

Übungen zum elektrischen Strom

Serie 2: Elektrische Spannung und elektrische Stromstärke

1. Grundrechnungen zur Spannungsdefinition $U := \frac{\Delta E}{Q}$

Beispielaufgabe: Ein Handy verbraucht bei einem kurzen Anruf eine Energie von 3.7 J. Mit welcher Spannung arbeitet der Handy-Akkumulator (Akku), wenn während dem Anruf 0.74 C Ladung von seinem einen zu seinem anderen Pol geflossen sind?

Lösung: Pro 0.74 C Ladung hat der Handy-Akku 3.7 J Energie abgegeben. Daraus folgt für die Spannung des Akkus:

$$U = \frac{\Delta E}{Q} = \frac{3.7 \text{ J}}{0.74 \text{ C}} = \underline{\underline{5.0 \text{ V}}} \quad \text{“Spannung ist Energie pro Ladung.”}$$

(a) Eine Sparlampe trägt die Aufschrift 230V/15W. Dies sagt mir, dass die Lampe pro Sekunde eine Energie von 15 J bezieht, wenn sie an 230 V Spannung angeschlossen wird (Leistungseinheit Watt = Joule pro Sekunde, $W = \frac{J}{s}$).

Welche Ladungsmenge fließt demnach pro Sekunde durch die Sparlampe?

(b) **Fortsetzung von (a):** Wie viele Leitungselektronen geben pro Sekunde ihre elektrische Energie in der Lampe ab?

Zur Erinnerung: Jedes Elektron trägt genau eine (negative) Elementarladung mit einem Betrag von $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

(c) Der Taschenrechner TI-89 arbeitet mit einer Spannung von 6.0 V (= vier hintereinander geschaltete Batterien mit je 1.5 V).

Bei einer Multiplikation fließen total 12.5 mC durch den Rechner. Wie viel Energie hat der TR für die Multiplikation benötigt?

(d) Eine 1.5 V-Batterie (Alkali, Typ AA) beinhaltet neu eine Energie von etwa 10 kJ.

Wie viele Elektronen fließen vom Minus- zum Pluspol, bis die Batterie “leer” ist?

Tipp: Betrachte nochmals die Aufgaben (a) und (b).

2. Zum Verständnis der elektrischen Spannung (Teilaufgabe an der Zwischenprüfung)

“Zwischen der Fahrleitung der Zürcher Trams und den elektrisch neutralen Schienen herrscht eine (Gleich-)Spannung von 600 V.”

Erläutere anhand dieses Beispiels die Idee hinter der physikalischen Grösse **elektrische Spannung**. Was besagen die 600 V ganz konkret?

Tipp: Studiere nochmals die Anmerkungen zur Spannungsdefinition auf Seite 19 des Skripts.

3. Zum Verständnis der elektrischen Stromstärke (Teilaufgabe an der Zwischenprüfung)

(a) “In der Schweiz begrenzen normale Haushaltssicherungen die Stromstärke pro Zimmer auf 10 A.”

Erläutere anhand dieses Beispiels das Verständnis zur physikalischen Grösse **elektrische Stromstärke**. Was besagen die 10 A ganz konkret?

(b) “Die Ladung einer typischen AA 1.5 V-Batterie beträgt 1000 mAh.”

Erläutere auch den Inhalt dieser Aussage. Weshalb kann die **Ladung** einer Batterie in **Milliamperestunden** mAh angegeben werden und warum könnte die Ladungsangabe in dieser komischen Einheit praktischer sein als in Coulomb?

Tipp: Hilfreich ist folgende Umstellung der Stromstärkedefinition: $Q = I \cdot \Delta t$.

4. Elementare Messungen und Feststellungen im elektrischen Stromkreis

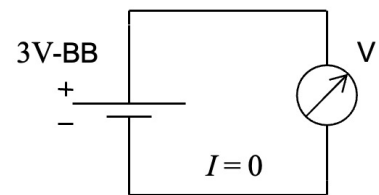
In dieser praktischen Aufgabe geht es darum, dass du an einem sehr einfachen, realen Stromkreis die beiden neu eingeführten Grössen **Spannung** und **Stromstärke** besser kennenlernst. Dabei machst du auch Bekanntschaft mit dem **Multimeter**, also mit dem Messgerät, das uns diese Grössen erfassen lässt (siehe Bild rechts). Zudem wirst du beobachten, wie die Spannung von Batterien leicht einbricht, wenn man sie belastet, also tatsächlich einen Stromkreis antreiben lässt.



