

# Übungen zur Mechanik

## Serie 10: Berechnungen zur Energieerhaltung

### 1. Der Fall des Gummiballs

- Ein Gummiball (Masse  $m = 430\text{ g}$ ) befindet sich  $2.50\text{ m}$  über Boden und ruht in meiner Hand. Welche potentielle Energie hat der Ball in dieser Situation gegenüber dem Boden?
- Lasse ich den Ball fallen, so hat er auf  $1.70\text{ m}$  Höhe, also nachdem er eine Strecke von  $0.80\text{ m}$  gefallen ist, bereits eine Geschwindigkeit von  $3.96\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Berechne in dieser Situation die **totale mechanische Energie** des Balls, also die Summe aus kinetischer und potentieller Energie (letztere wiederum gegenüber dem Boden als Nullniveau).
- Ganz kurz vor dem Aufprall (also bei  $h \approx 0$ ), hat der Ball eine Geschwindigkeit von  $7.00\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Welche Energie besitzt er nun?
- Vergleiche die drei Resultate aus (a), (b) und (c). Was fällt dir auf und was für Schlüsse ziehst du daraus?

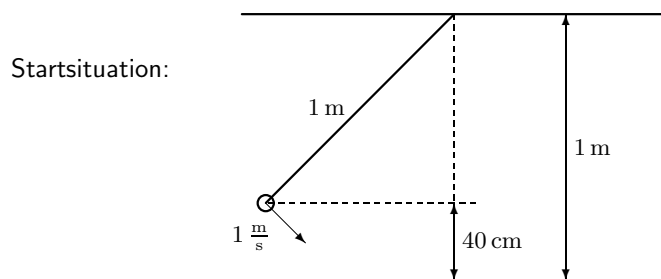
### 2. Der Medizinball im Unterricht

Im Unterricht habe ich den Medizinball mit einer Masse  $3.5\text{ kg}$  senkrecht in die Höhe geworfen. Nach der Beschleunigung, also beim Verlassen meiner Hände, betrug seine Höhe  $1.45\text{ m}$  (= Distanz zwischen dem Boden und der Unterseite des Balls).

- Beschreibe, was für Energieumwandlungen abgelaufen sind, bis ich den Ball wieder aufgefangen habe.
- Der Ball erreicht eine maximale Höhe von  $2.38\text{ m}$ . Mit welcher Geschwindigkeit hat er demzufolge meine Hand verlassen?
- Welche Geschwindigkeit hatte der Ball auf einer Höhe von  $2.00\text{ m}$  über Boden?
- Von welcher zusätzlichen Annahme sind wir bei den Berechnungen unter (b) und (c) ausgegangen? Weshalb war diese Annahme notwendig und weshalb ist sie gerechtfertigt?

### 3. Ein Fadenpendel

Ein Fadenpendel (Fadenlänge  $1.00\text{ m}$ ) wird so weit ausgelenkt, dass die Kugel  $40.0\text{ cm}$  höher ist, als wenn sie ruhig am Faden hängen würde. In dieser Situation wird der Kugel ausserdem eine Startgeschwindigkeit von  $1.00\frac{\text{m}}{\text{s}}$  gegeben.



- Mit welcher Geschwindigkeit durchquert die Kugel die tiefste Lage ihrer Bahn? Gib die Antwort in  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .
- Welche Höhe über der tiefsten Lage erreicht die Kugel bei ihrer Pendelbewegung maximal? Gib die Antwort in Zentimeter.

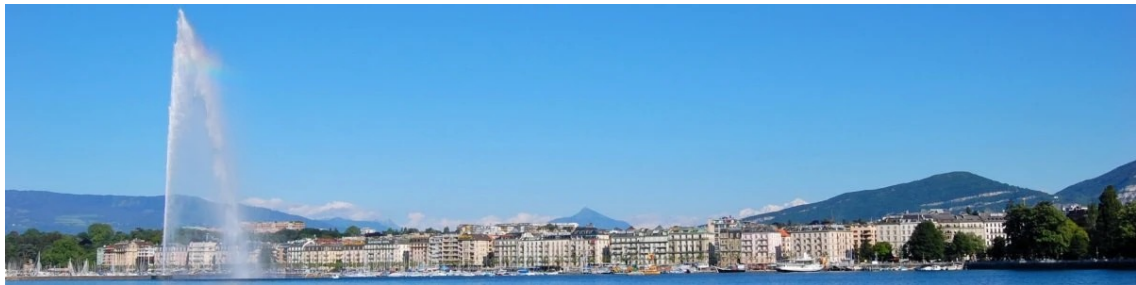
#### 4. *Abschuss auf einem Turm*

Auf der Aussichtsplattform eines Turms werfe ich einen Stein senkrecht in die Höhe (Abwurfhöhe: 34 m über Boden). Er erreicht eine maximale Höhe von 51 m über Boden.

