ort ein **elektrisches Feld (E-Feld)** vorhanden ist. Der Raum hat dort die Eigenschaft, elektrische Kräfte auf elektrische Ladungen hervorzurufen.*

Natürlich interessieren wir uns auch für die Ursache dieser neuen Eigenschaft des Raumes. Die Frage nach den **Quellen des elektrischen Feldes** ist ebenso wichtig wie die Frage nach seiner Wirkung auf elektrische Ladungen. Wollen wir die Coulombkraft zwischen zwei Ladungen mit diesem Feldkonzept erklären, so müssen wir zwangsläufig schliessen, dass elektrische Ladungen selber elektrische Felder erzeugen.

Welche Quellen für elektrische Felder kennen wir bis anhin?

*Jede elektrische Ladung erzeugt um sich ein elektrisches Feld.
Elektrische Ladungen spüren also das elektrische Feld und sind gleichzeitig Quellen des elektrischen Feldes.*

Wie Sie der Formulierung entnehmen können, sind elektrische Ladungen nicht die einzig möglichen Quellen von E -Feldern. Tatsächlich gibt es noch eine zweite, eben elektromagnetische (!) Variante, wie E -Felder entstehen können. Diese wird im Kapitel 13 behandelt und ist der eigentliche Grund, weshalb wir an dieser Stelle das Konzept des E -Feldes einführen.

Die Erklärung der Coulombkraft mit dem Feldformalismus

Verdeutlichen wir uns nun, wie die Coulombkraft zwischen zwei geladenen Teilchen unter Verwendung des elektrischen Feldes erklärt wird:

1. Die Ladung q_1 des einen Teilchens beeinflusst die elektrischen Eigenschaften des sie umgebenden Raumes. Sie erzeugt um sich ein E -Feld.
2. In diesem elektrischen Feld erfährt das zweite geladene Teilchen (Ladung q_2) je nach Aufenthaltsort eine unterschiedlich starke und unterschiedlich ausgerichtete elektrische Kraft F_{el} .

Entscheidend an dieser Felderklärung der Coulombkraft ist, dass der **Raum als Übermittler der Wechselwirkung** in Erscheinung tritt. Die Präsenz einer elektrischen Ladung verändert die elektrischen Eigenschaften des sie umgebenden Raums!

12.2 Elektrische Feldlinienbilder

Abb. 12.1 zeigt die Richtungen der elektrischen Kräfte F_{el} , welche ein kleines, positiv geladenes Teilchen – eine sogenannte **Probeladung** – an verschiedenen Orten in der Umgebung einer positiven Ladung $+Q$ erfährt. Ganz analog sehen Sie in Abb. 12.2 die Richtungen der elektrischen Kräfte, welche die Probeladung in der Nähe einer negativen Ladung $-Q$ erfährt.

In beiden Abbildungen wird jeweils rechts gezeigt, wie wir diese Kraftpfeile zu einem **Feldlinienbild** zusammenfassen. Es gilt:

Definition der Feldrichtung eines E -Feld

Die Richtung des elektrischen Feldes kann an jedem beliebigen Ort mithilfe einer **Probeladung** (= positiv geladenes Teilchen) ermittelt werden.

Die Feldrichtung ist stets gleich der Richtung der elektrischen Kraft F_{el} , welche die Probeladung an diesem Ort erfährt.

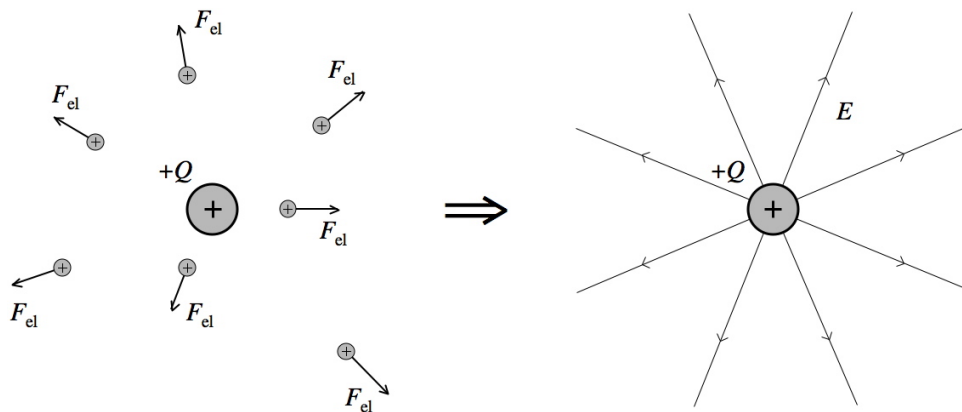


Abbildung 12.1: Elektrische Kräfte F_{el} auf eine Probeladung in der Nähe einer positiven Ladung $+Q$ (links) und daraus gewonnenes Feldlinienbild des E -Feldes (rechts).

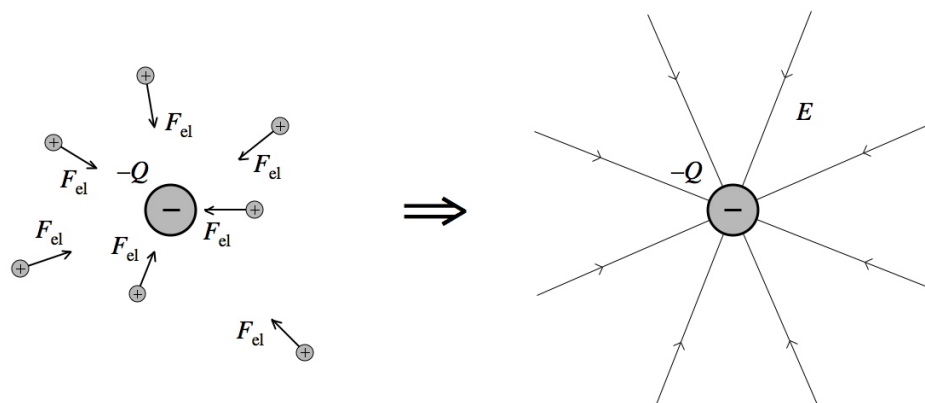


Abbildung 12.2: Elektrische Kräfte F_{el} auf eine Probeladung in der Nähe einer negativen Ladung $-Q$ (links) und daraus gewonnenes Feldlinienbild des E -Feldes (rechts).

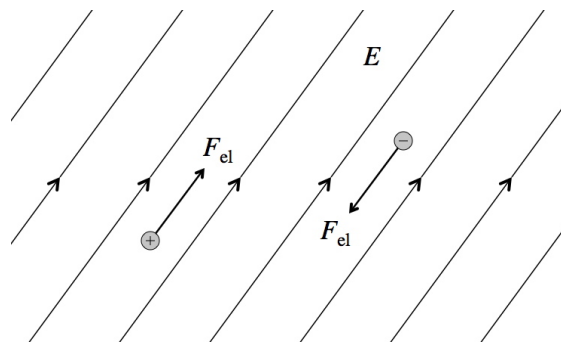
12.3 Die Wirkung eines E -Feldes auf elektrische Ladungen

Eben haben wir gesehen, wie einzelne elektrische Ladungen um sich ein elektrisches Feld erzeugen. Umgekehrt müssen wir nun nochmals ganz deutlich festhalten, wie sich ein E -Feld auf elektrische Ladungen resp. auf geladene Teilchen auswirkt:

Auswirkung eines E -Feldes auf elektrisch geladene Teilchen

Ein elektrisch positiv geladenes Teilchen erfährt in einem elektrischen Feld E eine elektrische Kraft F_{el} in Feldlinienrichtung.

Ein elektrisch negativ geladenes Teilchen erfährt in einem elektrischen Feld E eine elektrische Kraft F_{el} genau entgegengesetzt zur Feldlinienrichtung.



Konsequenz bei elektrischen Leitern: Strom

Befindet sich ein elektrisch leitendes Material in einem elektrischen Feld, so fließt darin ein elektrischer Strom – und zwar wird die Stromrichtung durch die Feldlinienrichtung vorgegeben!

Begründung für obige Konsequenz

Ein elektrisch leitendes Material enthält per Definition **frei bewegliche Ladungsträger**. Diese erfahren im E -Feld elektrische Kräfte, durch die sie eben bewegt werden, weil sie dies innerhalb des Materials ja können.

Positiv geladene Ladungsträger bewegen sich in Feldrichtung, negativ geladene Ladungsträger entgegengesetzt dazu. Der hervorgerufene Strom I fließt also in Feldlinienrichtung!

12.4 Wichtige Anmerkungen zu elektrischen Feldlinienbildern

Die folgenden Anmerkungen und Abbildungen zu Feldlinienbildern elektrischer Felder können Sie 1:1 vergleichen mit denjenigen zu Magnetfeldlinienbildern auf den Seiten 55ff!

- **Die auf eine Probeladung wirkende elektrische Kraft zeigt stets die Richtung des elektrischen Feldes an diesem Ort und damit die Richtung der durch diesen Ort verlaufenden Feldlinie an.**

Zur Erinnerung: Probeladungen sind per Definition positiv geladen!

Zudem ist der Betrag einer Probeladung selber so klein, dass das elektrische Feld, welches man damit austestet, durch sie nicht beeinflusst wird.

Bitte bemerken Sie: Mit Probeladungen testet man elektrische Felder aus, mit Kompassnadeln magnetische Felder!

- Die **Feldliniendichte** gibt auch bei elektrischen Feldern Auskunft über die **Stärke des E -Feldes**. Z.B. wird so ersichtlich, dass das elektrische Feld in der Nähe einer einzelnen Ladung $\pm Q$ stärker ist als in einiger Entfernung davon. Auf diese Weise widerspiegelt sich in den beiden Abb. 12.1 und 12.2 das altbekannte Coulombgesetz: Je grösser die Distanz zwischen zwei Ladungen, umso schwächer ist die gegenseitige Kraftwirkung.

Mehr zur Definition und Bedeutung der **elektrischen Feldstärke E** erfahren Sie im Anhang F. Rechnerisch werden wir nicht mit dieser Feldstärke arbeiten.

- Wird das elektrische Feld durch mehrere Ladungen erzeugt, so entsteht ein kombiniertes Feldlinienbild. Die Richtung der Feldlinien und damit das Aussehen des Feldlinienbildes lässt sich aber immer noch mit einer Probeladung austesten.
- **“Elektrisch leitende Materialien haben die Eigenschaft das elektrische Feld in sich aufzunehmen und zu führen!”**

Damit verstehen wir z.B. das Fließen eines **elektrischen Stromes in einem Metallkabel**: Das leitende Kabel verbindet die beiden Pole einer Spannungsquelle und führt somit das E -Feld vom Plus- zum Minuspol der Quelle. Ein Leitungselektron im Kabel wird durch dieses E -Feld immer wieder beschleunigt, nachdem es beim Stoss gegen einen Atomrumpf abgebremst wurde. Die Beschleunigung erfolgt im Kabel entgegengesetzt zur Feldrichtung, also bei einem Elektron zum positiven Pol der Spannungsquelle hin.

Vergleich mit Magnetfeldern: **“Magnetisierbare Materialien haben die Eigenschaft das magnetische Feld in sich aufzunehmen und zu führen!”**

- Abb. 12.3 zeigt das typische Feldlinienbild von zwei gleich grossen Ladungen mit entgegengesetztem Vorzeichen. Ein solches Feld wird wiederum **Dipolfeld** genannt. Bei einem solchen Feld führen alle Feldlinien vom positiven zum negativen Pol!

Allgemein gilt: Wird ein E -Feld alleine durch elektrische Ladungen hervorgerufen – also nicht auf die in Kapitel 13 vorgestellte elektromagnetische – so besitzen dessen Feldlinien stets einen Anfang bei einer positiven und ein Ende bei einer negativen Ladung.

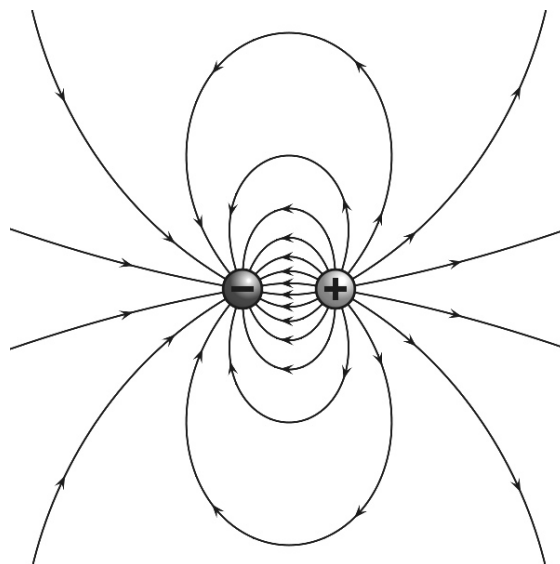


Abbildung 12.3: Das Feldlinienbild eines elektrischen Dipols. Alle Feldlinien gehen von der positiven Ladung aus und enden bei der negativen Ladung.

- Auch die Feldlinienbilder von elektrischen Feldern muss man sich **dreidimensional** vorstellen. Das Dipolfeld in Abb. 12.3 hat also etwas von einem “verpackten Bonbon” und die Feldlinien um die einzelnen Ladungen in den Abb. 12.1 und 12.2 verlaufen strahlenförmig in alle Richtungen weg resp. aus allen Richtungen auf die Ladungen zu.
- Ein E -Feld, welches überall gleich stark ist und in die gleiche Richtung zeigt, bezeichnet man als **homogenes Feld** (\Rightarrow parallele Feldlinien mit konstanter Feldliniendichte).