(a) Leerlaufspannung der unbelasteten Batterie

Zuerst verwenden wir das Multimeter als **Voltmeter**, also als Spannungsmessgerät. Dazu wählst du auf der Drehscheibe den **Messbereich** für Gleichspannungen $V_{\text{=}}$ auf der Einstellung 20. Dies bedeutet, dass das Multimeter Gleichspannungen bis zu 20 V messen kann. Das ist für unsere Messungen mit dem 3 V-Batterieblock (BB) genau richtig.

Damit Spannungen gemessen werden können, ist das eine Kabel an die Buchse mit Anschrift $V\Omega Hz$ anzuschliessen. Das andere Kabel kommt an die COM-Buchse. Bei dieser Verkabelung lässt das Multimeter selber keinen Strom passieren. Merke:



**Ein Voltmeter lässt keinen Strom durch.
Es misst lediglich die Spannung zwischen zwei Stellen.**

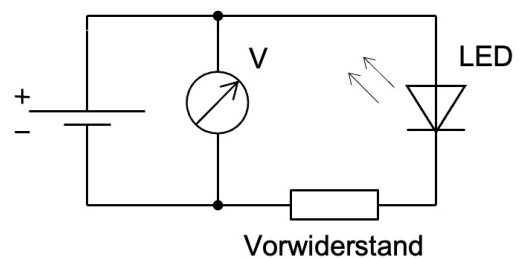
In diesem ersten Messkreis fliesst also kein Strom.¹ Du misst somit die Spannung am **unbelasteten Batterieblock (= Leerlaufspannung)**. Notiere dir diesen Wert:

Leerlaufspannung des unbelasteten Batterieblocks: $U_0 =$ V

Anmerkung: Bei frischen nicht-wiederaufladbaren Batterien würde die Leerlaufspannung etwas über 3 V betragen. Wir arbeiten allerdings mit wiederaufladbaren Akkus, deren Leerlaufspannung auch im voll geladenen Zustand deutlich unter 3 V liegt.

(b) Spannung am Batterieblock bei Belastung

Nun lassen wir den Batterieblock eine LED (mit schützendem Vorwiderstand) antreiben. Dabei messen wir immer noch die Spannung am Batterieblock.



Zur Erinnerung: Die LED lässt den Strom nur in eine Richtung passieren. Dazu muss das längere Bein im Stromkreis gegen den positiven Batteriepol ausgerichtet sein. Der Vorwiderstand sorgt dafür, dass die Spannung über der LED einen Wert von 2.1 V nicht überschreitet. Dies wäre für die LED nämlich langfristig eine zu grosse Spannung.

Spannung am belasteten Batterieblock: $U =$ V

Fazit: Bei Belastung bricht die Batteriespannung ein ganz klein wenig ein. Grund dafür ist die Tatsache, dass die Materialien in der Batterie den Strom nicht ideal leiten. Später werden wir sagen: Batterien besitzen einen **Innenwiderstand**.

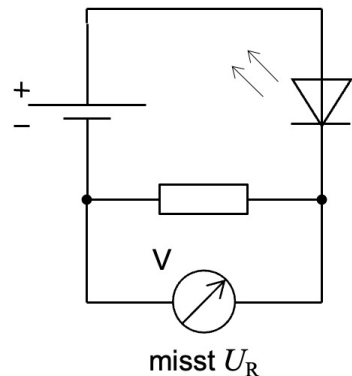
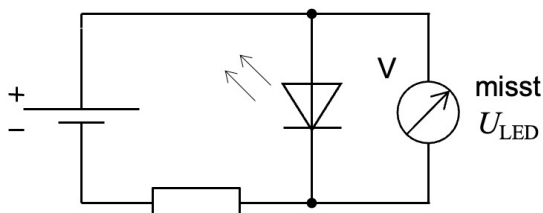
¹Diese Aussage gilt streng genommen nur für **ideale Voltmeter**. Ein ganz winziger Strom fliesst also bei unserer Messung.

