

6 Arbeit, Energie und Leistung

⇒ Energetische Betrachtungen – allgemein und speziell für die Mechanik

6.1 Arbeit, Energie und Leistung beim VBZ-Bus

Die Kapitel 3 und 4 liefern sämtliche Daten, um zur Fahrt des Busses nun auch energetische Betrachtungen anzustellen. Diese werden hier als Beispiele dienen.

6.2 Die Definition der Arbeit W : “Arbeit ist Kraft mal Weg”

Vorgänge resp. Abläufe sind in der Regel mit einem Arbeitsaufwand verbunden. Die Physik möchte den für einen Vorgang benötigten Arbeitsaufwand als Zahl mit Einheit angeben können. Dazu definiert sie die Arbeit – resp. gedacht eben: den **Aufwand** für eine Arbeit – wie folgt:

Die Definition der Arbeit W (= Goldene Regel der Mechanik)

*Auf einen Körper wirke eine konstante Kraft \vec{F} . Wird der Körper um die Strecke s in die Richtung von \vec{F} bewegt (egal wie und warum), so wird aufgrund dieser Kraft die **Arbeit** W am Körper verrichtet. Diese ist definiert durch:*

$$W = F \cdot s \quad (28)$$

“Arbeit = Kraft mal Weg.”

Anmerkungen zur Arbeitsdefinition

- Das Symbol W hat seinen Ursprung im englischen Wort *work*.
- **Idee der Arbeitsdefinition:** Bei (mechanischen) Vorgängen geht es um die **Verschiebung** von Objekten. Zwei Faktoren machen eine solche Verschiebung aufwändig:
 - i. Es muss mehr Arbeit verrichtet werden, wenn die dafür benötigte Kraft gross ist $\rightarrow F$.
 - ii. Je weiter die Verschiebung geht, desto mehr Arbeit muss verrichtet werden $\rightarrow s$.

Die Kombination beider Aspekte lautet: “Arbeit ist Kraft mal Weg.” Diese Aussage bezeichnet man auch als die **Goldene Regel der Mechanik**.

- **Die Verschiebung des Körpers um die Strecke s muss in Richtung der Kraft \vec{F} erfolgen.** Nur genau dann gilt die Arbeitsdefinition in dieser Form.
- **Der Kraftbetrag F muss über die Strecke hinweg konstant sein (oder es muss sich um einen Mittelwert handeln), damit man sie in diese Definition einsetzen darf.** Was sollte man denn sonst für den Wert von F einsetzen?
- Die Arbeit W erhält eine eigene SI-Grundeinheit, das **Joule J**. Aus der Arbeitsdefinition folgt für die Zusammensetzung des Joules aus SI-Grundeinheiten:

$$[W] = [F] \cdot [s] = \text{N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} =: \text{Joule} = \text{J}$$

Beispielrechnungen und -überlegungen am VBZ-Bus

Ungerundete Bewegungs- und Kraftdaten aus den Kapiteln 3 und 4:

Allgemein:	Busmasse:	$m = 26\,000\text{ kg}$
	Normalkraft:	$F_N = F_G = m \cdot g = 255\,060\text{ N}$
	Rollreibungszahl:	$\mu_R = 0.0075$
	Rollreibungskraft:	$F_R = \mu_R \cdot F_N = 1913\text{ N}$
1. Bewegungsabschnitt:	Resultierende Kraft:	$F_{\text{res},1} = m \cdot a_1 = 46\,429\text{ N} \quad \left(a_1 = 1.786 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$
	Motorenkraft:	$F_{M,1} = F_{\text{res},1} + F_R = 48\,342\text{ N}$
2. Bewegungsabschnitt:	Motorenkraft:	$F_{M,2} = F_R = 1913\text{ N}$
3. Bewegungsabschnitt:	Resultierende Kraft:	$F_{\text{res},3} = m \cdot a_3 = 65\,000\text{ N} \quad \left((-)2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$
	Bremskraft:	$F_{\text{Brems},3} = F_{\text{res},3} - F_R = 63\,087\text{ N}$