Ein homogenes elektrisches Feld besteht z.B. zwischen zwei parallel zueinander aufgestellten Metallplatten, die entgegengesetzt gleich stark geladen sind (Ladungen $+Q$ und $-Q$). Eine solche Anordnung bezeichnet man als **Plattenkondensator**. Das zugehörige Feldlinienbild sehen Sie in Abb. 12.4.

Ein Beispiel für die Anwendung eines Plattenkondensators sehen Sie in Abb. 12.5, bei dem eine brennende Kerze in den Zwischenraum eines Plattenkondensators gestellt wird. Daran lässt sich erkennen, dass eine solche Anordnung zur Beschleunigung geladener Teilchen verwendet werden kann. So wurden z.B. die Elektronen bei der Erzeugung des Fadenstrahls in Abschnitt 10.6 beschleunigt.

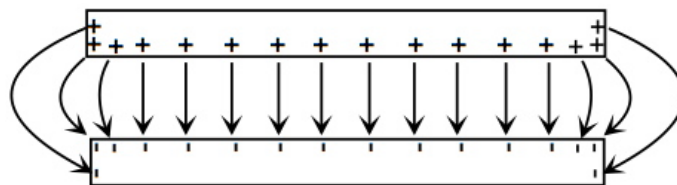


Abbildung 12.4: In einem Plattenkondensator ist ein homogenes elektrisches Feld vorhanden.

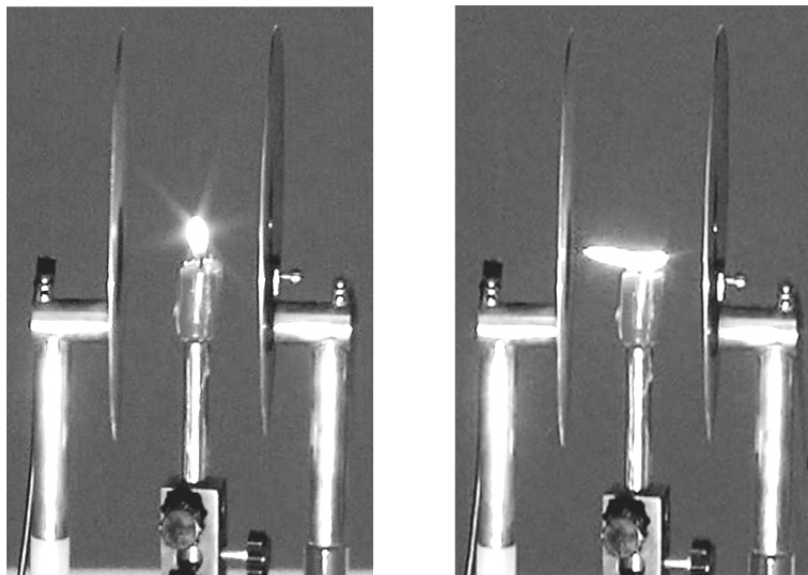


Abbildung 12.5: Wir stellen eine Kerze ins Innere eines Plattenkondensators. Sobald wir die Platten aufladen, wird die Kerzenflamme auseinandergezogen. In der Flamme sind offensichtlich frei bewegliche, geladene Teilchen (Elektronen und positive Ionen) vorhanden, die in Richtung positive bzw. negative Platte hin beschleunigt werden und die Flamme verformen.

Kapitel 13

Das Faraday'sche Gesetz

Im Kapitel 11 haben wir begonnen die **Induktion**, also die elektromagnetische Erzeugung von Spannungen und Strömen zu betrachten. Wie wir gesehen haben, lässt sich das Phänomen in vielen Situationen gut durch die auf Leitungselektronen wirkenden Lorentzkräfte erklären, wenn ein Leiter durch ein Magnetfeld bewegt wird. Wird tatsächlich ein Strom und nicht nur eine Spannung erzeugt, so bremst dieser Induktionsstrom stets die ursprüngliche Bewegung, indem er selber wiederum eine der Bewegung entgegengesetzte Lorentzkraft erfährt. Wir hatten diese negative Rückkopplung als erste Formulierung der **Lenz'schen Regel** festgehalten. Sie garantiert die Einhaltung des Energieerhaltungsprinzip (vgl. Seite 79).

Manchmal musste zur Betrachtung von auf Leitungselektronen wirkenden Lorentzkräfte das Bezugssystem gewechselt werden, weil sich der Leiter im Laborsystem selber gar nicht bewegt und somit in diesem die Voraussetzung für die Existenz der Lorentzkräfte gar nicht gegeben war. Dies liess vermuten, dass wir noch nicht alle Ursachen für die Induktion kennen; denn wenn wir im Laborsystem einen induzierten Strom beobachten können, dann muss es innerhalb dieses Bezugssystems auch eine funktionierende Erklärung dafür geben. Es braucht also eine weitere fundamentale elektromagnetische Gesetzmässigkeit, die wir nach ihrem Entdecker als das **Faraday'sche Gesetz** bezeichnen wollen:

Ein sich veränderndes Magnetfeld ist die Quelle eines elektrischen Feldes und somit eine mögliche Ursache für induzierte Spannungen und Ströme!

Zu dieser Aussage gibt es die sogenannte **Linke-Hand-Regel (LHR)**. Wie alle bisherigen Handregeln wird uns auch diese LHR ein **qualitatives Verständnis** verschiedener Phänomene und technischer Anwendungen liefern.

Auf dieses qualitative Verständnis beschränken wir uns hier. Damit lassen sich viele technische Anwendungen ebenso gut wie bisher oder manchmal eben besser erklären und verstehen, so z.B. der **Transformator**, der **Dynamo** oder der **Induktionsherd**.

13.1 Induktion durch ein sich veränderndes Magnetfeldes – das Faraday'sche Gesetz

Bei der Schlaufe in Abb. 11.3 konnten wir die induzierte Spannung durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen in der bewegten Schlaufenseite erklären.

Nun betrachten wir eine Situation, in der wir nicht mehr mit Lorentzkräften argumentieren können, aber trotzdem Induktion stattfindet.¹ Betrachten Sie Abb. 13.1. Eine Leiterschleife befindet sich fix an einem Ort. Wiederum ist ein Voltmeter in sie eingebaut.

Jetzt wird ein Stabmagnet von unten in Richtung Schlaufe bewegt, und zwar mit seinem Nordpol voraus. Als Folge davon wird am Ort der Schlaufe das Magnetfeld immer stärker. Wir sagen: **“Das Magnetfeld (am Ort der Schlaufe) ist in Aufwärtsrichtung am zunehmen.”** In Abb. 13.1 erkennt man dies daran, dass immer mehr Magnetfeldlinien in Aufwärtsrichtung durch die Schlaufe hindurch gehen.

Wir stellen fest: **Auch in dieser Situation misst man eine induzierte Spannung U_{ind} . Dies allerdings nur solange, wie sich das Magnetfeld am Ort der Schlaufe wirklich am verändern ist!** Nur während der Bewegung des Stabmagneten ist $U_{\text{ind}} \neq 0$! Sobald man mit der Bewegung stoppt, ist auch keine Spannung mehr vorhanden.

Offenbar führt die Veränderung des Magnetfeldes dazu, dass die Leitungselektronen in der Leiterschleife in eine Richtung im Kreis herum geschoben werden. Nur so können beim Voltmeter die für die gemessene Spannung notwendigen elektrischen Pole entstehen!

Sich anfänglich nicht bewegende elektrische Ladungen erfahren aber genau dann Kräfte, wenn sie sich in einem elektrischen Feld befinden. Deshalb müssen wir schliessen: **Ein sich veränderndes Magnetfeld erzeugt um sich ein elektrisches Feld!**

Und genau dies ist der Inhalt des **Faraday'schen Gesetzes**, das wir direkt festhalten wollen.

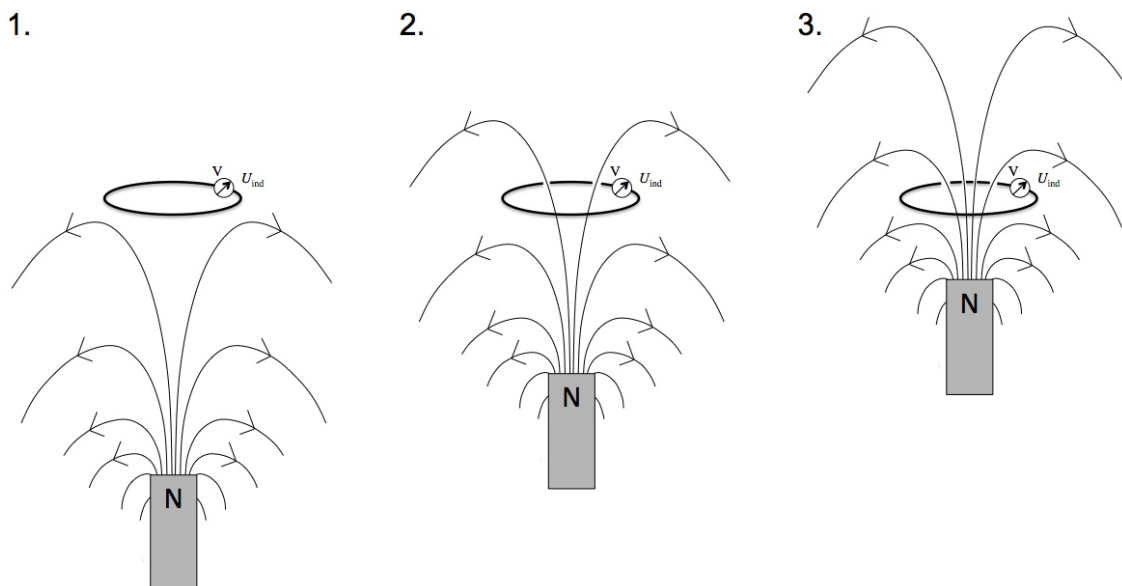


Abbildung 13.1: Induzierte Spannung als Folge der Verstärkung eines Magnetfeldes.

¹Wir könnten zwar einen Wechsel des Bezugssystems vornehmen. Dies soll hier aber verboten sein, denn wir möchten auch innerhalb des Bezugssystems, in dem die Schlaufe ruht, eine Erklärung für die beobachtete Induktion haben.

Das Faraday'sche Gesetz

Ein sich veränderndes Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Feld mit geschlossenen, im Kreis herum führenden Feldlinien.

Die Linke-Hand-Regel (LHR)

*Zeigt der Daumen der linken Hand in die Richtung der **Zunahme** der magnetischen Feldstärke B , so geben die restlichen Finger den Drehsinn des dadurch erzeugten E -Feldes an.*

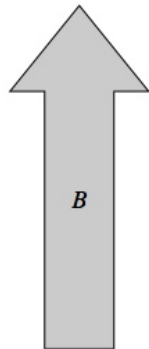
Richtung eines allfälligen Induktionsstromes

Befindet sich ein geschlossener Leiterkreis (Schleufe, Spule) im erzeugten E -Feld, so wird darin ein Strom induziert. Da Elektronen im E -Feld entgegengesetzt zur Feldrichtung beschleunigt werden, der technische Strom aber gerade entgegengesetzt zur Flussrichtung definiert wird, liefert die LHR gerade die (technische) Richtung dieses Induktionsstromes.

Anmerkungen zum Faraday'schen Gesetz

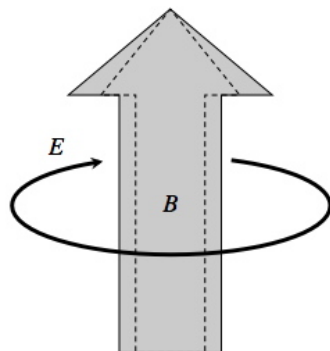
- Die Veranschaulichung der Linken-Hand-Regel und des Faraday'schen Gesetzes finden Sie in der Abb. 13.2 auf der nächsten Seite.
- Dass die LHR auch gerade die Richtung eines eventuellen induzierten Stromes vorgibt, wird klar, wenn wir an die Definition der Richtung des elektrischen Feldes zurückdenken (vgl. Kapitel 12): Das elektrische Feld zeigt stets in die Richtung der elektrischen Kraft, welche eine positive Ladung darin erfährt. Die Leitungselektronen werden also in die Gegenrichtung des erzeugten E -Feldes angeschoben, aber dies entspricht dann genau wieder einem Strom in Richtung dieses E -Feldes. . .
- **Und es ward Licht.** . . Die Konsequenzen des Faraday'schen Gesetzes sind weitreichend. Die Entstehung eines E -Feldes funktioniert damit ohne das Vorhandensein elektrischer Ladungen: Das E -Feld wird durch die Veränderung eines B -Feldes erzeugt! Auf diese Weise erlangt der Feldbegriff eine eigenständige Bedeutung: E - und B -Feldern muss ab sofort eine ähnlich "reale" Bedeutung zugeordnet werden wie elektrischen Ladungen – sie sind für uns neuerdings "etwas mehr" als nur Denkkonzepte!
Übrigens gibt es auch den umgekehrten Zusammenhang: Ein sich veränderndes E -Feld erzeugt um sich ein B -Feld. Dieser durch **James Clerk Maxwell** (vgl. Abb. 6.1 auf Seite 47) theoretisch geforderte und später experimentell nachgewiesene Zusammenhang macht es möglich, dass sich ein variierendes elektrisches und ein variierendes magnetisches Feld gemeinsam im Raum ausbreiten können, ohne dass dafür in diesem Raum elektrische Ladungen – sprich: Materie – vorhanden sein müssen.
Tatsächlich wird durch diese Feld-Ausbreitungen das **elektromagnetische Spektrum** beschrieben, zu welchem auch das **sichtbare Licht** gehört: Die Felder pflanzen sich wellenartig im Raum fort, wobei diese elektromagnetischen Wellen unterschiedliche Frequenzen resp. Wellenlängen aufweisen können. Je nach Frequenz gehört die Welle zu einem bestimmten Bereich des elektromagnetischen Spektrums.
- Wir beschränken unsere Anwendungen des Faraday'schen Gesetzes auf Leiterschleifen oder -spulen. Dabei gibt es einfachere und kompliziertere Situationen. In den nächsten Abschnitten sollen zwei typische Beispiele gezeigt und ausführlich diskutiert werden.