(c) Spannungen im Stromkreis

Jetzt interessieren uns die Spannungen innerhalb des Stromkreises, also U_{LED} über der LED und U_R über dem Vorwiderstand. (N.B.: R für engl. *Resistor* = Widerstand).

Miss diese beiden Spannungen. Dazu musst du lediglich das Voltmeter geeignet umstecken. Den Rest des Stromkreises kannst du unverändert lassen. Halte deine Messwerte fest:

Spannung LED: $U_{LED} =$ V
 Spannung Vorwiderstand: $U_R =$ V
 Summe (berechnen!): $U_{LED} + U_R =$ V



Die Summe über beide Spannungen entspricht dem Spannungswert U an der belasteten Batterie. D.h., bei der **Serie-** resp. **Reihenschaltung** mehrerer Schaltelemente, also beim hintereinander Legen mehrerer Verbraucher, teilt sich die Gesamtspannung auf die verschiedenen Schaltelemente auf.² Wir merken uns:

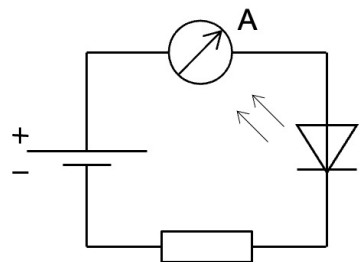
Bei der Serieschaltung ist die Gesamtspannung gleich der Summe der Teilspannungen über den einzelnen Schaltelementen.

(d) Die Stromstärke im Stromkreis

Schliesslich möchten wir wissen, wie stark der Strom im Stromkreis ist. Dazu müssen wir das Multimeter als **Amperemeter** in den Stromkreis einbauen.

Zur Messung der Stromstärke muss der Strom durch das Amperemeter hindurch fließen. Dieses muss folglich seriell in den Stromkreis eingebaut werden. Am Multimeter muss die Drehscheibe auf den Gleichstrom-Amperemeter-Bereich **A** eingestellt sein. Für unsere Messwerte ist die 20m-Einstellung gut. Damit lassen sich Stromstärken bis maximal 20 mA (Milliampere) erfassen. Zudem muss der eine Anschluss von der $V\Omega Hz$ auf die mA-Buchse umgesteckt werden.

Als seriell eingebautes Schaltelement beeinflusst das Amperemeter allerdings den Stromfluss, denn es stellt einen zusätzlichen Widerstand für den elektrischen Strom dar. Gute Amperemeter müssen folglich einen möglichst geringen Widerstand aufweisen. Idealisiert merken wir uns:



Ein Amperemeter wird seriell in einen Stromkreis eingebaut. Es weist selber keinen elektrischen Widerstand auf, sondern lässt den Strom ungehindert passieren.

Miss nun die Stromstärke in deinem LED-Stromkreis:

Stromstärke im LED-Stromkreis: $I =$ mA

Anmerkung: Diese Stromstärke ist überall im Stromkreis gleich gross. Die LED oder der Vorwiderstand verbrauchen nicht den Strom, sondern die elektrische Energie, die von den Ladungen im Stromkreis transportiert wird!

²Im Prinzip gibt es auch über jedem einzelnen Drahtabschnitt eine ganz kleine Spannung, die wir bei der Bildung der Summe berücksichtigen müssten. Diese Spannungen sind wegen der sehr guten Leitfähigkeit der Drähte allerdings verschwindend klein, sodass man sie nicht explizit zu messen oder in Rechnungen zu berücksichtigen braucht.

5. Rechnungen mit der elektrischen Stromstärke und der elektrischen Spannung

Beispielaufgabe 1: Ein elektrischer Wasserkocher ist an eine normale Schweizerische Steckdose angeschlossen.

Schalte ich den Kocher ein, so wird er pro Sekunde mit einer Energie von 1850 J versorgt (bezogene elektrische Leistung: 1850 W).

