PRÜFUNG WÄRMELEHRE II – Lösungen

1. *Naos – ein stellares "Monster" (4 Punkte)*

   Aus der Leuchtkraft und der bei uns ankommenden Strahlungsintensität lässt sich mit dem Abstandsgesetz die Distanz zu Naos bestimmen: (2.5 P)

$$I \overset{0.5}{=} \frac{L}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad r \overset{0.5}{=} \sqrt{\frac{L}{4\pi I}} \overset{1}{=} \sqrt{\frac{1.2 \cdot 10^6 \cdot 3.846 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}}{4\pi \cdot 340 \cdot 10^{-9}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}} \overset{0.5}{=} 1.039 \cdot 10^{19}\,\mathrm{m}$$

   Ein Lichtjahr steht für eine Distanz von: (1 P)

$$1\,\mathrm{LJ} = c \cdot 1\,\mathrm{Jahr} \approx 3.0 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s} \overset{0.5}{=} 9.461 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m}$$

   Damit erhalten wir für die Distanz zu Naos in Lichtjahren: (0.5 P)

$$r = 1.039 \cdot 10^{19}\,\mathrm{m} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{1100\,\mathrm{LJ}}}$$

2. *Abstrahlung eines Bügeleisens (5 Punkte)*

   (a) Die optischen Wellenlängen liegen zwischen etwa $380\,\mathrm{nm}$ (Violett) und $750\,\mathrm{nm}$ (Rot). (0.5 P) Im Spektrum sehen wir deutlich, dass das Bügeleisen in diesem Wellenlängenbereich keine Strahlungsintensität aussendet. Die emittierte Strahlung liegt komplett im Infraroten. (0.5 P)

   (b) Das Intensitätsmaximum liegt bei $\lambda_{\max} = 6000\,\mathrm{nm} = 6.0\,\mu\mathrm{m}$. (0.5 P)
   Aus dem Wien'schen Verschiebungsgesetz erhalten wir daraus für die Temperatur der Bügelsohle: (1.5 P)

$$T \overset{0.5}{=} \frac{2898\,\mu\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}{\lambda_{\max}} = \frac{2898\,\mu\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}{6.0\,\mu\mathrm{m}} \overset{0.5}{=} 483\,\mathrm{K} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{210\,^\circ\mathrm{C}}}$$

   (c) Beide Gründe hängen eng zusammen: Das Bügeleisen soll (erstens) ja nicht einfach Wärme abstrahlen, sondern (zweitens) vor allem beim Bügeln Wärme via Wärmeleitung an die feuchte Kleidung abgeben, die durch das Gewicht des Bügeleisens dann geglättet wird. Der geringe Emissionskoeffizient erlaubt höhere Temperaturen fürs Bügeln. (2 P)

3. *Wärmeverluste beim Hot Tub (15 Punkte)*

(a) Zunächst berechnen wir das im Hot Tub enthaltene Wasservolumen: (1 P)

$$V = G \cdot h \overset{0.5}{=} \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot (0.9\,\mathrm{m})^2 \cdot 0.88\,\mathrm{m} \overset{0.5}{=} 2.24\,\mathrm{m}^3$$

Somit enthält der Hot Tub etwa $2240\,\mathrm{kg}$ Wasser. (0.5 P)
Damit dieses Wasser um $1\,°\mathrm{C}$ kälter wird, muss es die folgende Wärmemenge verlieren: (1 P)

$$Q \overset{0.5}{=} c \cdot m \cdot \Delta\vartheta = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot °\mathrm{C}} \cdot 2240\,\mathrm{kg} \cdot 1\,°\mathrm{C} \overset{0.5}{=} 9\,370\,000\,\mathrm{J}$$

Mit dem angegebenen Wärmeleitungswärmestrom erhalten wir für die Abkühlungszeit: (1 P)

$$\Delta t \overset{0.5}{=} \frac{Q}{J} = \frac{9\,370\,000\,\mathrm{J}}{540\,\mathrm{W}} = 17\,400\,\mathrm{s} = 4.82\,\mathrm{h} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{4.8\,\mathrm{h}}}$$

Aufgrund der Wärmeleitung durch die Wand verliert das Wasser in knapp fünf Stunden lediglich $1\,°\mathrm{C}$ an Temperatur. Diese Wärmeleitung kann also nicht für den schnellen Temperaturrückgang ($10\,°\mathrm{C}$ in vier Stunden) verantwortlich sein. (0.5 P)

(b) Bestimmen wir zunächst die Mantelfläche des Hot Tubs: (1 P)

$$A \overset{0.5}{=} U \cdot h = \pi d \cdot h = \pi \cdot 1.8\,\mathrm{m} \cdot 0.88\,\mathrm{m} \overset{0.5}{=} 4.98\,\mathrm{m}^2$$

Aus der Wärmeleitungsgleichung schliessen wir direkt auf die Wärmeleitfähigkeit des Holzes: (2 P)

$$J \overset{0.5}{=} \frac{\lambda \cdot A \cdot \Delta\vartheta}{l} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda \overset{0.5}{=} \frac{J \cdot l}{A \cdot \Delta\vartheta} \overset{0.5}{=} \frac{540\,\mathrm{W} \cdot 0.048\,\mathrm{m}}{4.98\,\mathrm{m}^2 \cdot 31\,°\mathrm{C}} = 0.168\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot °\,\mathrm{C}} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{0.17\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot °\,\mathrm{C}}}}$$

Für die Wärmestromdichte brauchen wir nur den Wärmestrom auf die Fläche zu verteilen: (1 P)

$$j \overset{0.5}{=} \frac{J}{A} = \frac{540\,\mathrm{W}}{4.98\,\mathrm{m}^2} = 108\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{110\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}}$$

(c) Wir berechnen zuerst die Grösse der abstrahlenden Wasseroberfläche: (0.5 P)

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot (0.9\,\mathrm{m})^2 \overset{0.5}{=} 2.54\,\mathrm{m}^2$$

Die absolute Temperatur des Wassers beträgt $\vartheta = 41.5\,°\mathrm{C} = 314.65\,\mathrm{K} = T$. (1 P)
Mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz folgt für die ausgesendete Strahlungsleistung: (1.5 P)

$$P_\mathrm{S} \overset{0.5}{=} \sigma \cdot A \cdot T^4 \overset{0.5}{=} 5.670 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4} \cdot 2.54\,\mathrm{m}^2 \cdot (314.65\,\mathrm{K})^4 \overset{0.5}{=} 1410\,\mathrm{W}$$

Mit dieser Strahlungsleistung lässt sich die für eine Abkühlung von $1\,°\mathrm{C}$ benötigte Zeit bestimmen: (1 P)

$$\Delta t \overset{0.5}{=} \frac{Q}{J} = \frac{9\,370\,000\,\mathrm{J}}{1410\,\mathrm{W}} = 6650\,\mathrm{s} = 1.847\,\mathrm{h} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{1.8\,\mathrm{h}}}$$

(d) Ganz bestimmt geht noch Wärme durch verdampfendes Wasser verloren – eine Art **Konvektion**. (1 P)
Ausserdem gibt das Wasser durch den direkten thermischen Kontakt mit der Luft durch **Wärmeleitung** Wärme an diese ab. (1 P)
Diese letzten beiden Effekte dürften massgeblich für eine rasche Abkühlung verantwortlich sein, denn wie wir berechnet haben, würde sowohl die Abkühlung aufgrund von Wärmeleitung durch die Wand, als auch diejenige aufgrund der Wärmeabstrahlung des Wassers deutlich länger brauchen. Der Hot Tub braucht daher unbedingt einen Deckel! (1 P)