(a) Konstantes Magnetfeld:



⇒ Bei statischem B -Feld wird **kein** E -Feld erzeugt

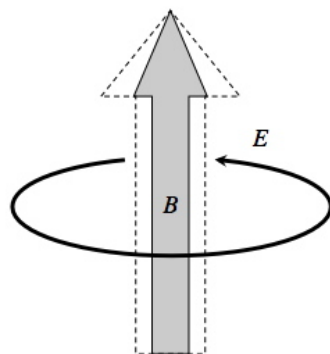
(b) Stärker werdendes Magnetfeld:



⇒ Es wird ein entsprechend der Linken-Hand-Regel um das Magnetfeld **rotierendes** E -Feld erzeugt.

Daumen = Richtung der Zunahme des B -Feldes

(c) Schwächer werdendes Magnetfeld:



⇒ Das B -Feld gewinnt in Abwärtsrichtung an Stärke. Es wird ein entsprechend der Linken-Hand-Regel um das Magnetfeld **rotierendes** E -Feld erzeugt

Abbildung 13.2: Das Faraday'sche Gesetz zur elektromagnetischen Induktion.

(a) Bleibt das Magnetfeld immer gleich (Richtung und Flussdichte unveränderlich), so passiert weiter nichts.

(b) Wird das Magnetfeld an einem Ort stärker, so entsteht rund um diesen Ort ein um das Magnetfeld rotierendes elektrisches Feld. Die Feldrichtung erhält man durch die LHR: Zeigt der Daumen der linken Hand in die Richtung der Zunahme des Magnetfeldes, so geben die restlichen Finger den Drehsinn des elektrischen Feldes an.

(c) Wird das Magnetfeld an einem Ort schwächer, so entsteht ebenfalls ein rotierendes elektrisches Feld. Alternativ kann man sagen, dass das Feld in die Gegenrichtung stärker wird, und aus dieser Überlegung folgt wiederum mit der LHR der Drehsinn des elektrischen Feldes.

13.2 Beispiel 1: Der hängende Aluminiumring

Wir starten die Betrachtung mit einer einfachen Beobachtung (vgl. Abb. 13.3): Ein Ring aus Aluminium ist an zwei Fäden aufgehängt. Bewege ich einen Stabmagneten mit einem seiner Pole voran auf den Ring zu, so beobachte ich während dieser Bewegung eine Abstossung des Rings vom Magneten!

Erste Anmerkungen

- Wir erinnern uns: Aluminium zählt zu den nicht-magnetisierbaren Materialien. Dass sich nun trotzdem eine Wechselwirkung zwischen dem Ring und dem Magneten beobachten lässt, kann nur durch einen induzierten Strom im Ring erklärt werden, der selber wieder mit dem Feld des Stabmagneten interagiert. Diese These wird dadurch untermauert, dass ein Aluminiumring mit einem Unterbruch, der ansonsten aber baugleich zum ersten Ring ist, diesen Abstossungseffekt nicht zeigt – im unterbrochenen Ring kann eben kein Induktionsstrom fließen.
- Des Weiteren stellen wir fest, dass es keine Rolle spielt, mit welchem seiner Pole der Stabmagnet auf den Ring zubewegt wird. Bei dieser Annäherung entsteht immer einer Abstossung.

Gehen wir bei der weiteren Betrachtung davon aus, dass wir den Stabmagneten dem Ring von rechts annähern, und zwar mit seinem Nordpol voran, so wie es in Abb. 13.3 gezeigt wird.

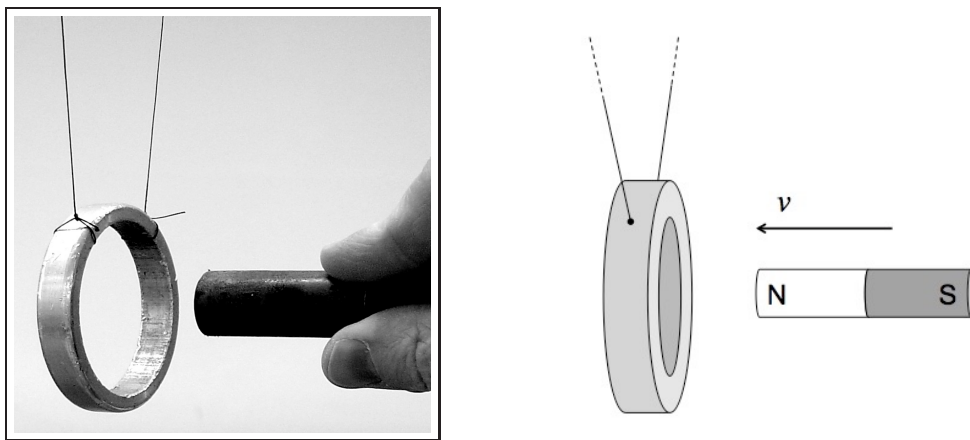


Abbildung 13.3: Der Stabmagnet wird mit seinem Nordpol voran von rechts auf den Ring aus Aluminium zu bewegt.

Jetzt wollen wir überlegen, wie der Induktionsstrom im Ring fließt und weshalb daraus eine Abstossung zwischen Ring und Stabmagnet resultiert:

- Bei der Annäherung wird das Magnetfeld durch den Ring in Linksrichtung stärker. Das wird klar, wenn wir uns das Dipolfeld des Stabmagneten ansehen. Seine Feldlinien gehen nach links durch den Ring und bei der Annäherung wird die Feldliniendichte am Ort des Rings immer grösser (vgl. Abb. 13.4). Wir halten fest:

Am Ort des Rings ist das B -Feld nach links am zunehmen.

anfangs verlaufen nur wenige Feldlinien nach links durch den Ring

nachher sind es deutlich mehr, also ist das Magnetfeld beim Ring nach links stärker geworden

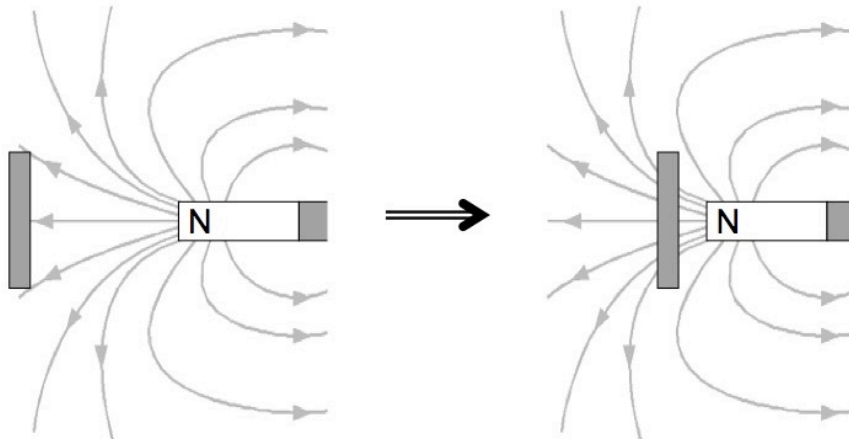


Abbildung 13.4: Am Ort des Aluminiumrings ist das Magnetfeld nach links am stärker werden.

- ii. Unter Anwendung der **Linken-Hand-Regel** (LHR) bringen wir das **Faraday'sche Gesetz** ins Spiel. Zeigt der Daumen der linken Hand nach links, so zeigen uns die gekrümmt gehaltenen restlichen Finger der Hand an, in was für einem elektrischen Feld sich der Ring in diesem Moment gerade befindet. Vom Magneten aus gesehen verlaufen die elektrischen Feldlinien im Gegenuhrzeigersinn. Und genau dies ist auch die Richtung des Induktionsstromes I_{ind} , der sich im Ring ergibt, denn die Feldrichtung gibt die Richtung des technischen Stromes vor, der durch dieses angetrieben wird (vgl. Abb. 13.5):

I_{ind} fließt vom Magneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

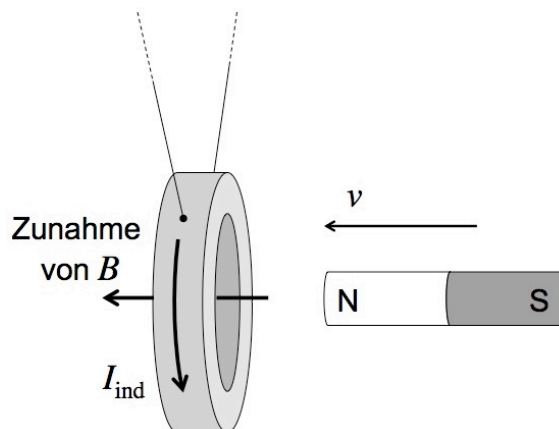


Abbildung 13.5: Durch das stärker werdende B -Feld wird im Ring ein Induktionsstrom hervorgerufen. Dieser fließt gemäss der LHR (Faraday'sches Gesetz) vom Stabmagneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

- iii. I_{ind} erzeugt selber wieder ein Magnetfeld und macht so den Aluminiumring zwischenzeitlich zu einem Magneten. Wie das Magnetfeld des Rings aussieht verrät uns die **Rechte-Hand-Regel** (RHR), also die **Oersted'sche Regel**. Lassen wir den Daumen der rechten Hand dem Induktionsstrom I_{ind} folgen, so sehen wir, dass das erzeugte B -Feld im Innern des Rings nach rechts zeigt. Die Feldlinien gehen also von links nach rechts durch den Ring hindurch, sodass dieser links einen Süd- und rechts einen Nordpol aufweist. Und so verstehen wir nun die Abstossung zwischen Ring und Stabmagnet – es ist die Abstossung zweier Nordpole (vgl. Abb. 13.6).

Aufgrund seiner Magnetpolung stösst sich der Ring vom Stabmagneten ab.

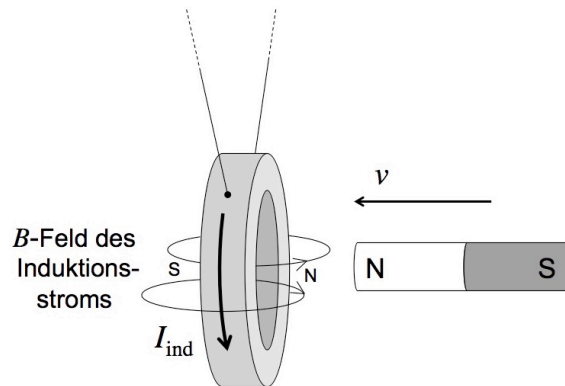


Abbildung 13.6: Der Induktionsstrom im Ring ist selber Quelle eines dipolartigen B -Feldes, dessen Richtung mit der RHR (Oersted'sche Regel) bestimmt werden kann. Der Ring ist damit ein Magnet mit einem Nordpol rechts, der sich vom Nordpol des Stabmagneten abstösst.

Den Schritt iii. in der Argumentationskette oben kann man auch mit Lorentzkraften erklären, die der induzierte Strom im B -Feld des Stabmagneten erfährt (vgl. Abb. 13.7). Betrachten wir z.B. die Unterseite des Rings. Dort fliesst I_{ind} von uns aus gesehen nach hinten in einem Magnetfeld, das schräg nach links unten zeigt. Gemäss der 3FR mit der rechten Hand entsteht eine Lorentzkraft nach schräg links oben. An der Oberseite des Rings entsteht gleichzeitig eine Lorentzkraft nach schräg links unten. Beide Lorentzkraften zusammen ergeben netto eine Kraft nach links und begründen damit die beobachtete Abstossung vom Stabmagneten.

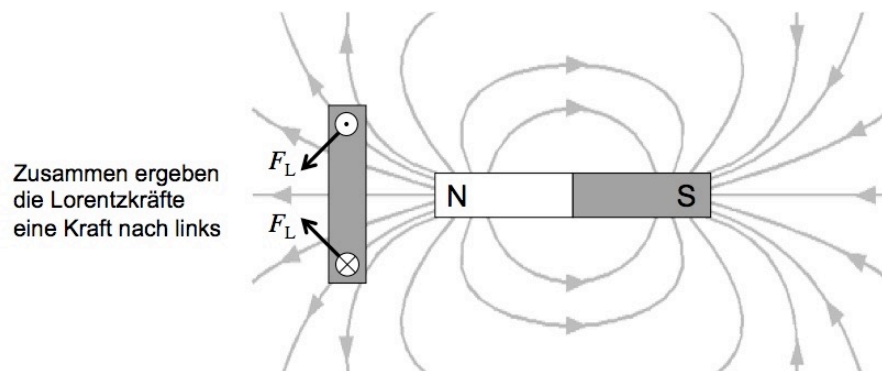


Abbildung 13.7: Die Abstossung des Rings erklärt durch Lorentzkraften, die der Induktionsstrom im B -Feld des Stabmagneten erfährt.

13.3 Die Lenz'sche Regel beim Faraday'schen Gesetz

Gemäss dem Energieerhaltungsprinzip muss der Ursache eines Induktionsstromes Energie entzogen werden. Betrachten wir dazu nochmals den Aluminiumring aus dem letzten Abschnitt.