Welche Stromstärke fließt demzufolge im Kocher?

Lösung 1: Eine normale Schweizerische Steckdose stellt eine Spannung von $U = 230 \text{ V}$ bereit. Soll diese Spannungsquelle eine Energiemenge von 1850 J an den Wasserkocher abgeben, so lässt sich aus der Spannungsdefinition berechnen, wie gross die Ladungsmenge Q sein muss, um diese Energie an Wasserkocher zu übertragen:

$$U = \frac{\Delta E}{Q} \Rightarrow Q = \frac{\Delta E}{U} = \frac{1850 \text{ J}}{230 \text{ V}} = 8.04 \text{ C}$$

Pro Sekunde wird der Wasserkocher mit 1850 J Energie versorgt. D.h., pro Sekunde muss er von einer Ladungsmenge von 8.04 C durchflossen werden. Daraus können wir mittels Stromstärke-Definition auf die Stromstärke I schliessen:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{8.04 \text{ C}}{1 \text{ s}} = \underline{\underline{8.04 \text{ A}}}$$

Beispielaufgabe 2: In einem Draht fließe ein Strom der Stärke 25 mA. Wie viele Leitungselektronen passieren eine Stelle des Drahtes innerhalb von genau vier Sekunden?

Lösung 2: Aus der Stromstärkenangabe $I = 25 \text{ mA}$ lässt sich berechnen, welche Ladungsmenge Q eine Stelle des Drahtes innerhalb von vier Sekunden passiert:

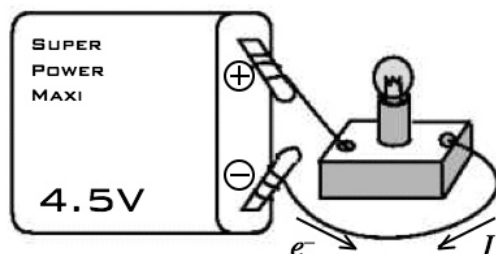
$$I = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = I \cdot \Delta t = 25 \text{ mA} \cdot 4 \text{ s} = 0.025 \text{ A} \cdot 4 \text{ s} = 0.1 \text{ C}$$

Diese Ladungsmenge setzt sich aus Leitungselektronen zusammen, die je einen Ladungsbetrag von $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ tragen. Daraus folgt für deren Anzahl N :

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{0.1 \text{ C}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = \underline{\underline{6.2 \cdot 10^{17}}}$$

- (a) Ein Lämpchen wird an einer 4.5 V-Batterie betrieben. Dadurch wird ihm pro Sekunde eine Energie von 3.5 J zugeführt. Welche Stromstärke fließt demnach in diesem einfachen Stromkreislauf und wie viele Leitungselektronen geben pro Sekunde darin ihre elektrische Energie ab? Gib die Antwort in Milliampere.

Hinweis: Mit der Spannungsdefinition $U := \frac{\Delta E}{Q}$ kannst du ableiten, welche Ladungsmenge pro Sekunde die Batterie verlassen muss.



- (b) In einem Gerät fließt ein Strom der Stärke 7.8 A. Dadurch wird es sekundlich mit 1800 J Energie versorgt. Welche Spannung liegt über dem Gerät an?

6. Auswertungen zum LED-Stromkreis aus Aufgabe 4

Übertrage nochmals die in Aufgabe 4 gemessenen Spannungs- und Stromstärkewerte:

$$U_0 = \quad \text{V} \quad U = \quad \text{V} \quad U_{\text{LED}} = \quad \text{V} \quad U_{\text{R}} = \quad \text{V} \quad I = \quad \text{mA}$$

Aus diesen Daten können wir alle wesentlichen Aussagen zu unserem Stromkreis ableiten:

(a) Spannung über dem Innenwiderstand der Batterie

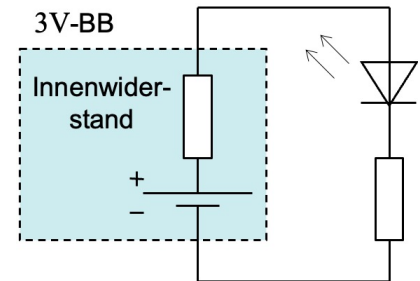
Der Grund für das Absinken der Leerlaufspannung U_0 auf die Klemmenspannung U bei angeschlossener LED ist die schlechte Leitfähigkeit des Batterieinnern.