- Die Reibungskraft wirkt stets entgegen der Bewegungsrichtung des Busses. Das bedeutet, dass der Bus aufgrund dieser Kraft selber Arbeit abgeben muss. Wir sprechen von **Reibungsarbeit** W_R . Diese lässt sich leicht berechnen, insgesamt und auf den drei Teilstrecken:

$$1. \text{ Bewegungsabschnitt: } W_{R,1} = F_R \cdot s_1 = 1913\text{ N} \cdot 43.75\text{ m} = 83\,694\text{ J} = 84\text{ kJ}$$

$$2. \text{ Bewegungsabschnitt: } W_{R,2} = F_R \cdot s_2 = 1913\text{ N} \cdot 125\text{ m} = 239\,125\text{ J} = 240\text{ kJ}$$

$$3. \text{ Bewegungsabschnitt: } W_{R,3} = F_R \cdot s_3 = 1913\text{ N} \cdot 31.25\text{ m} = 59\,781\text{ J} = 60\text{ kJ}$$

$$\text{Gesamtreibungsarbeit: } W_{R,\text{total}} = W_{R,1} + W_{R,2} + W_{R,3} = 382\,600\text{ J} = 380\text{ kJ}$$

- Solange der Buschauffeur aufs Gaspedal drückt, verrichtet der Motor Arbeit am Bus, denn die Motorenkraft zieht in Bewegungsrichtung $\rightarrow W_M$:

- 2. Bewegungsabschnitt:** Auf diesem Bewegungsabschnitt verrichtet der Motor am Bus insgesamt die Arbeit, die dieser in Form von Reibungsarbeit wieder abgibt:

$$W_{M,2} = W_{R,2} = 239\,125\text{ J} = 240\text{ kJ}$$

- 1. Bewegungsabschnitt:** Der Motor muss einerseits den Bus beschleunigen und andererseits die Reibung kompensieren. Unter Verwendung der Arbeitsdefinition werden **Beschleunigungsarbeit** $W_{B,1}$ und Kompensation der Reibungsarbeit $W_{R,1}$ gut erkennbar:

$$\begin{aligned} W_{M,1} &= F_{M,1} \cdot s_1 = (F_{\text{res},1} + F_R) \cdot s_1 = \underbrace{F_{\text{res},1} \cdot s_1}_{= W_{B,1}} + \underbrace{F_R \cdot s_1}_{= W_{R,1}} \\ &= 2031.3\text{ kJ} + 83.7\text{ kJ} = 2115\text{ kJ} \approx 2.1\text{ MJ} \end{aligned}$$

Das Anfahren ist deutlich aufwändiger als die gleichförmige Fortsetzung der Fahrt.

- Während dem Abbremsen (3. Bewegungsabschnitt) gibt der Bus nur noch Arbeit ab. Dies geschieht aufgrund zweier Kräfte. Einerseits wirkt immer noch die Rollreibung. Andererseits gibt es eine zusätzliche Haftreibung zwischen Pneu und Strasse, welche von der Verlangsamung der Räder aufgrund der Bremsen herrührt. Für diese abgegebene Bremsarbeit $W_{\text{Brems},3}$ gilt:

$$W_{\text{Brems},3} = F_{\text{Brems},3} \cdot s_3 = 63.087\text{ kN} \cdot 31.25\text{ m} = 1972\text{ kJ} = 2.0\text{ MJ}$$

6.3 “Der Arbeitsbetrag ist prozessunabhängig!”

Die an einem Körper verrichtete Arbeit verändert automatisch dessen **Zustand**.

Was damit gemeint ist, verstehen wir besser am konkreten Beispiel: Die Beschleunigungsarbeit im 1. Bewegungsabschnitt bringt den VBZ-Bus von Geschwindigkeit 0 (= erster Bewegungszustand) auf $12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (= zweiter Bewegungszustand).