Bestimmung der Richtung des Induktionsstromes mit dem Energieerhaltungsprinzip

- i. Die für den Induktionsstrom im Ring notwendige Energie muss der Bewegung des Stabmagneten entzogen werden. Anders formuliert: Der Induktionsstrom im Ring muss so wirken, dass er seiner Ursache, also der Bewegung des Stabmagneten entgegen wirkt.

Der Stabmagnet muss durch eine Abstossung vom Ring gebremst werden.

- ii. Damit eine Abstossung zum Aluminiumring besteht, muss dieser auf der dem Stabmagneten zugewandten Seite einen Nordpol besitzen. Daraus folgern wir:

Das durch I_{ind} erzeugte Magnetfeld zeigt im Innern des Rings nach rechts.

- iii. Unter Rückwärtsanwendung der Oersted'schen Regel (RHR) schliessen wir auf die Stromrichtung von I_{ind} . Damit das B -Feld des Induktionsstromes im Innern des Rings nach rechts zeigt, muss dieser von Stabmagneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn fliessen.

I_{ind} fliesst vom Magneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

Wir gelangen zur selben Schlussfolgerung wie schon zuvor. Die Theorie ist konsistent.

Das Energieerhaltungsprinzip wird durch die Lenz'sche Regel abgebildet. Diese muss folglich auch für Situationen formulierbar sein, in denen wir die Richtung des Induktionsstromes mit dem Faraday'schen Gesetz erklären können. Und damit landen wir bei der ursprünglich von Lenz im Jahre 1833 formulierten Regel – eine Formulierung, die wohlgermerkt aus einer Zeit stammt, in der das Energieerhaltungsprinzip noch nicht bekannt war:

Die Lenz'sche Regel (ursprüngliche Version)

„Induzierte Ströme fliessen stets so, dass das durch sie hervorgerufene Magnetfeld ihrer Ursache entgegenwirkt.“

Bei der Veränderung des Magnetfeldes durch eine Schlaufe folgt daraus:

„Der in der Schlaufe induzierte Strom erzeugt selber ein Magnetfeld, das die Veränderung des ursprünglichen Magnetfeldes zu kompensieren versucht.“

Das können wir gleich nochmals auf die Situation des hängenden Aluminiumrings anwenden:

Bestimmung der Richtung des Induktionsstromes mit der Lenz'schen Regel

- i. Durch die Annäherung des Stabmagneten an den Ring verstärkt sich am Ort des Rings das Magnetfeld nach links.

Am Ort des Rings ist das B -Feld nach links am zunehmen.

- ii. Gemäss der Lenz'schen Regel muss der Induktionsstrom ein Magnetfeld nach rechts erzeugen und so versuchen, der Verstärkung des Magnetfeldes nach links entgegenzuwirken.

Das durch I_{ind} erzeugte Magnetfeld zeigt im Innern des Rings nach rechts.

- iii. Hier folgt die gleiche Überlegung mit der RHR wie schon bei iii. weiter oben.

I_{ind} fliesst vom Magneten aus gesehen im Gegenuhrzeigersinn.

13.4 Beispiel 2: Ein klassischer Dynamo

Viele Generatoren sind so gebaut, dass der **Rotor**, also der mit der Drehachse mitrotierende Teil, ein Magnet ist und der **Stator**, also der ruhende Teil, aus rund um den Rotor platzierten Spulen besteht. Der wohl bekannteste so aufgebaute Generator ist der ganz normale **Fahrraddynamo**.

Mit dem Faraday'schen Gesetz lässt sich gut erklären, wie ein solcher Generator resp. Dynamo funktioniert. Abb. 13.8 zeigt links eine perspektivische Ansicht. Betrachten wir den Dynamo aus Richtung der Drehachse, d.h. im linken Bild von links her, so ergibt sich die für die weiteren Überlegungen sehr praktische Ansicht rechts. Der zweipolige Rotormagnet dreht von uns aus gesehen im Uhrzeigersinn. Damit dreht sich auch sein dipolartiges Magnetfeld. Offensichtlich verändert sich so bei jeder der drei Flachspulen A, B und C ständig das Magnetfeld.

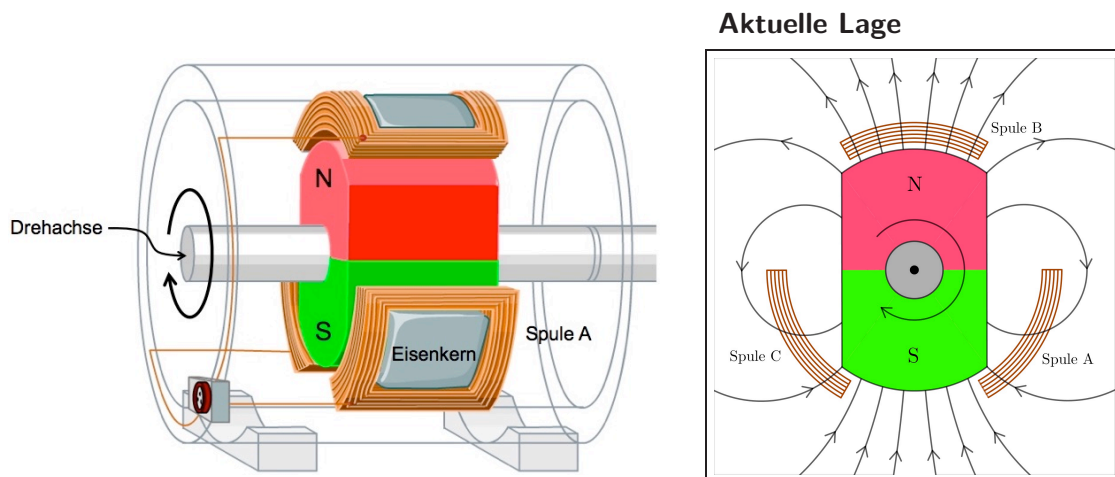


Abbildung 13.8: Ein Dynamo-Prototyp (Generator) mit drehendem Magneten (Rotor) und daran anliegenden, nicht bewegten Flachspulen (Stator) – so oder ähnlich z.B. verwirklicht bei den meisten Fahrrad-Dynamos. Die Grafik rechts zeigt den Dynamo aus der Sicht der Drehachse (im Bild links also von links her gesehen). Dabei wird gut sichtbar, wie das Magnetfeld zum gerade die Flachspulen durchläuft. (Eigentlich würden die Eisenkerne der drei Flachspulen das Feld noch so beeinflussen, sodass die Feldlinien in grösserer Zahl durch die Flachspulen hindurch verlaufen. Diesen Effekt wollen wir hier allerdings der Einfachheit halber ausblenden.)

Der “Feldlinien-Zählen-Trick” bei der Anwendung des Faraday'schen Gesetzes

In der Aufgabe 3 von Serie 11 haben wir die Funktionsweise desselben Dynamos bereits mit Lorentzkräften erläutert. Das war eher mühsam, denn wir mussten dafür das Bezugssystem wechseln, sodass der Magnet still steht und sich die Flachspulen daran vorbei bewegen. Dann mussten die Leitungselektronen in verschiedene Spulenseiten betrachtet werden. Das Resultat war zwar schlüssig, aber eben eher umständlich zu ermitteln.²

Mit dem Faraday'schen Gesetz wird die Sache einfacher. Wir zählen jeweils die durch die Spule hindurch verlaufenden Feldlinien und können uns rasch darüber klar werden, wie sich diese Anzahl gerade verändert resp. in welche Richtung die Anzahl Feldlinien gerade am zunehmen ist. Diese Durchquerungsrichtung der Spule steht für den Daumen in der LHR (Faraday'sches Gesetz) und führt uns sofort zur Richtung des Induktionsstroms in der jeweiligen Spule.

²In Aufgabe 3 von Serie 11 wurde nur die Spule A betrachtet. **Resultat:** In der linken Perspektive von Abb. 13.8 floss der technische Strom von uns aus gesehen **im Uhrzeigersinn**. Das muss (und wird!) sich auch bei der Betrachtung mit dem Faraday'schen Gesetz so ergeben!

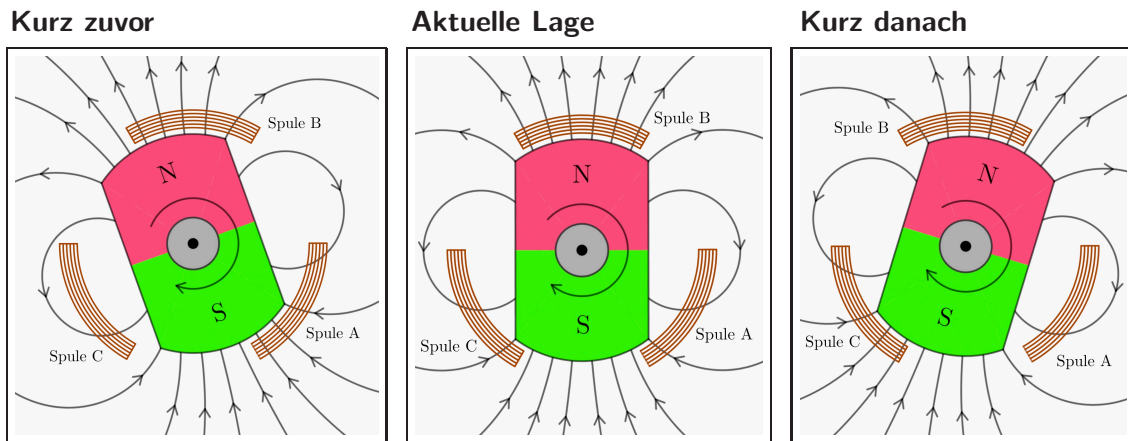


Abbildung 13.9: Das Faraday'sche Gesetz beim Dynamo: Die Anzahl der Feldlinien durch die Flachspulen ist sich ständig am verändern, woraus man gut ablesen kann, in welche Durchflussrichtung das Magnetfeld bei jeder Flachspule am stärker werden ist.

In Abb. 13.9 sehen wir in der Mitte die aktuelle Lage des Rotors, links daneben einen Moment kurz vorher und rechts daneben einen kleinen Moment später. Diese Mini-Bilderserie, die man sich auch einigermaßen gut vorstellen kann, reicht aus, um für alle drei Flachspulen anzugeben, wie es mit dem Induktionsstrom in der aktuellen Lage aussieht:

Spule A: Das B -Feld zeigt gegen innen (= in Richtung Drehachse), ist aber gerade am schwächer werden, denn wir sehen, dass von Bild zu Bild immer weniger Feldlinien durch die Spule hindurch verlaufen. Anders gesagt: Bei Spule A ist das B -Feld nach aussen am zunehmen. Mit der LHR (Daumen nach aussen) folgt sofort, dass der Induktionsstrom links in Abb. 13.8 von uns aus gesehen im Uhrzeigersinn fließt.

Spule B: In der aktuellen Lage gehen maximal viele gegen aussen führende Feldlinien durch die Spule hindurch. Kurz vorher waren es etwas weniger, kurz nachher sind es auch wieder etwas weniger. D.h., beim Wechsel vom Bild kurz zuvor zur aktuellen Lage ist eine geringe Feldverstärkung nach aussen festzustellen, während von der aktuellen Lage zum Bild kurz danach eine geringe Feldverstärkung nach innen passiert. Insgesamt können wir also nicht von einer deutlichen Feldverstärkung in eine bestimmte Richtung sprechen. Folglich findet genau in diesem Moment eben keine Induktion statt – die Lorentzkräfte heben sich aus Symmetriegründen gegenseitig auf. Es ist $I_{\text{ind}} = 0$.

Spule C: Das B -Feld ist nach innen am Zunehmen. Von aussen gesehen wird sich in der Spule ein Induktionsstrom im Gegenuhrzeigersinn ergeben.

Merken wir uns zum Schluss dieses Kapitel also folgenden Trick:

Der "Feldlinien-Zählen-Trick"

Bei Schlaufen (oder Spulen) kann die LHR resp. das Faraday'sche Gesetz angewendet werden, indem man anschaut, wie sich die Anzahl der durch die Schlaufe verlaufenden Feldlinien verändert → **Feldlinien zählen**.

Der Daumen zeigt senkrecht weg von der Schlaufenfläche und zwar auf die Seite, in welche die Anzahl der Feldlinien am zunehmen ist. (Eine Abnahme der Feldlinien in die eine Richtung wird als Zunahme der Feldlinien in die andere Richtung interpretiert.)

Kapitel 14

Das Induktionsprinzip

In den Kapiteln 11 und 13 haben wir gesehen, wie Spannungen und als Folge davon eben auch Ströme induziert werden. Es braucht stets eine der folgenden beiden Voraussetzungen:

- **Lorentzkräfte auf Leitungselektronen: Ein Leiter wird in einem B -Feld bewegt.**

Der Grund für die Induktionsspannung ist, dass die Leitungselektronen durch ein Magnetfeld bewegt werden. Durch die dabei entstehenden Lorentzkräfte werden sie angeschoben.

- **Faraday'sches Gesetz: Ein Leiter befindet sich in einem B -Feld, das sich am verändern ist und deshalb ein E -Feld erzeugt.**

In diesem Fall ergibt sich die Induktionsspannung, weil die Leitungselektronen im erzeugten E -Feld elektrische Kräfte erfahren.

In beiden Fällen braucht es "Veränderung". In komplett statischen Situationen werden keine Spannungen induziert. Entweder muss sich der Ort des Leiters verändern (= Bewegung) oder eben die Stärke oder die Richtung des Magnetfeldes.