Wir sagen: Batterien besitzen einen **Innenwiderstand**.

Der chemische Prozess in der Batterie liefert die Leerlaufspannung U_0 , aber durch den Innenwiderstand gibt es bei Belastung einen Spannungsabfall U_i über diesem.

Der Innenwiderstand kann einfach als zusätzlicher seriell geschalteter Widerstand aufgefasst werden (siehe Schaltschema). Aufgrund der Spannungsaddition bei Serieschaltungen können wir den Spannungsabfall über dem Innenwiderstand problemlos beziffern:

$$U_0 = U + U_i \quad \Rightarrow \quad U_i = U_0 - U =$$



(b) Sekündliche Ladungsmenge

Die Stromstärke gibt direkt an, wie viel Ladung Q pro Sekunde an jeder einzelnen Stelle des Stromkreises vorbeikommt, also z.B. in der LED, oder im Vorwiderstand, etc.:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad Q = I \cdot \Delta t = \quad \text{mA} \cdot 1 \text{ s} = \quad \text{mC}$$

Hinweis: Da die Ladungs-, Spannungs-, Stromstärke-, Energie- und Leistungswerte so gering sind, behalten wir hier und in den weiteren Teilaufgaben den SI-Vorsatz **Milli** m bei.

(c) Sekündliche Energieumsätze

Mit den Spannungsangaben und der eben berechneten sekundlichen Ladungsmenge lassen sich nun die sekundlichen Energieumsätze in sämtlichen Teilen der Schaltung bestimmen:

$$U = \frac{\Delta E}{Q} \quad \Rightarrow \quad \Delta E = U \cdot Q$$

Z.B. ergibt sich für die Energieumsätze der Batterie und der LED pro Sekunde:

$$\Delta E_0 = U_0 \cdot Q = \quad \text{V} \cdot \quad \text{mC} = \quad \text{mJ}$$

$$\Delta E_{\text{LED}} = U_{\text{LED}} \cdot Q = \quad \text{V} \cdot \quad \text{mC} = \quad \text{mJ}$$

Analog berechnest du die sekundlichen Energieumsätze ΔE_{R} im Vorwiderstand und ΔE_i im Innenwiderstand der Batterie.

(d) Elektrische Leistungen

Da es sich bei den unter (c) erhaltenen Werten um sekundliche Energieumsätze handelt, kann man diese Beträge direkt als Leistungen P in der Einheit Milliwatt mW angeben. Z.B.:

$$P_0 = \frac{\Delta E_0}{\Delta t} = \frac{\text{mJ}}{1 \text{ s}} = \quad \text{mW}$$

Analog gibst du P_{LED} , P_{R} und P_i an.

(e) **Effizienz des LED-Betriebs**

Aufgrund dieser Leistungen kann man sofort angeben, wie viel Prozent elektrische Energie aus der Batterie schlussendlich in der LED umgesetzt wird. Diese Angabe kann man als Wirkungsgrad η des Stromkreises auffassen:

$$\eta = \frac{P_{LED}}{P_0} = \frac{\text{mW}}{\text{mW}} = \quad \%$$

Geht es darum, wie viel Licht aus der LED herauskommt, dann wäre zudem die Frage zu beantworten, wie gut die LED die elektrische Energie in Lichtenergie umwandeln kann. . .

(f) **Laufzeit der Batterie**

Die beiden Batterien im Batterieblock enthalten neu eine Energie von zusammen etwa 13kJ. Wie lange kann damit die LED betrieben werden?

Tipp: Die Batterieleistung P_0 gibt an, wie viel Energie die Batterie pro Sekunde abgibt. . .

Hinweis: Die folgenden Zusatzaufgaben sind für all jene gedacht, die ein bisschen über den Tellerrand hinausschauen und sich mit weiteren interessanten Aspekten des Themas beschäftigen möchten.