- (a) Mit welcher **Geschwindigkeit** habe ich den Stein in die Höhe geworfen? Der Luftwiderstand sei vernachlässigbar.
- (b) Auf welcher **Höhe über Boden** kommt der Stein mit einer Geschwindigkeit von  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  vorbei?
- (c) Beim Runterfallen verfehlt der Stein die Plattform, auf der ich stehe und fällt bis zum Erdboden weiter. Bis zum Aufprall auf dem Boden wächst der Luftwiderstand merklich an, sodass der Stein ( $m = 273 \text{ g}$ ) bis dahin insgesamt 15 J an mechanischer Energie verliert.  
Mit welcher **Geschwindigkeit** erfolgt der Aufprall am Boden?

#### 5. *Die Leistung des Jet d'Eau in Genf*

In Genf steht am Seebecken eine Wasserfontäne, der **Jet d'Eau** (sprich: "Schedo"), welche einen Wasserstrahl 125 m in die Höhe schießt.



- (a) Berechne, mit welcher Geschwindigkeit das Wasser (theoretisch) unten aus der Düse geschossen werden muss. Gib deine Antwort in  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ .  
**Tipp:** Stelle dir den Strahl zusammengesetzt aus vielen kleinen Portionen Wasser vor und denke die Aufgabe für eine einzelne solche Portion durch.
- (b) In der Realität beträgt die Strahlgeschwindigkeit unten etwa  $216 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Begründe in ein paar Sätzen, warum diese Geschwindigkeit grösser ist als die unter (a) berechnete.
- (c) Pro Sekunde verlassen 500 Liter Wasser (entspricht etwa  $500 \text{ kg}$ ) die Düse unten. Bestimme mit der Angabe in (b), welche Beschleunigungsleistung die Wasserpumpen am Wasser verrichten müssen. Geben Sie die Antwort in Kilowatt.  
**Tipp:** "Leistung ist Arbeit pro Zeit." Die Beschleunigungsleistung ist demnach gegeben durch die pro Zeitspanne am Wasser verrichtete Beschleunigungsarbeit.

#### 6. *Reibungsarbeit eines "Brummis"*

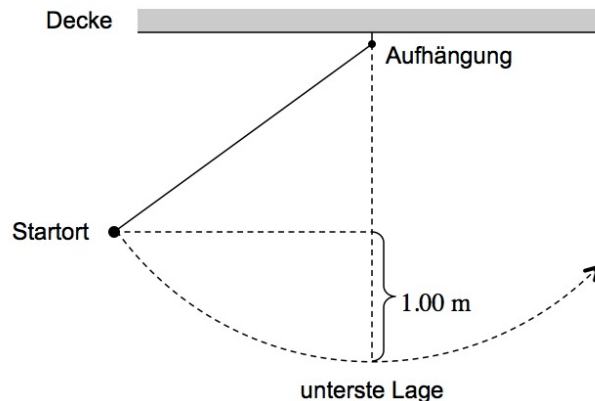
Ein Lastwagen besitze eine Masse von 28 t. Ohne auf die Bremse (oder aufs Gaspedal) zu treten verringere sich seine Geschwindigkeit auf einer horizontalen Strecke von 150 m von  $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  auf  $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Wir wollen annehmen, der Luftwiderstand spiele für diese Temporeduktion keine Rolle.

**Wie gross ist demnach die Rollreibungszahl zwischen Pneu und Strasse?**

**Tipp:** Energieerhaltung bedeutet hier:  $E_{\text{kin},1} = E_{\text{kin},2} + W_{\text{R}}$ .

### 7. Ausschwingendes Fadenpendel

Ein schweres Fadenpendel wird anfangs so ausgelenkt, dass die am Faden aufgehängte Kugel sich 1.00 m über der tiefsten Lage der Pendelbewegung befindet:



Nun wird die Kugel losgelassen und das Pendel schwingt hin und her.