Tatsächlich lassen sich beide Begründungen für das Entstehen einer Induktionsspannung in einer einzigen Gesetzmässigkeit, dem **Induktionsprinzip**, zusammenfassen. Dieses Prinzip lernen Sie in diesem Kapitel kennen. Es besagt Folgendes:

Induktionsprinzip: Bei einer durch ein Voltmeter unterbrochenen Leiterschleife wird genau dann eine Induktionsspannung gemessen, wenn sich der magnetische Fluss Φ durch die Schleife am verändern ist.

Anders formuliert heisst das: Solange sich im Feldlinienbild des B -Feldes die Anzahl Feldlinien durch die Schleife am verändern ist, wird eine Induktionsspannung gemessen.

Dieses Prinzip lässt sich mathematisch kompakt im sogenannten **Induktionsgesetz** formulieren und bildet so die Grundlage der quantitativen Behandlung der Induktion:

$$\text{Induktionsgesetz: } U_{\text{ind}} = -N \cdot \Phi'$$

Dabei ist N die **Windungszahl der Spule** (= N -fache Schleife), über welcher die Spannung induziert wird, und Φ ist der bereits erwähnte **magnetische Fluss** durch die Spule, also ganz anschaulich ein Mass für die Anzahl Feldlinien, welche in einem bestimmten Moment durch die Spule hindurch verlaufen.

Dass im Induktionsgesetz nicht Φ selber, sondern die Ableitung Φ' nach der Zeit t auftaucht, widerspiegelt nun mathematisch, dass nur genau dann eine Induktionsspannung besteht, wenn sich der magnetische Fluss am verändern ist: Φ' muss dafür verschieden von Null sein! (Das Minuszeichen ist eine rein formale Festlegung und für unsere Betrachtungen nicht wichtig.)

14.1 Der magnetische Fluss Φ

In diesem Abschnitt wird mit dem **magnetischen Fluss** Φ eine neue physikalische Grösse eingeführt. Was soll diese neue Grösse genau beschreiben?¹

Konkret geht es darum ein Mass dafür zu finden, wie viele Feldlinien eines Magnetfeldes B zu einem bestimmten Zeitpunkt t durch eine Leiterschleife oder Spule hindurch verlaufen.

Dies mag im Moment etwas verwirrend klingen: Warum sollte es einen kümmern, wie viele Feldlinien eine Leiterschleife passieren? Die Antwort auf diese Frage wird erst im folgenden Abschnitt 14.2 gegeben. Bis dahin müssen Sie sich also gedulden und einfach versuchen die Definition dieser neuen physikalischen Grösse Φ so gut wie möglich zu verstehen.

Analog zum Wasserfluss durch eine Drahtschleife (vgl. Anhang G) definieren wir:

Definition des magnetischen Flusses durch eine Schleife

Befindet sich eine ebene Schleife der Fläche A in einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B , so ist der magnetische Fluss Φ gegeben durch:

$$\Phi := B \cdot A \cdot \cos \varphi \quad (14.1)$$

Dabei ist φ der Winkel zwischen dem Normalenvektor \vec{n} der Fläche und der Richtung des magnetischen Feldes.

Am besten verinnerlichen Sie die folgende Aussage, um ein anschauliches Bild vom magnetischen Fluss zu bekommen:

Zum Verständnis des magnetischen Flusses

Der magnetische Fluss Φ ist im Feldlinienbild ein Mass für die Anzahl Linien, welche in Richtung des Normalenvektors \vec{n} durch eine Schleife verlaufen.

Ganz analog zu den Überlegungen aus Anhang G können wir nun beim magnetischen Fluss folgern, wie sich dieser verändern lässt (vgl. Abb. 14.1):

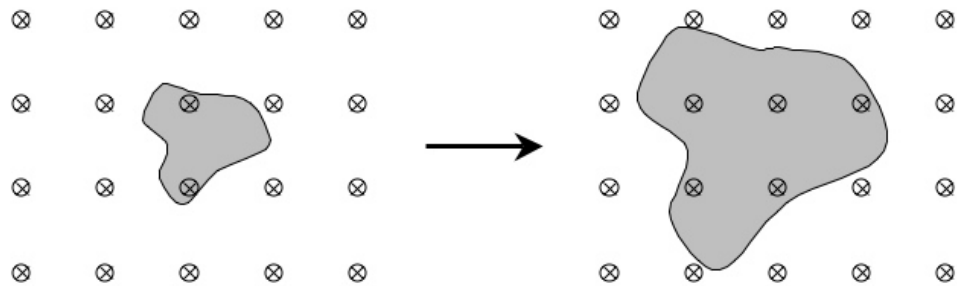
- Der magnetische Fluss Φ wird grösser, wenn man die Fläche A vergrössert, denn durch eine grössere Fläche verlaufen mehr Feldlinien.
- Der magnetische Fluss Φ wächst mit der magnetischen Flussdichte B des Feldes an, denn B ist ja genau ein Mass für die Feldliniendichte.²
- Der magnetische Fluss Φ ist umso grösser, je "senkrechter" die Schleife zum Magnetfeld steht. Er ist genau dann maximal, wenn der Normalenvektor \vec{n} der Schleifenfläche und die Richtung des Magnetfeldes parallel zueinander verlaufen. Der Zwischenwinkel beträgt dann $\varphi = 0^\circ$, und der Cosinus nimmt den Wert 1 an. Dreht man die Fläche um 90° , so werden gar keine Feldlinien mehr durch die Schleife verlaufen. φ beträgt nun 90° und der Cosinus davon ist 0. Somit verschwindet auch der magnetische Fluss.

Die SI-Grundeinheit des magnetischen Flusses Φ wäre das **Weber** $\text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2$. Damit werden wir aber nicht arbeiten, denn in der Regel interessieren uns die Werte magnetischer Flüsse nicht.

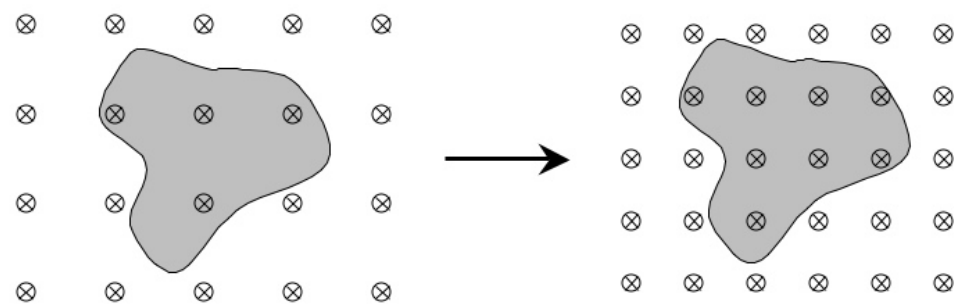
¹Man spricht zwar vom magnetischen "Fluss", sieht dabei aber nicht wirklich etwas fließen!

²In unserer Wasser-Analogie aus Anhang G entspricht also die Fliessgeschwindigkeit des Wassers der Stärke des magnetischen Feldes ($v \rightarrow B$).

(a) Flächenvergrößerung kann Φ vergrößern:



(b) Verstärkung des Magnetfeldes kann Φ vergrößern:



(c) Änderung der relativen Lage von Schlaufe und Magnetfeld kann Φ vergrößern:

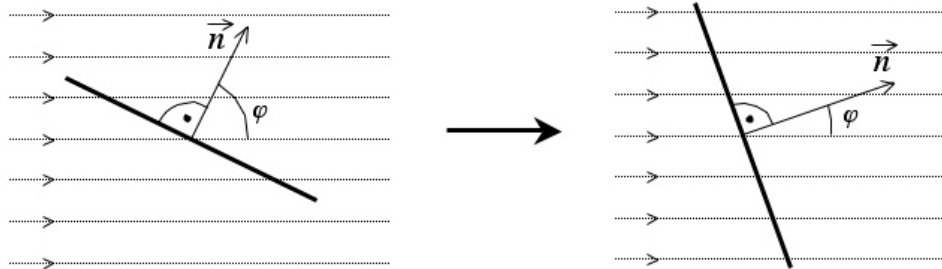


Abbildung 14.1: Wie kann der magnetische Fluss durch eine Schlaufe verstärkt werden?

(a) Normalenvektor der Fläche und Magnetfeld zeigen beide ins Blatt hinein. Bei Vergrößerung der Schlaufenfläche A verlaufen mehr Feldlinien durch diese hindurch. \Rightarrow Der magnetische Fluss Φ wird grösser.

(b) Die Verstärkung des Magnetfeldes B erhöht die Feldliniendichte. Immer mehr Feldlinien verlaufen durch die Schlaufe. \Rightarrow Der magnetische Fluss Φ wird grösser.

(c) Durch die Drehung verlaufen immer mehr Feldlinien durch die Schlaufe. \Rightarrow Der magnetische Fluss Φ wird grösser.

Am grössten wird Φ , wenn der Winkel zwischen der Richtung des Magnetfeldes und dem Normalenvektor \vec{n} einen Wert von $\varphi = 0^\circ$ annimmt. Bei $\varphi = 90^\circ$ gehen keine Feldlinien durch die Schlaufe und der magnetische Fluss verschwindet.

14.2 Induktionsprinzip und Induktionsgesetz

Michael Faraday (vgl. Abb. 7.1 auf Seite 52) untersuchte die elektromagnetische Induktion sehr genau. Sein Konzept der Kraftlinien (Feldlinien) erlaubte ein theoretisches Verständnis der beobachteten Vorgänge. Daraus folgte er das unten beschriebene **Induktionsprinzip**, welches die Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen und die Induktion durch sich verändernde Magnetfelder in sich vereinigt.

Faraday war ein Meister des Experimentierens und des konzeptionellen Denkens. Allerdings war er nicht in der Lage, seine Erkenntnisse in Mathematik zu übersetzen, da er dieser Sprache nur in geringem Masse mächtig war. Dies übernahmen andere für ihn und notierten daraus die als **Induktionsgesetz** bekannte Gleichung (14.2):

Induktionsprinzip und Induktionsgesetz

Über einer Leiterspule mit N Windungen (= N aneinander gehängte Schlaufen) besteht genau dann eine induzierte Spannung U_{ind} , solange sich der magnetische Fluss Φ durch die Spulenfläche verändert. Der Wert der induzierten Spannung ist gegeben durch:

$$U_{\text{ind}} = -N \cdot \Phi' \quad (14.2)$$

Dabei ist Φ' die Ableitung des magnetischen Flusses nach der Zeit, also die zeitliche Veränderung des Flusses.

Anmerkungen zum Induktionsgesetz

- Über einer vorgegebenen Spule (N fix) besteht genau solange eine induzierte Spannung, wie die Anzahl Feldlinien durch diese Spule verändert wird. Ändert sich der magnetische Fluss nicht, ist also $\Phi = \text{konst.}$, so verschwindet seine Ableitung nach der Zeit ($\Phi' = 0$) und es wird keine Spannung induziert ($U_{\text{ind}} = 0$).
- Das Minuszeichen im Induktionsgesetz ist eine theoretische Konvention.³ Es spielt für unsere qualitativen Betrachtungen im Moment keine Rolle, weshalb ich an dieser Stelle nicht weiter darauf eingehe. Man darf es also auch weglassen.
- Abb. 14.1 auf Seite 100 zeigt, wie der magnetische Fluss durch eine Schlaufe oder Spule verändert werden kann. Daraus folgt:

Wann wird über einer Schlaufe eine Spannung induziert?

Eine induzierte Spannung besteht genau dann, wenn sich der magnetische Fluss Φ durch die Schlaufe verändert ($\Rightarrow \Phi' \neq 0$), also wenn sich ...

... die Schlaufenfläche A verändert,

... die Flussdichte B des Magnetfeldes verändert oder

... die relative Lage von Magnetfeld und Schlaufe, d.h. der Winkel φ zwischen dem Normalenvektor \vec{n} der Spule und der Feldrichtung, verändert.

³Konvention = Festlegung durch Übereinkunft. Es ist aus bestimmten theoretischen Gründen sinnvoll, das Induktionsgesetz mit einem Minuszeichen zu notieren.

14.3 Alte Regeln neu verpackt. . .

Das Induktionsprinzip vereinigt in sich alle Situationen, in denen elektromagnetische Induktion bei Schlaufen resp. Spulen beobachtet wird:

Fall 1 – Lorentzkräfte auf Leitungselektronen: Wird ein metallener Leiter durch ein B -Feld bewegt, so erfahren die darin enthaltenen Leitungselektronen Lorentzkräfte, die als Ursache einer Induktionsspannung angesehen werden können.

Mit solchen Lorentzkräften auf Leitungselektronen erklärt man die Induktionsspannung bei den Situationen (a) und (c) in Abb. 14.1 auf Seite 100 (Schlaufenvergrößerung und Drehung der Schlaufe).

Das Induktionsprinzip beinhaltet diese Fälle, weil die Bewegung eines Leiters im Magnetfeld entweder mit der Vergrößerung resp. Verkleinerung der Schlaufenfläche, oder aber mit der Drehung der Schlaufe im Magnetfeld (= Veränderung der relativen Lage von Spulenfläche und Magnetfeldrichtung) einher geht.

Fall 2 – Faraday'sches Gesetz: Befindet sich ein metallener Leiter in der Umgebung eines sich verändernden Magnetfeldes, so spüren die darin enthaltenen Leitungselektronen das E -Feld, welches gemäss Faraday'schem Gesetz dabei erzeugt wird.

Mit diesem Faraday'schen Gesetz erklärt man die Induktionsspannung bei Situation (b) in Abb. 14.1 (Verstärkung des Magnetfeldes).