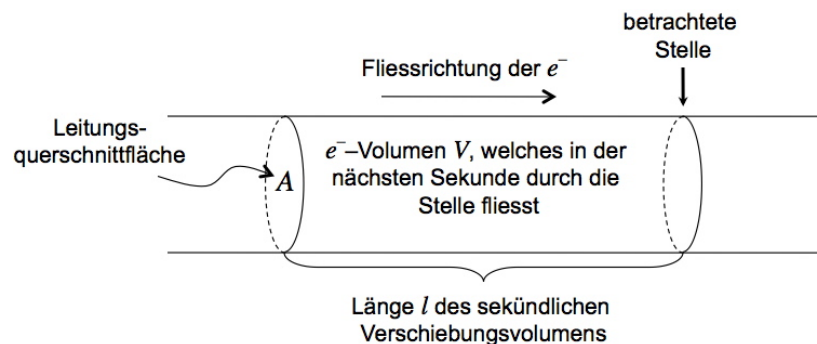
7. Zusatzaufgabe: Die Driftgeschwindigkeit von Leitungselektronen in Kupfer

Wie schnell sind eigentlich Leitungselektronen in einem Metalldraht unterwegs, wenn darin Strom fließt? Was für ein Bild sollten wir uns machen, eines von Schnecken oder eines von Sprintern? Tatsache ist, dass sich die Leitungselektronen nicht reibungsfrei durch das Material bewegen, denn diese Reibung ist die Ursache der Joule'schen Wärme.

Fragen wir nun konkret: Wie schnell sind die Leitungselektronen in einem 1 mm dicken Kupferdraht, wenn darin ein Strom von 1.0 A Stromstärke fließt?

Hier einige Hinweise und Überlegungsansätze, mit denen du die Frage angehen kannst:

- Wir betrachten eine Stelle im Kupferdraht. Bei 1.0 A Stromstärke wird diese Stelle von N Leitungselektronen pro Sekunde passiert. Wie gross ist dieses N ?
- Diese sekundliche Anzahl Leitungselektronen beansprucht im Draht ein bestimmtes Volumen V , das sich in einer Sekunde an der betrachteten Stelle vorbeischiebt:



- Bei Kupfer ist etwa **1 Leitungselektron pro Atom** vorhanden. Das sekundliche Verschiebungsvolumen V entspricht somit dem Platz, den N Atome in Kupfer einnehmen. Das Volumen eines einzelnen Cu-Atoms beträgt $V_A = 1.18 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$. Damit folgt für das Verschiebungsvolumen: $V = N \cdot V_A = \dots$
- Jedes Leitungselektron bewegt sich im Mittel so schnell wie das Verschiebungsvolumen. Deswegen Geschwindigkeit lässt aber relativ leicht berechnen: Pro Sekunde verschiebt es sich ja um seine Länge l !
- Unsere Leitung ist zylinderförmig. Somit gilt für die sekundliche Verschiebungslänge:

$$V = A \cdot l = \pi \cdot r^2 \cdot l = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot l = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot l}{4} \Rightarrow l = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2} = \dots$$

Dabei ist d der Kabeldurchmesser von 1.0 mm.

Bestimme schliesslich die mittlere Geschwindigkeit der Leitungselektronen, wobei du für das Resultat eine geeignete Einheit wählst. Wie steht es nun mit den Leitungselektronen? Sind sie eher schnell oder eher langsam unterwegs?

8. Zusatzaufgabe: Elektronenleitung – wohlverstanden!

Ein langes Kabel wird an eine Spannungsquelle angeschlossen. Es fließt Strom.

Weshalb beginnen sich auch die Leitungselektronen in der Mitte des Kabels ohne Verzögerung zu bewegen? Weshalb ist also überall im Kabel sofort Strom vorhanden, auch wenn die Leitungselektronen selber ja sehr langsam unterwegs sind, wovon du dich in Aufgabe 7 überzeugen konntest?