- Weshalb kommt das Pendel nach einiger Zeit schliesslich zum Stillstand?
- Nehmen wir an, das Pendel verliert durch Reibung während einer Minute hin und her Schwingen gerade 32% seiner mechanischen Gesamtenergie, wobei das Nullniveau der potentiellen Energie auf der untersten Lage des Pendels angesetzt werden soll.  
Mit welcher **Geschwindigkeit** passiert das Pendel nach dieser Minute eine Höhe von 50.0 cm über der untersten Lage? Geben Sie die Antwort in  $\frac{m}{s}$ .
- Nehmen wir an, das Pendel verliert während der nächsten Minute noch einmal 32% seiner mechanischen Gesamtenergie. Welche Höhe über der tiefsten Lage wird die Kugel dann maximal noch erreichen?

### 8. Einen Gummiball fallen lassen

Ein Gummiball wird fallen gelassen und hüpft anschliessend einige Male auf und ab, bevor er auf dem Boden liegen bleibt.

- Nach dem Bodenkontakt springt der Ball wieder in die Luft. Weshalb ist die danach erreichte Maximalhöhe sicher kleiner als die Höhe, aus welcher der Ball fallen gelassen wurde?  
Gib eine kurze Erklärung, in welcher du dich auf die Energie des Balls beziehst. Achte dabei auf einen korrekten Gebrauch der physikalischen Fachsprache.
- Während dem Hüpfen gibt es immer wieder einen Moment, in welchem der Gummiball den Boden berührt und keine Geschwindigkeit hat (unterster Punkt der Bewegung).  
In welcher Energieform liegt die mechanische Energie des Balls in diesem Moment und woran liesse sich diese Energieform erkennen?

### 9. Bessere Autos?

Ein Auto ( $m = 1200 \text{ kg}$ ) ist mit  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  unterwegs. Plötzlich muss der Fahrer abrupt bremsen. Nach kurzer Zeit gibt er die Bremse wieder frei und das Auto rollt mit  $44 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  weiter.

- Bestimmen Sie, welche Menge kinetische Energie während diesem Bremsvorgang verloren gegangen ist. Geben Sie die Antwort in kJ.
- Was ist (bei einem konventionellen Auto) mit dieser verlorenen Energie passiert?
- Wie könnte man diese verloren gegangene Energie später wieder zur Beschleunigung des Autos verwenden? Denken Sie sich die eine oder andere Idee für die Autokonstrukteure aus!  
**Tipp:** Gesucht wird also ein Zwischenspeicher für die verlorengegangene Energie.

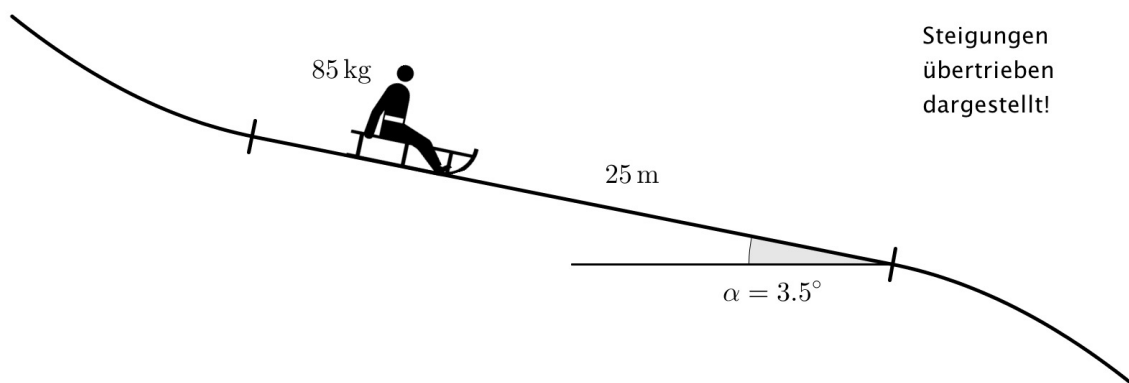
## 10. Ein Auto am Hang

Ein Auto steht auf einer leicht geneigten Strasse. Es besitzt eine Masse von 1150 kg. Der Fahrer löst die Bremse und das Auto beginnt (ohne Motorenhilfe) abwärts zu rollen. Nach genau 5.00 m Höhendifferenz besitzt es eine Geschwindigkeit von  $34.7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

- Wie viel potentielle Energie hat das Auto während dem Vorgang verloren? Gib die Antwort in Kilojoule.
- Welche Beschleunigungsarbeit wurde (durch die Gewichtskraft) am Auto verrichtet? Antworte auch hier in Kilojoule.
- Deine Resultate aus (a) und (b) sollten richtigerweise zeigen, dass das Auto während dem Vorgang kein abgeschlossenes System bildete.  
Woraus wird das klar und weshalb war das Auto kein abgeschlossenes System?
- Welchen Prozentsatz seiner mechanischen Energie hat das Auto während dem Vorgang verloren?