Auch diese Situation ist Bestandteil des Induktionsgesetzes, denn eine Veränderung der Magnetfeldstärke, also eine Veränderung der Feldliniendichte im Feldlinienbild, entspricht ja ganz offensichtlich einer Veränderung des magnetischen Flusses durch die Schlaufe.

Kapitelinhalt bis zu dieser Stelle

Fassen wir die wesentlichen Gedankengänge nochmals kurz zusammen:

1. Das Induktionsprinzip besagt: In einer Leiterschleife wird genau dann ein Strom induziert, solange sich der magnetische Fluss Φ durch die Schlaufe am verändern ist, solange also $\Phi' \neq 0$ ist.
2. Die Definition des magnetischen Flusses Φ verrät uns folglich, wie ein Induktionsstrom in einer Schlaufe erzeugt werden kann. Es gibt drei Varianten:

$$\begin{aligned} \Phi &:= A \cdot B \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad \Phi' \neq 0 \quad \text{wenn entweder} \\ A' &\neq 0 \quad \text{d.h. } A \text{ wird verändert (Schlaufenfläche vergrössern/verkleinern), oder} \\ B' &\neq 0 \quad \text{d.h. } B \text{ wird verändert (Magnetfeld verstärken/abschwächen), oder} \\ \varphi' &\neq 0 \quad \text{d.h. } \varphi \text{ wird verändert (Schlaufe im Magnetfeld anders ausrichten)} \end{aligned}$$

3. Die erste und die dritte Variante ($A' \neq 0$ und $\varphi' \neq 0$) lassen sich mit der Lorentzkraft erklären, die zweite Variante ($B' \neq 0$) mit Hilfe des Faraday'schen Gesetzes.

14.4 Wechsel des Bezugssystems

Die Gesetze des Elektromagnetismus sind in vielen Situationen austauschbar. D.h., häufig lässt sich ein und dasselbe Phänomen mittels verschiedener Regeln erklären. Dabei sind diese Erklärungen völlig gleichwertig. Es gibt typischerweise keine bessere oder schlechtere Erklärung.⁴

Bei der Induktion geht diese Feststellung sogar noch etwas weiter! Hier ist es sehr häufig so, dass die Regeln ineinander übergehen, wenn man das Phänomen von verschiedenen Betrachtungsstandpunkten, also in verschiedenen Bezugssystemen untersucht.

Als Beispiel sei hier der **Drehspulgenerator** erwähnt (vgl. Situation (c) in Abb. 14.1):

Erklärung 1: Betrachten wir das B -Feld als ruhend, so dreht sich die Spule und wir erklären den Induktionsstrom durch die Lorentzkraft auf die Leitungselektronen in der Drehspule.

Erklärung 2: Setzen wir uns hingegen auf die Drehspule drauf und drehen uns mit ihr mit, so erscheint uns die Spule in diesem neuen Bezugssystem in Ruhe. Stattdessen dreht sich nun das B -Feld in die andere Drehrichtung. In diesem Bezugssystem müssen wir den Induktionsstrom mit dem Faraday'schen Gesetz erklären, denn die Spule ist ja (inkl. ihrer Leitungselektronen) in Ruhe! Hier ist es das B -Feld, das sich laufend verändert.

Wie Sie diesem Beispiel ansehen, funktionieren die Regeln des Elektromagnetismus wunderbar zusammen. Beim Wechsel des Bezugssystems werden unter Umständen die Voraussetzungen für eine Regel "vernichtet", dafür werden die Voraussetzungen für die Anwendung einer anderen Regel geschaffen, sodass sich das beobachtete Phänomen auch aus der neuen Perspektive immer noch sauber erklären lässt!⁵

⁴Denken Sie z.B. an die Drehspule eines Elektromotors: Deren Drehrichtung lässt sich einerseits durch die Lorentzkraft auf bestimmte Spulenseiten vorhersagen. Andererseits kann man aber ebenso gut mit der Oersted'schen Regel argumentieren, dass die Drehspule selber ein Magnetfeld erzeugt, also zu einer Art Stabmagnet wird, der sich im externen Magnetfeld auszurichten versucht.

⁵In der Physik ist eine Theorie nur dann gut, wenn sie solchen Wechseln des Bezugssystems standhält. Man sagt: Die physikalischen Gesetze müssen **unter Koordinatentransformationen invariant** sein.

Ganz im Sinne Einsteins: Alles ist relativ, aber die physikalischen Gesetze müssen absolute Gültigkeit haben!

Anhang C

Magnetismus auf atomarer Ebene

Wie andere makroskopisch beobachtbare Eigenschaften von Stoffen, so muss die Physik auch den Magnetismus auf die Eigenschaften von **Elementarteilchen** und den Aufbau der Materie aus diesen zurückführen. In diesem Anhang werden ein paar grundlegende Aussagen dazu vorgestellt. Allerdings kann diese Zusammenstellung weder den Anspruch auf Vollständigkeit erheben, noch kann sie die theoretischen Modelle tiefer gehend beschreiben, denn dazu bedarf es einer Quantenphysik, die Sie wohl nur in einem Studium der Physik in hinreichendem Umfang erfahren können.

C.1 Die zwei Ursachen von Magnetismus auf Ebene der Teilchen

Spin und Magnetismus einzelner Teilchen: Atomkerne und Elektronen besitzen selber so etwas wie eine unteilbare Eigenrotation, die man als **Spin** bezeichnet.¹ Mit diesem Spin verbindet man die Tatsache, dass jedes Teilchen als ein winziges Stabmagnetchen anzusehen ist. Jedes Teilchen besitzt ein sogenanntes **magnetisches Spinmoment**.

Eine Komponente des makroskopisch erfahrbaren Magnetismus wird also dadurch begründet, dass die elementaren Bausteine der Materie selber bereits kleine magnetische Dipole sind.

Bahnmomente von Elektronen im Atom: Zum magnetischen Spinmoment der einzelnen Teilchen kommt in einem Atom das **magnetische Bahnmoment** der Elektronen in der Atomhülle hinzu. Im Bild des Bohr'schen Atommodells kreisen die Elektronen auf bestimmten Bahnen um den Atomkern.² Jedes derart kreisende Elektron entspricht einem Kreisstrom und ist demzufolge vergleichbar mit einer winzigen, stromführenden Leiterschleife, die ein Magnetfeld erzeugt (vgl. Abschnitt 8.4). Dabei handelt es sich bekanntlich ebenfalls um ein Dipolfeld.

Die zweite Komponente des makroskopisch erfahrbaren Magnetismus entsteht somit durch die "Bewegungen" der Elektronen in der Elektronenhülle eines Atoms.

Es sei angemerkt, dass sämtliche Spin- und Bahnmomente dieser elementaren Teilchen **magnetischen Dipolen** entsprechen, also als kleine Stabmagnete resp. stromführende Leiterschleifen angesehen werden können. Bereits auf dieser Ebene existieren also keine magnetischen Monopole und man kann zeigen, dass so auch keine makroskopischen magnetischen Monopole entstehen können. Wir haben hier also den tieferen Grund für die **Nichtexistenz magnetischer Monopole** erfahren.

¹Die Vorstellung des Spins als Eigenrotation eines Teilchens ist nicht recht schlüssig, denn von einem echten Elementarteilchen wie dem Elektron lässt sich weder eine Ausdehnung noch eine innere Struktur angeben. Wie sollte sich da erkennen lassen, ob es sich dreht? In diesem Sinne ist es klüger, den Spin einfach als weitere Teilcheneigenschaft anzusehen, vergleichbar mit der Masse oder der elektrischen Ladung. Allerdings muss dem Spin eine Richtung zugeschrieben werden, er ist also eine vektorielle und keine skalare Grösse.

²Eigentlich darf das Verhalten der Elektronen in einem Atom seit Entdeckung der Quantenphysik nicht mehr mit dem Bohr'schen Atommodell beschrieben werden. Die Vorstellung im Atom kreisender Elektronen ist nachweislich falsch. Dennoch ist es manchmal erlaubt auf dieses ältere Atommodell zurückzugreifen, wenn die Resultate denen der Quantenphysik entsprechen. Allerdings gibt es in jedem Atom Elektronen, die gar keinen Beitrag zum magnetischen Bahnmoment leisten. Dies gilt insbesondere für das Wasserstoff- und das Helium-Atom im Grundzustand. D.h., solche Atome besitzen von Grund auf kein Bahnmoment.

C.2 Verschiedene Arten von Magnetismus

Ausgehend von den beiden eben erläuterten Ursachen des Magnetismus auf Ebene der Teilchen und Atome lassen sich nun mehrere Arten von Magnetismus voneinander unterscheiden und verstehen. Dabei sei angemerkt, dass wir es im Alltag fast ausschliesslich mit dem **Ferromagnetismus** zu tun haben. Kapitel 6 betrachtet ausschliesslich diese Art des Magnetismus.

Die folgenden Abschnitte sind dem Buch **Giancoli, Douglas C.: Physik – Gymnasiale Oberstufe (2011), Pearson Deutschland GmbH (Hallbergmoos)** entnommen. Die Bilder entstammen dem Buch **Tipler, Paul A.: Physik (1994), Spektrum Akademischer Verlag (Heidelberg)**.

Ferromagnetismus: *Eine mikroskopische Untersuchung zeigt, dass ein (Ferro-)Magnet (...) aus winzigen Bereichen von höchstens 1 mm Länge und Breite besteht, die als **Domänen**³ bezeichnet werden. Jede Domäne verhält sich wie ein winziger Magnet, der einen Nord- und einen Südpol besitzt. In einem unmagnetisierten Stück Eisen sind diese Domänen willkürlich ausgerichtet (vgl. Abb. C.1). Die magnetischen Einflüsse der Domänen heben sich gegenseitig auf, sodass dieses Stück Eisen nicht wie ein Magnet wirkt. In einem Magneten sind die Domänen in einer Vorzugsrichtung ausgerichtet. Ein Magnet kann hergestellt werden, indem ein nicht-magnetisiertes Stück Eisen in ein starkes Magnetfeld gebracht wird. (...) Sorgfältige Beobachtungen zeigen in diesem Fall, dass sich die Magnetisierung von Domänen tatsächlich leicht drehen kann, sodass sie sich nahezu parallel zum äusseren Feld ausrichten. Allgemeiner kann man sagen, dass sich die Grenzen der Domänen, die **Domänenwände**, so bewegen, dass die Domänen, deren magnetische Orientierung parallel zum äusseren Feld verläuft, auf Kosten der anderen an Grösse zunehmen (...) Dies erklärt, weshalb ein Magnet unmagnetisierte Eisenteile wie Büroklammern oder Haarnadeln aufheben kann. Das Magnetfeld bewirkt in dem unmagnetisierten Objekt eine leichte Ausrichtung der Domänen, sodass es zu einem temporären Magneten wird, dessen Nordpol dem Südpol des Permanentmagneten zugewandt ist und umgekehrt; daher kommt es zur Anziehung. In derselben Weise richten sich in einem Magnetfeld längliche Eisenspäne ähnlich einer Kompassnadel und visualisieren den Verlauf des Magnetfeldes. Ein Eisenmagnet kann über einen langen Zeitraum magnetisiert bleiben und wird daher als "Permanentmagnet" bezeichnet. Wenn Sie jedoch den Magneten auf den Boden fallen lassen oder mit dem Hammer gegen ihn schlagen, bringen Sie die Domänen wieder in ihre willkürliche Ausrichtung. Der Magnet kann folglich einen Teil oder seine gesamte Magnetisierung verlieren. Auch zu starke Erhitzung kann einen Verlust der Magnetisierung verursachen, da durch den Temperaturanstieg die thermische Bewegung der Atome zunimmt, was zu einer willkürlichen Ausrichtung der Domänen führt. Oberhalb einer bestimmten Temperatur, die als **Curie-Temperatur** bezeichnet wird (für Eisen 770 °C) ist überhaupt keine Magnetisierung mehr möglich.⁴*

Die auffallende Ähnlichkeit zwischen den Feldern, die von einem Stabmagneten und einer elektrischen Leiterschleife erzeugt werden, legt die Vermutung nahe, dass das von einem Strom erzeugte Magnetfeld etwas mit dem Ferromagnetismus zu tun hat. Diese Theorie wurde zuerst im 19. Jahrhundert von Ampère aufgestellt. Der modernen Atomtheorie zufolge enthalten die Atome eines beliebigen Materials Elektronen, die einen zentralen Kern umkreisen. Da die Elektronen geladen sind, bilden sie einen elektrischen Strom und erzeugen folglich ein Magnetfeld. Wenn allerdings kein äusseres Feld vorhanden ist, sind die Umlaufbahnen der Elektronen in den verschiedenen Atomen zufällig angeordnet, sodass sich ihre magnetischen Effekte insgesamt aufheben. Die Elektronen selbst erzeugen jedoch ein zusätzliches, intrinsisches Magnetfeld – sie haben ein intrinsisches magnetisches Moment, das als ihr "Spin" bezeichnet wird.⁵ Für die Erzeugung

³Diese magnetischen Domänen werden andernorts auch als **Weiss'sche Bezirke** oder **Weiss'sche Bereiche** bezeichnet.

⁴Eisen, Nickel, Kobalt, Gadolinium und bestimmte Legierungen sind bei Zimmertemperatur ferromagnetisch; verschiedene andere Elemente und Legierungen haben eine geringere Curie-Temperatur und sind daher nur bei niedrigen Temperaturen ferromagnetisch.