Für die Beschleunigungsarbeit W_B darf es allerdings nicht darauf ankommen, wie diese Beschleunigung abläuft. Wenn wir alle Störeffekte, insbesondere alle Arten von Reibung, ausblenden, sollte für das Erreichen der Endgeschwindigkeit stets derselbe Aufwand, also der gleiche Arbeitsbetrag benötigt werden. Das ist eine wesentliche Anforderung an eine sinnvolle Arbeitsdefinition!

Beim VBZ-Bus darf es also keine Rolle spielen, mit welcher Beschleunigung er seine Endgeschwindigkeit von $12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ erreicht, die Beschleunigungsarbeit W_B muss stets denselben Wert aufweisen.

Tatsächlich genügt die Arbeitsdefinition $W = F \cdot s$ dieser Anforderung, was am Beispiel des VBZ-Busses auch ganz plausibel wird: Entweder beschleunigt der Bus mit grosser Kraft F , also auch mit grosser Beschleunigung, dann braucht er aber nur eine kurze Beschleunigungsstrecke s . Oder der Bus beschleunigt langsam, also mit geringer Kraft F , was aber eine längere Beschleunigungsstrecke s zur Folge hat.

Dass unsere Arbeitsdefinition vom tatsächlichen Prozessablauf unabhängige Arbeitsbeträge liefert, ist enorm wichtig, denn dies wird es uns ermöglichen **Energie** als das in einem Zustand gespeicherte Arbeitsvermögen zu definieren (vgl. Abschnitt 6.5). Dieser enorm fruchtbare und weitreichende Gedanke ist wohl der eigentlich Grund, weshalb die Arbeitsdefinition (28) als **Goldene Regel der Mechanik** bezeichnet wird.

6.4 Exkurs: Kraftwandler

Wie eben im Abschnitt 6.3 erläutert, ist der Arbeitsaufwand für eine bestimmte Zustandsänderung unabhängig vom Prozess, mit dem diese Zustandsänderung erreicht wird. Das bedeutet aber, dass es für uns “beim Arbeiten” resp. bei der Konstruktion von Maschinen gewisse Freiheiten gibt. Ganz explizit ausgedeutet: Wir können selber entscheiden, mit wie viel Kraft F ein Prozess verrichtet wird, solange es uns gleich ist, welche Wegstrecke s dafür zurückgelegt werden muss. Die für den Prozess benötigte Arbeit $W = F \cdot s$ bleibt dadurch unverändert!

Technische Hilfsmittel erlauben uns also die für einen Vorgang benötigte Kraft selber einzustellen. Solche Hilfsmittel nennen wir **Kraftwandler**. Hier ein paar ganz typische Beispiele (Bilder dazu finden sich auf der nächsten Seite):

Normaler Flaschenzug: Ein Gewicht wird am selben Seil n -fach aufgehängt. Dadurch reduziert sich die Zugkraft im Seil um den Faktor n : $F_Z = \frac{F_G}{n}$. Gleichzeitig ist die Seilstrecke s , die man aus dem Flaschenzug herausziehen muss, um das Gewicht um eine bestimmte Höhe h anzuheben, n -mal so gross: $s = n \cdot h$! Es gilt also für das Anheben des Gewichts:

$$\text{Arbeit mit Flaschenzug} = F_Z \cdot s = \frac{F_G}{n} \cdot n \cdot h = F_G \cdot h = \text{Arbeit mit nur einem Seil}$$

Hebel: Hebel sind wohl die klassischsten Kraftwandler: eine kleine Kraft F_1 kann über einen längeren **Hebelarm** r_1 (= Abstand zur Drehachse) in eine grössere Kraft F_2 bei kürzerem Hebelarm r_2 umgewandelt werden. Es gilt das sogenannte **Hebelgesetz**, das in direkter Verwandtschaft mit unserer Arbeitsdefinition steht:

$$\text{Hebelgesetz: } F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Nach diesem Prinzip arbeiten z.B. Zangen, Nussknacker, Brecheisen, Schraubenschlüssel, Türfallen, etc. Wenn man bedenkt, wo das Hebelprinzip überall zur Anwendung kommt, wäre eine Welt ohne Hebel für uns vermutlich wesentlich mühsamer. . .