## 11. Reibungsverlust beim Schlitteln (Zwischenprüfungsaufgabe)

Auf einem etwas flacheren Teilabschnitt einer Schlittelbahn (Neigungswinkel:  $3.5^\circ$ , Länge: 25 m) verringert sich die Geschwindigkeit eines Schlittlers (inkl. Schlitten 85 kg) von  $6.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  auf  $5.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , wenn er nicht angibt und es einfach laufen lässt.



- Wie gross ist die auf dieser Strecke verlorene mechanische Energie resp. die verrichtete Reibungsarbeit?**

Der Luftwiderstand sei vernachlässigbar.

**Tipp 1:** Die potentielle und die kinetische Energie am Anfang des Streckenabschnittes sind zusammen gleich gross wie die kinetische Energie am Schluss und der Reibungsverlust bis dahin erfolgten Reibungsarbeit (Nullniveau der potentiellen Energie = Ende des Streckenabschnittes).

**Tipp 2:** Die Anfangshöhe folgt aus einer trigonometrischen Überlegung (Vervollständigung des Steigungsdreiecks in der Skizze):  $h = s \cdot \sin \alpha$ .

- Berechne aus dem Resultat von Aufgabe (a) die Gleitreibungszahl zwischen Schlitten und Schnee.**

**Tipp:** "Arbeit ist Kraft mal Weg." Diese Definition gilt auch für die Reibungsarbeit:  $W_R = F_R \cdot s$ . Bedenke, dass wir uns auf der schiefen Ebene befinden. D.h., es gilt:

$$F_R = \mu \cdot F_N = \mu \cdot F_{G,\perp} = \dots$$

12. *Beau Jeu in Aktion*

Der offizielle EM-Fussball 2016 trug den Namen **Beau Jeu** ("schönes Spiel"). Welche **Beschleunigungsleistung** erfährt der Beau Jeu ( $m = 435 \text{ g}$ ) beim Treten eines Penaltys, wenn er anschliessend mit  $93 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  aufs Tor zu fliegt und der Tritt gerademal  $7.6 \text{ ms}$  gedauert hat ( $\text{ms} = \text{Millisekunden}$ )? Gib die Antwort in Kilowatt.



13. *Eine Sylvesterrakete*

Bei einem Sylvesterfeuerwerk startet eine Feuerwerksrakete senkrecht nach oben. Sie erreicht eine Höhe von  $47 \text{ m}$  bis sie schliesslich explodiert.

Die Hülle der Rakete ( $m = 72 \text{ g}$ ) fällt anschliessend von dieser Höhe aus leer zu Boden. Mit welcher Geschwindigkeit schlägt sie auf dem Boden auf?

Beantworte diese Frage **unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes**, welcher während dem Fallen zu einem Energieverlust von  $14 \text{ J}$  führt.

14. *Elektrizitätskosten beim Theater*

In einem kleinen Theater sind  $18$  Scheinwerfer mit einer maximalen Bezugsleistung von je  $850 \text{ W}$  im Einsatz. Wir wollen annehmen, das Theaterstück dauert  $1\frac{3}{4}$  Stunden, während denen die Scheinwerfer im Mittel mit  $55\%$  ihrer maximalen Leistung am leuchten sind.

**Wie teuer sind unter diesen Annahmen die Kosten für die elektrische Energie der Scheinwerfer bei einer Aufführung?**

**Strompreis:** Normaltarif von  $20 \text{ Rp. pro kWh}$ .

15. *Eine Neuüberlegung für Theorie-Fans: Die Beschleunigung eines Autos*

In der Kinematik sind wir bei Autos stets von einer gleichmässigen Beschleunigung ausgegangen. Das ist aber sicher nicht ganz richtig. Richtiger ist bestimmt die Annahme, dass der Motor bei ständig gleich runtergedrücktem Gaspedal eine konstante Beschleunigungsleistung erzeugt (solange man den Luftwiderstand einigermassen vernachlässigen kann).

Bestimme die Formel für die Geschwindigkeit  $v$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ , wenn mit konstanter Beschleunigungsleistung  $P_B$  aus dem Stand gestartet wird.

Vergleiche anschliessend die sich ergebende Zeitabhängigkeit mit derjenigen bei der gleichmässig beschleunigten Bewegung ( $v = a \cdot t$ ).

**Tipp:** Nach der Zeit  $t$  beträgt die am Auto verrichtete Beschleunigungsarbeit  $W_B = P_B \cdot t$ .