Prüfung Schwingungen und Wellen – Lösungen

1. *Der Kontrabass (9+1 Punkte)*

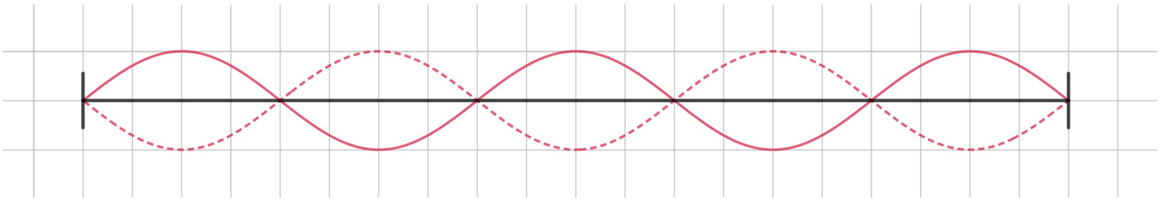
   (a) Die Wellenlänge der Grundschwingung einer schwingenden Saite ist gleich der doppelten Saitenlänge ($\lambda_0 = 2l$). Daraus folgt mit $c = \lambda f$: (2 P)

   $$c \overset{0.5}{=} \lambda_0 \cdot f_0 \overset{0.5}{=} 2l \cdot f_0 \overset{0.5}{=} 2 \cdot 1.08\,\mathrm{m} \cdot 41.2\,\mathrm{Hz} \overset{0.5}{=} \underline{\underline{89.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

   (b) Die Oberschwingung mit Index $n = 4$ schwingt mit der fünffachen Grundfrequenz f_0: (1 P)

   $$f_4 = (4+1) \cdot f_0 = 5 \cdot 41.2\,\mathrm{Hz} = \underline{\underline{206\,\mathrm{Hz}}}$$

   Die zugehörige ortsabhängige Amplitude weist 4 Knoten auf: (1 P)

   (c) Zur kleinen Sexte gehört das Frequenz- resp. umgekehrt das Saitenlängenverhältnis $8 : 5$. Somit ergibt sich für die benötigte Saitenlänge: (2 P)

   $$\frac{l_\mathrm{G}}{l_\mathrm{es}} \overset{0.5}{=} \frac{8}{5} \quad \Rightarrow \quad l_\mathrm{es} \overset{0.5}{=} \frac{5}{8} \cdot l_\mathrm{G} \overset{0.5}{=} \frac{5}{8} \cdot 108\,\mathrm{cm} \overset{0.5}{=} \underline{\underline{67.5\,\mathrm{cm}}}$$

   (d) Zwischen den vier Saiten gibt es drei Intervalle, die jeweils gleich sein sollen. Das Frequenzverhältnis zwischen der niedrigsten und der höchsten Saite beträgt $\frac{f_\mathrm{G}}{f_{,\mathrm{E}}} = \frac{98.0\,\mathrm{Hz}}{41.2\,\mathrm{Hz}}$.
   Dieses Frequenzverhältnis soll dreimal dasselbe Intervall mit einem Frequenzverhältnis a beinhalten. Daraus folgern wir: (3 P)

   $$f_\mathrm{G} \overset{1}{=} a^3 \cdot f_{,\mathrm{E}} \quad \Rightarrow \quad a \overset{0.5}{=} \sqrt[3]{\frac{f_\mathrm{G}}{f_{,\mathrm{E}}}} \overset{0.5}{=} \sqrt[3]{\frac{98.0\,\mathrm{Hz}}{41.2\,\mathrm{Hz}}} = 1.335 \overset{0.5}{\approx} \frac{4}{3} \overset{0.5}{\Rightarrow} \quad \underline{\underline{\text{Quarte!}}}$$

   Musiktheoretische Erklärung: Zwischen dem Kontra-E (,E) und dem G liegt eine kleine Dezime (= 15 Halbtonschritte). Das einzelne Intervall muss also 5 Halbtonschritte umfassen, was einer $\underline{\underline{\text{Quarte}}}$ entspricht! (1 P)

2. *Fledermaus-Akustik (3 Punkte)*

   (a) Mit der Gleichung $c = \lambda \cdot f$ folgt direkt: (2 P)

   $$f \overset{0.5}{=} \frac{c}{\lambda} \overset{0.5}{=} \frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0.0070\,\mathrm{m}} \overset{1}{=} \underline{\underline{48571\,\mathrm{Hz}}} = \underline{\underline{49\,\mathrm{kHz}}}$$

   (b) Die Fledermaus erzeugt einen **für das menschliche Hörvermögen zu hohen Ton**, denn unser Hörbereich geht bis maximal $20\,000\,\mathrm{Hz}$ bei Kleinkindern und nimmt mit dem Alter ab. (1 P)

3. *Schalldruckdiagramme und Frequenzspektren (5 Punkte)*

   Die Zuordnungen sind: $\underline{\underline{\text{A} \leftrightarrow 4}}$, $\underline{\underline{\text{B} \leftrightarrow 3}}$, sowie $\underline{\underline{\text{C} \leftrightarrow 1}}$.

   Begründungen:

   - Aus den Schalldruckdiagrammen lassen sich Grundperioden T_0 ablesen. Bei Diagramm A und C findet man $T_{0,\mathrm{A}} = T_{0,\mathrm{C}} \approx 5.6\,\mathrm{ms}$. Bei B ist $T_{0,\mathrm{B}} \approx 2.5\,\mathrm{ms}$. (0.5 P)
   - Daraus folgt für die Grundfrequenzen f_0: (1 P)

   $$f_{0,\mathrm{A}} = f_{0,\mathrm{C}} = \frac{1}{T_{0,\mathrm{A}}} \approx \frac{1}{0.0056\,\mathrm{s}} \approx 180\,\mathrm{Hz} \qquad \text{und} \qquad f_{0,\mathrm{B}} = \frac{1}{T_{0,\mathrm{B}}} \approx \frac{1}{0.0025\,\mathrm{s}} = 400\,\mathrm{Hz}$$

   - Zum Schalldruckdiagramm B kann wegen der Grundtonfrequenz von $f_{0,\mathrm{B}} = 400\,\mathrm{Hz}$ nur das Frequenzspektrum 3 gehören. Umgekehrt kommt Frequenzspektrum 2 für kein Schalldruckdiagramm in Frage! (0.5 P)
   - Im Schalldruckdiagramm A ist eine Oberschwingung sehr ausgeprägt, nämlich diejenige, die innerhalb einer Grundperiode viermal schwingt. D.h., das zu diesem Diagramm gehörende Frequenzspektrum muss einen ausgeprägten vierten Peak (= 3. Oberschwingung) aufweisen. Somit ist klar, dass A und 4 zusammengehören.

     Umgekehrt ist im Schalldruckdiagramm C eine starke 1. Oberschwingung erkennbar. Das Diagramm lässt sich am ehesten durch eine Sinuskurve approximieren, welche innerhalb der Grundperiode zweimal schwingt. Dazu gehört das Frequenzspektrum 1. (2 P)