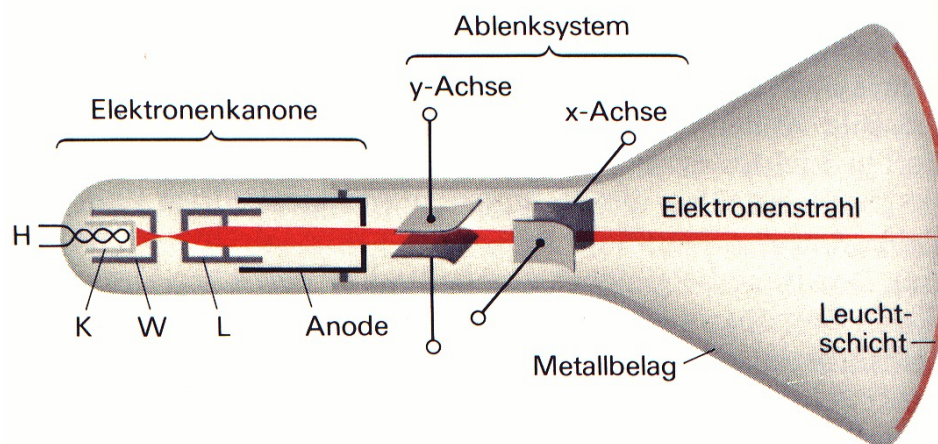
Tip: Denke an die Coulombkräfte zwischen den Leitungselektronen im Metallkabel.

9. Zusatzaufgabe: Elektronenbeschleunigung im Fernseher

Ein alter Fernseher mit **Röhrenbildschirm** enthält eine sogenannte **Kathodenstrahl-** oder auch **Braun'sche Röhre** (Bild unten). Dies ist eine Glasröhre, in der ein Vakuum herrscht. Einem Elektron e^- stellen sich hier im Gegensatz zur Situation in einem Metalldraht keine Teilchen in den Weg. Es kann sich ungebremst bewegen.

Damit sich ein e^- von der **Kathode** (= negativer Pol) lösen kann, muss diese erhitzt werden. Man spricht von einer **Heizkathode** (H+K).

Zwischen Kathode und **Anode** (= positiv geladenes Plättchen) besteht eine Spannung von z.B. $U = 17\,000\text{ V}$! Deshalb "saust" ein e^- in Richtung Anode, sobald es aus der Kathode ausgetreten ist. Aufgrund der Strahlbündelung durch die anderen Teile (W+L) der **Elektronenkanone** und wegen der Symmetrie des Aufbaus treffen die e^- nicht auf das Anodenplättchen, sondern passieren ein darin befindliches Loch. Insgesamt erzeugt die Kanone so einen **Elektronenstrahl**, der in Richtung Leuchtschirm austritt.



- (a) Betrachte ein einzelnes e^- , welches sich von der Kathode zur Anode bewegt. Berechne die dabei freigesetzte elektrische Energie:

$$\Delta E = |q_e| \cdot U = e \cdot U = \dots$$

- (b) Was passiert mit dieser freigesetzten elektrischen Energie? Das e^- kann sie nicht abgeben, da es unterwegs im Vakuum auf keine anderen Teilchen trifft. Demzufolge muss es diese Energie selber behalten, und zwar in Form von **kinetischer Energie** E_{kin} (= Bewegungsenergie). Die Energie steckt nun also in der Bewegung des Elektrons!

Für die Bewegungsenergie kennen wir aus der Mechanik eine Formel. Ein Objekt der Masse m , welches sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, besitzt eine kinetische Energie von:

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Berechne nun mit deinem Resultat aus (a) die Geschwindigkeit eines e^- beim Austritt aus der Elektronenkanone (Antwort in $\frac{\text{km}}{\text{s}}$)!

Hinweis: $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$.

Der Vollständigkeit halber: Treffen die e^- auf den Leuchtschirm, so geben sie dort ihre kinetische Energie ab. Diese erzeugt den Lichtblitz, der zusammen mit den Lichtblitzen vieler anderer geeignet beschleunigten und abgelenkten Elektronen auf dem Schirm das sichtbare Fernsehbild entstehen lässt.