⁵Der Begriff "Spin" entstammt der mittlerweile verworfenen Annahme, dass sich dieses intrinsische magnetische Moment aus der Drehung des Elektrons um seine eigene Achse (zusätzlich zum "Umkreisen" des Kerns) ergibt, wodurch ein zusätzliches Feld erzeugt wird. Diese Betrachtungsweise eines sich drehenden Elektrons ist zu stark vereinfachend und unzulässig.

des Ferromagnetismus ist nun das Magnetfeld des Elektronenspins verantwortlich. In den meisten Materialien heben sich die durch den Elektronenspin erzeugten Magnetfelder auf, da diese willkürlich orientiert sind. In Eisen und anderen ferromagnetischen Materialien läuft allerdings ein komplizierter Wechselwirkungsmechanismus ab, der als "Austauschkopplung" bekannt ist. Durch diesen Mechanismus richten sich die zum Ferromagnetismus beitragenden Spins der Elektronen in dieselbe Richtung aus. Folglich summieren sich die winzigen Magnetfelder, die durch die einzelnen Elektronen erzeugt werden, zum Magnetfeld einer Domäne. Wenn alle Domänen gleich ausgerichtet sind, entsteht (...) ein starker Magnet.

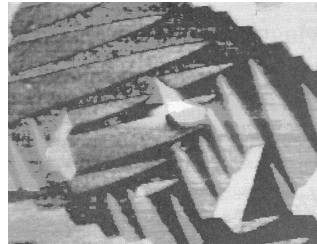
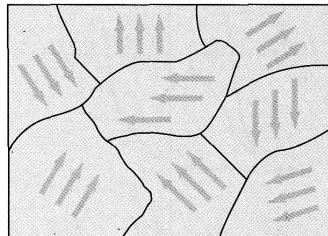


Abbildung C.1: Links eine schematische Darstellung von magnetischen Domänen. Die magnetische Ausrichtung ändert sich von Domäne zu Domäne, sodass das Material makroskopisch nicht magnetisch erscheint.

Rechts zu sehen sind die Domänen auf der Oberfläche eines Fe-3%Si-Kristalls. Das Bild wurde mit einem Raster-Elektronen-Mikroskop bei gleichzeitiger Polarisationsanalyse vorgenommen. Die Graustufen entsprechen möglichen Orientierungen der magnetischen Domänen.

Alle Materialien sind bis zu einem gewissen Grad magnetisch. Nichtferromagnetische Materialien lassen sich in zwei Hauptklassen einteilen: in **paramagnetische** (...) und in **diamagnetische** (...)

Der Unterschied zwischen paramagnetischen und diamagnetischen Materialien liegt auf der Teilchenebene⁶ darin, dass manche Teilchen ein permanentes magnetisches Dipolmoment zeigen, andere nicht.

Paramagnetismus: In paramagnetischen Materialien tragen die Teilchen ein permanentes magnetisches Dipolmoment.⁷ Ohne die Wirkung eines äusseren Magnetfeldes sind die Dipolmomente willkürlich angeordnet und es sind keine magnetischen Einflüsse zu beobachten. Wenn jedoch ein äusseres Magnetfeld angelegt wird, beispielsweise indem das Material in eine Spule gebracht wird, dann übt das angelegte Magnetfeld einen Drehimpuls auf die magnetischen Dipole aus, die sich vorzugsweise parallel zum Feld ausrichten und somit das Gesamtmagnetfeld verstärken. Durch die thermischen Fluktuationen der Teilchen wird allerdings diese Ordnung zerstört. (...)

Diamagnetismus: Diamagnetische Materialien (...) bestehen aus Teilchen, die keine permanenten magnetischen Dipolmomente besitzen. Wenn ein äusseres Feld angelegt wird, werden magnetische Dipole erzeugt, die entgegengesetzt zum Feld ausgerichtet sind. Folglich ist das Gesamtmagnetfeld etwas geringer als das äussere Feld. Im vereinfachten Bild der den Kern umkreisenden Elektronen besteht der Einfluss des äusseren Feldes darin, die "Umlauf" geschwindigkeit der sich in eine Richtung bewegendenden Elektronen zu vergrössern. Diamagnetismus ist in allen Materialien vorhanden. Da er aber schwächer als Paramagnetismus ist, wird er meist von paramagnetischen und ferromagnetischen Effekten überlagert.

⁶Im zitierten Buch wird an dieser Stelle von der molekularen Ebene und in der Folge von Molekülen oder Ionen gesprochen. Para- und Diamagnetismus können aber durchaus bereits durch die Verhältnisse in einzelnen Atom entstehen, sodass ich hier einen allgemeineren Ausdruck – eben Teilchen – bevorzuge.

⁷Hier ist effektiv ein Bahnmoment gemeint.

Anhang D

Die Definition der magnetischen Flussdichte B

Wie im Abschnitt 9.3 gesagt wurde und wovon man sich in Experimenten nach Wunsch beliebig oft überzeugen kann, ist die Lorentzkraft bei senkrecht zueinander stehenden Strom- und Magnetfeldrichtungen, also bei $\varphi = 90^\circ$, am stärksten ($F_L \sim \sin \varphi$). Ebenso kann man sich experimentell von den beiden Proportionalitäten $F_L \sim I$ und $F_L \sim l$ überzeugen.

Wechselt man bei der Leiterschaukel von Abb. 9.1 den Magneten aus, wobei man darauf achtet, dass die Stromstärke I , die Länge l und der Winkel φ unverändert bleiben, so lassen sich durchaus Unterschiede in der Stärke der Lorentzkraft feststellen. Mit einem stärkeren Magneten ergibt sich eben auch eine stärkere Lorentzkraft.

Demzufolge kann die Leiterschaukel theoretisch als Messinstrument für die Stärke eines Magnetfeldes verwendet werden! Und genau auf diesem Hintergrund wurde die **magnetische Flussdichte B** , also das Mass für die Stärke eines Magnetfeldes definiert:

Definition der magnetischen Flussdichte B

*Fliesst in einem senkrecht zu einem homogenen magnetischen Feld stehenden Leiterabschnitt der Länge l ein Strom der Stärke I und messen wir gleichzeitig eine Lorentzkraft der Stärke F_L , welche auf diesen Leiterabschnitt wirkt, so ist der Betrag der **magnetischen Flussdichte \vec{B}** des Magnetfeldes gegeben durch:*

$$B := \frac{F_L}{I \cdot l} \quad (\text{D.1})$$

Aus der Grössendefinition folgt wie immer die Zusammensetzung der SI-Einheit:

$$[B] = \frac{[F]}{[I] \cdot [l]} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2} =: \text{T} = \text{Tesla}$$

Ein homogenes Magnetfeld besitzt eine Flussdichte von genau 1 Tesla, wenn ein 1 Meter langer Leiter, welcher senkrecht zur Magnetfeldrichtung ausgerichtet ist und einen elektrischen Strom der Stärke 1 Ampere führt, darin eine Lorentzkraft mit Betrag 1 Newton erfährt.

“1 Tesla = 1 Newton pro Meter und pro Ampere”

Anhang E

Der Aufbau einer einfachen Elektronenkanone

Dieser Anhang orientiert sich in Aufbau und Inhalt stark an der entsprechenden Wikipedia-Seite <https://de.wikipedia.org/wiki/Elektronenkanone>. Die Bebilderung, sowie ein Teil des Textes und insbesondere die verwendeten Symbole für die auftretenden physikalischen Größen habe ich allerdings nach eigenen Vorstellungen gesetzt.

Als **Elektronenkanone**, auch Elektronenstrahlsystem oder Elektronenquelle, wird eine elektrische Anordnung zur Erzeugung von Elektronenstrahlen bezeichnet. Die Elektronenkanone stellt einen gebündelten und gerichteten Strahl von Elektronen zur Verfügung, wie er beispielsweise in Elektronenröhren (Braun'sche Röhren), Fadenstrahlrohren und Elektronenmikroskopen als Strahlsystem verwendet wird. Bei allgemeinen Elektronenquellen liegt im Gegensatz zur Elektronenkanone keine Bündelung des Elektronenstrahls vor.

Beim typischen Aufbau (siehe Abb. E.1) werden Elektronen aus einem elektrischen Leiter, der **Kathode** – welche meist erwärmt ist, um die Austrittsarbeit für die Ladungsträger sicherzustellen – in ein Vakuum emittiert.¹ Durch die Spannung zwischen der gegenüber der Kathode positiv geladenen **Anode** werden die Elektronen zu Letzterer hin beschleunigt. In der Anode befindet sich bei Elektronenkanonen ein Loch, durch das der Elektronenstrahl durchgelassen wird. Beschleunigt werden die Elektronen durch eine geeigneten Kathode emittiert und durch eine konstante elektrische Spannung, der **Beschleunigungsspannung** U_B , auf die Anode zu beschleunigt. Die kinetische Energie E_{kin} eines beschleunigten Elektrons beträgt näherungsweise:

$$E_{\text{kin}} = U_B \cdot e \quad (\text{E.1})$$

Dies ist eine direkte Folge der Spannungsdefinition $U = \frac{\Delta E}{|q|}$. Das Elektron mit Ladung $|q| = e$ durchläuft von der Kathode zur Anode die Spannung U_B , weshalb obige Energie freigesetzt und eben zur kinetischen Energie E_{kin} des Elektrons wird.²

Aus (E.1) ergibt sich das Verständnis für eine neue Energieeinheit, das **Elektronenvolt eV**: Ein einfach geladenes Teilchen, das eine Beschleunigungsspannung von beispielsweise 350 V durchlaufen hat, besitzt ganz einfach eine kinetische Energie von 350 eV. In der Kern- und Teilchenphysik, wo

¹Emittieren = aussenden.

²Für nicht-relativistische Teilchen kann diese Energie mit der klassischen Formel für die kinetische Energie in die entsprechende Geschwindigkeit umgerechnet werden:

$$E_{\text{kin}} = \frac{mv^2}{2}$$

Setzen wir hier Gleichung (E.1) ein und lösen nach der Geschwindigkeit v auf, so erhalten wir:

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2Ue}{m}}$$

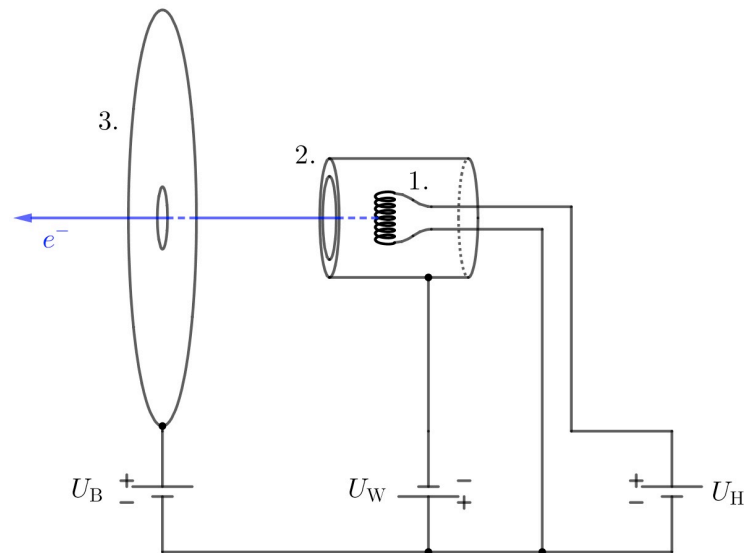


Abbildung E.1: Der schematische Aufbau einer Elektronenkanone.

1. Glühkathode (= Austrittsort der Elektronen)
2. Wehneltzylinder zur Strahlfokussierung
3. Anodenblende (= rundes Anodenplättchen mit Durchlassloch in der Mitte)

es andauernd um Teilchen mit sehr grossen Geschwindigkeiten geht, ist diese Energieeinheit enorm praktisch. Man verwendet für die Beschreibung solcher Teilchen gar keine Geschwindigkeitswerte mehr.³

Oft verlässt der Strahl die Kanone durch ein Loch in der Anode, dessen Grösse ohne Verwendung eines Strahlfokussierungsmechanismus auch den Strahldurchmesser festlegt. Zusätzliche, oft ring- oder rohrförmige Elektroden sowie Magnetfelder im Rahmen der Elektronenoptik sorgen für die Fokussierung oder die weitere Beschleunigung des Elektronenstrahls. Sie können sowohl zwischen Kathode und Anode, als auch nach der Anode angebracht sein. Man spricht dementsprechend von elektrostatischer bzw. magnetischer Fokussierung.

Beim **Wehneltzylinder** handelt es sich um eine gegenüber der Kathode negativ geladene Steuerelektrode zum Fokussieren des Elektronenstrahls und zum Regeln der Helligkeit in Kathoden- resp. Fadenstrahlröhren (**Wehneltspannung** U_W). Durch Einsatz des Wehneltzylinders kann die sonst notwendige sehr hohe Anodenspannung reduziert werden.

Meist werden Glühkathoden als Elektronenemitter verwendet. Im Bild oben wird das Heizelement an die **Heizspannung** U_H angeschlossen.

Der Elektronenstrahl verbleibt meist im Vakuum⁴ einer Röhre, kann jedoch durch aerodynamische Fenster oder Fenster z.B. aus dünnem Aluminium auch aus dem Vakuum austreten. Er hat in Luft eine seiner Beschleunigungsspannung entsprechende Reichweite von bis zu einigen Zentimetern.

Elektronenkanonen werden mit Strahlleistungen von ein paar μW (kleine Experimentieranlagen), ein paar Watt (Mikrosystemanwendungen, Bildröhren) bis zu einigen hundert Kilowatt (Elektronenstrahlschmelzen, Elektronenstrahlverdampfen) eingesetzt. Beschleunigungsspannungen liegen je nach Anwendung zwischen einigen V bis ca. 300 kV. Der Strahldurchmesser liegt je nach Anwendung zwischen einigen Mikrometern und einigen Zentimetern. Die Leistungsdichten erreichen Werte bis über $100 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$.

³Grund dafür ist eine Konsequenz aus der Speziellen Relativitätstheorie: Die Geschwindigkeiten von Elementarteilchen mit sehr hoher kinetischer Energie liegen allesamt sehr nahe bei der Lichtgeschwindigkeit und sind kaum voneinander zu unterscheiden. In der Nähe der Lichtgeschwindigkeit nimmt die Geschwindigkeit eines Teilchens nämlich fast nicht mehr zu, auch wenn ich ihm sehr viel kinetische Energie zuführe.

⁴Bei unserem Fadenstrahlrohr handelt es sich nicht um ein besonders gutes Vakuum, denn wir möchten den Elektronenstrahl ja gerne sehen, weshalb Spuren eines Leuchtgases im Rohr enthalten sind.

Anhang F

Ergänzungen zum Begriff des elektrischen Feldes

F.1 Elektrische Kräfte in der bisherigen Betrachtungsweise

Die ursprüngliche Beschreibung der **Coulombkraft**, also der elektrischen Kraft zwischen zwei Ladungen, ist für uns relativ anschaulich: Zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 im Abstand r ziehen sich an oder stossen sich ab, wobei die Stärke dieser elektrischen Kraftwirkung durch das **Coulombgesetz** gegeben ist:

$$F_{el} = k \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2} \quad \text{mit} \quad k = 9.0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

Ladungen gleichen Vorzeichens stossen sich ab, solche mit verschiedenen Vorzeichen ziehen sich an (vgl. Abb. F.1).

Dieses bisherige Bild der elektrischen Kraft ist zwar einfach, aber auch nicht besonders vollständig. Z.B. wird nicht beantwortet, wie denn der Mechanismus der Kraftübertragung zustande kommt. Es fehlen also Antworten auf Fragen wie:

- Wie kommt es, dass eine solche Kraft über eine Distanz hinweg wirken kann?
- Wirkt diese Kraftübertragung eigentlich instantan? D.h., nimmt der Betrag der Coulombkraft bei Veränderung der Entfernung zwischen den Ladungen sofort ab oder zu, oder gibt es dabei eine Verzögerung?

Weitere – für die Physik sehr wesentliche – Überlegungen und Konzepte helfen uns Antworten auf solche Fragen zu geben. Ein solches Konzept ist das **elektrische Feld**, welches im Kapitel 12 eingeführt wird.

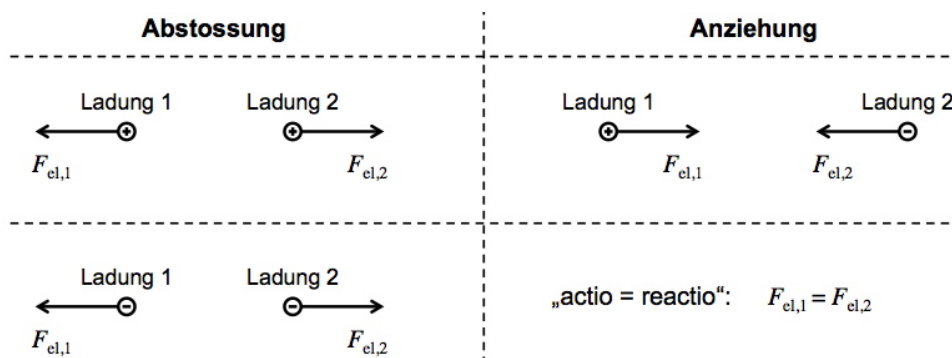


Abbildung F.1: Coulombkräfte zwischen elektrischen Ladungen.

F.2 Die Definition der elektrischen Feldstärke E

Eine positive elektrische Ladung $+q$ befinde sich am Ort A in einem elektrischen Feld. Der Ladungsbetrag von q soll möglichst gering sein, damit sie selber das Feld nur ganz unwesentlich beeinflusst. Wir sprechen von einer **Probeladung**.

Das E -Feld ruft eine elektrische Kraft mit Betrag F_{el} auf die Probeladung q hervor. Es ist sinnvoll davon auszugehen, dass der Kraftbetrag F_{el} und der Ladungsbetrag q am Ort A proportional zueinander sind.¹ Es gilt also:

$$F_{\text{el}} \sim q$$

Sobald zwei physikalische Grössen proportional zueinander sind, können wir sie mittels einer **Proportionalitätskonstanten** durch eine Gleichung miteinander verknüpfen. Diese Proportionalitätskonstante soll hier den Namen **elektrische Feldstärke E** erhalten. Wir schreiben:

$$F_{\text{el}} = E \cdot q$$

Kraftbetrag F_{el} und Ladungsbetrag q sind im Prinzip einzeln ausmessbar. D.h., die elektrische Feldstärke E kann ebenfalls aus Messungen bestimmt werden, indem man umstellt:

$$E := \frac{F_{\text{el}}}{q}$$

Diese Umstellung fassen wir als **Definition der elektrischen Feldstärke E** auf. Aus ihr ergibt sich eine unmittelbare Bedeutung dieser neuen Grösse: die elektrische Feldstärke E am Ort A beschreibt, welchen Kraftbetrag F_{el} das Feld pro Ladungsbetrag q am Ort A hervorruft.

Allerdings bezieht sich diese Aussage nur gerade auf einen einzigen Ort A . An einem anderen Ort im Raum wird die Feldstärke E einen anderen Wert aufweisen. Die Feldstärke E ist also eine **Funktion des Ortes**.

Die Definition der elektrischen Feldstärke E

Erfährt eine Probeladung q am Ort A eine elektrische Kraft mit Betrag F_{el} , so ist die **elektrische Feldstärke** am Ort A gegeben durch:

$$E := \frac{F_{\text{el}}}{q}$$

Die Feldstärke E beschreibt somit, wie gross die elektrische Kraft F_{el} ist, welche am Ort A pro Ladungsmenge q hervorgerufen wird:

“Elektrische Feldstärke = Kraft pro Ladung”

Aus dieser Definition folgt die Zusammensetzung der SI-Einheit der elektrischen Feldstärke:

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad \text{“Newton pro Coulomb”}$$

Allerdings trifft man diese Einheit im Alltag kaum an. Wenn im Zusammenhang mit **Elektromog** von Grenzwerten für elektrische Feldstärken die Rede ist, wird diese in der Regel in “Volt pro Meter” $\frac{\text{V}}{\text{m}}$ angegeben. Dass diese Einheitenkombination mit der eben eingeführten identisch ist, verstehen wir rein rechnerisch ohne Probleme, denn $\text{V} = \frac{\text{J}}{\text{C}}$ und $\text{J} = \text{N} \cdot \text{m}$:

$$\frac{\text{V}}{\text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{C} \cdot \text{m}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C} \cdot \text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

¹Überlegen Sie sich, was anschaulich mit dem Kraftbetrag passieren sollte, wenn ich zwei oder drei genau gleiche Probeladungen q an diesem Ort platziere. Jede einzelne dieser Probeladungen sollte unabhängig von den anderen an diesem Ort dieselbe Kraft erfahren. Dann sollte doch die Kraft aller drei Ladungen zusammen eben dreimal so gross sein wie diejenige, welche auf eine einzelne Ladung q wirkt.

Diese Aussage kann man durch Messungen verifizieren. Sie ist auch im Coulombgesetz enthalten.

Anhang G

Wie viel Wasser fließt in einem Bach durch eine Drahtschleufe?

Denken Sie sich eine ebene (= 2-dimensionale) Drahtschleufe mit einer beliebigen Form, welche Sie in einen Bach halten. Welches Wasservolumen fließt pro Sekunde durch die Schleufe?

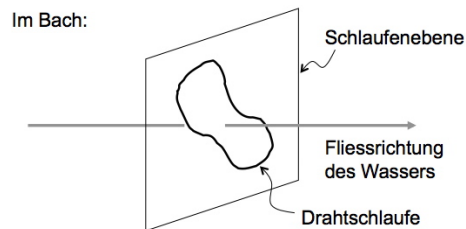


Abbildung G.1: Wie viel Wasser durchquert pro Sekunde die Schleufe?

Die Antwort hängt von verschiedenen Umständen ab:

- Von der **Geschwindigkeit** v des Flusswassers. Es ist klar, dass umso mehr Wasser pro Zeitabschnitt durch die Schleufe fließen wird, je schneller der Bach fließt.
- Je grösser die **Schleifenfläche** A , umso mehr Wasser wird hindurchfließen.
- Von der **Lage** der Schleufe im Wasser. Je nachdem, wie man die Schleufe ins Wasser hält, fließt mehr oder weniger Wasser durch sie hindurch. Entscheidend ist der Winkel φ zwischen der Fließrichtung des Wassers und dem Normalenvektor \vec{n} der Schleifenfläche.

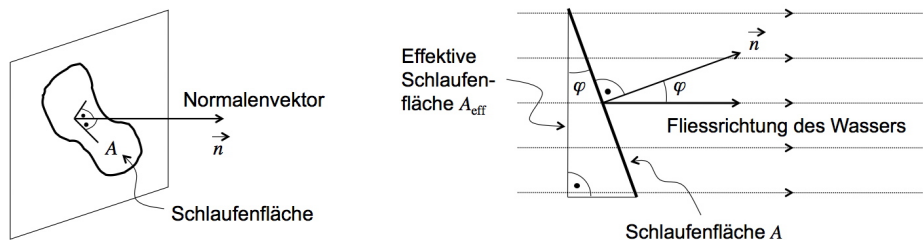


Abbildung G.2: Der Winkel φ zwischen der Fließrichtung des Wassers und dem Normalenvektor \vec{n} der Schleifenfläche bestimmt mit, wie viel Wasser pro Sekunde durch die Schleufe fließt.

Steht der Normalenvektor der Fläche parallel zur Fließrichtung des Wassers, so fließt maximal viel Wasser durch die Schlaufe. Stehen die beiden Richtungen jedoch senkrecht zueinander, so fließt gar kein Wasser hindurch. In Abb. G.2 sehen Sie, dass es auf die Grösse der **effektiven Fläche** A_{eff} ankommt. Das ist die Flächengrösse, welche man von der Fließrichtung des Wassers sieht. Mit der Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck ergibt sich diese effektive Fläche zu:¹

$$A_{\text{eff}} = A \cdot \cos \varphi$$

Für $\varphi = 0^\circ$ ist dieser Ausdruck maximal ($A_{\text{eff}} = A$), für $\varphi = 90^\circ$ verschwindet er ($A_{\text{eff}} = 0$), denn $\cos 0^\circ = 1$ und $\cos 90^\circ = 0$.

Jetzt lässt sich der Wasservolumenstrom durch die Schlaufe sehr leicht berechnen. Wir nennen ihn den **(Wasser-)Fluss** Φ_{W} durch die Schlaufe und halten fest:

Wasserfluss durch eine Schlaufe

Besitzt eine Flüssigkeit eine Fließgeschwindigkeit v , so ist der (Wasser-)Fluss Φ_{W} durch eine Schlaufe mit Fläche A gegeben durch:

$$\Phi_{\text{W}} = v \cdot A_{\text{eff}} = v \cdot A \cdot \cos \varphi \quad (\text{G.1})$$

Dabei meint φ den Winkel zwischen dem Normalenvektor \vec{n} der Schlaufenfläche und der Fließrichtung \vec{v} des Wassers.

Anmerkung: Der Cosinus nimmt für $90^\circ < \varphi < 270^\circ$ negative Werte an. Interpretation: Mit dem Normalenvektor \vec{n} wird neben der Lage auch eine positive und eine negative Durchflussrichtung definiert. Fließt das Wasser in Richtung von \vec{n} durch die Schlaufe, so ist der Fluss Φ_{W} positiv. In die Gegenrichtung ist er negativ.²

Ein Beispiel zur Veranschaulichung

Die Aare fliesse an einer bestimmten Stelle mit einer Geschwindigkeit von $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Nun wird eine Drahtschlaufe der Fläche $A = 1.5 \text{ m}^2$ hineingehalten. Wie gross ist der Wasserfluss durch die Schlaufe für $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ und 180° ?

Der maximale Fluss wird bei $\varphi = 0^\circ$ erreicht. Dann ist $A_{\text{eff}} = A$ und es folgt:

$$\Phi_{\text{W,max}} = v \cdot A = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1.5 \text{ m}^2 = 7.5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 7500 \frac{\text{lit.}}{\text{s}}$$

Die Einheiten des Flusses machen durchaus Sinn: Liter pro Sekunde. Weiter ergibt sich:

Winkel φ	0°	45°	90°	135°	180°	270°
Fluss Φ_{W}	$7500 \frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$5300 \frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$0 \frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$-5300 \frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$-7500 \frac{\text{lit.}}{\text{s}}$	$0 \frac{\text{lit.}}{\text{s}}$

¹Der Cosinus ist definiert als das Verhältnis aus Ankathete und Hypotenuse.

²Etwas Vektorgeometrie: Der Wasserfluss lässt sich als **Skalarprodukt** schreiben: $\Phi_{\text{W}} = \vec{v} \bullet \vec{A} = v \cdot A \cdot \cos \varphi$. Dabei ist \vec{v} der Geschwindigkeits- und \vec{A} der sogenannte **Flächenvektor**. Letzterer zeigt in die Richtung des Normalenvektors \vec{n} und seine Länge ist durch die Flächenzahl gegeben: $|\vec{A}| = A$ resp. $\vec{A} = A \cdot \vec{n}$ mit $|\vec{n}| = 1$.