Zahnräder/Getriebe: Bei der Übersetzung von einem kleineren auf ein grösseres Zahnrad gewinnt der Mechanismus an Kraft. Allerdings muss sich das kleinere Zahnrad schneller drehen als das grosse. Umgekehrt lässt sich so auf Kosten der Kraft eine grosse Geschwindigkeit erzeugen.

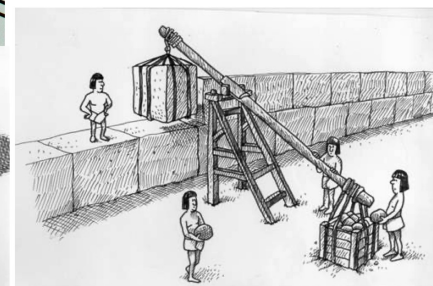
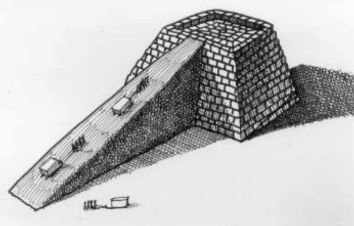
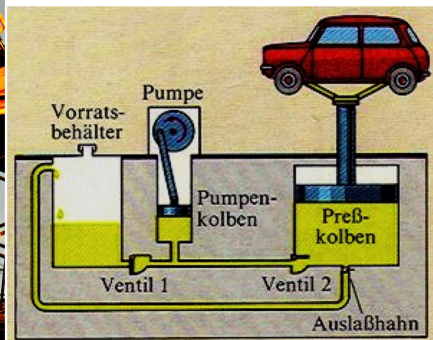
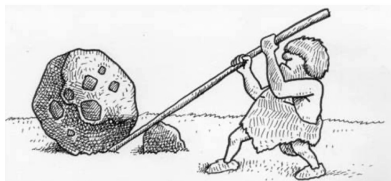
Zahnräder spielen in Getrieben eine grosse Rolle. Z.B. entwickeln Verbrennungsmotoren in Autos bei bestimmten Drehzahlen besonders viel Kraft. Dann sollte man darauf achten, dass das Auto normalerweise mit dieser Drehzahl fährt und das Zahnradgetriebe hinter dem Motor die entsprechende Übersetzung auf die gewünschte Fahrgeschwindigkeit bewerkstelligen lassen.

Natürlich gilt Analoges beim Fahrradfahren: Es ist nicht möglich mit beliebig viel Kraft in die Pedale zu treten. Daher schalten wir einen Gang runter, wenn es bergauf geht. . .

Rampe: Das Hochziehen eines Gewichts über eine Rampe verringert die Zugkraft F_Z . Die Gewichtskraft F_G , die Sie beim gleichförmigen vertikalen Hochziehen des Gewichts kompensieren müssten, wird auf die Parallelkomponente $F_{G,\parallel} = F_G \cdot \sin \alpha$ reduziert. Hingegen ist der Weg über die Rampe länger: $s = \frac{h}{\sin \alpha}$, sodass immer noch der gleiche Arbeitsaufwand anfällt:

$$\text{Zugarbeit über Rampe} = F_Z \cdot s = F_{G,\parallel} \cdot s = F_G \cdot \sin \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = F_G \cdot h$$

Hydraulische Hebebühnen: In hydraulischen Hebevorrichtungen übernimmt der Druck in der Flüssigkeit die Rolle eines Kraftwandlers. Wie das genau geht, erfahren wir im Kapitel 7.



6.5 “Energie ist gespeichertes Arbeitsvermögen”

Die an einem Körper verrichtete Arbeit W geht nicht einfach verloren. Sie ist im Zustand des Körpers gespeichert und unter Umständen wieder abrufbar. Eine solche gespeicherte Arbeit bezeichnen wir als **Energie**:

Die physikalische Definition der Energie E

Die Energie eines Zustandes ist das in diesem Zustand gespeicherte Arbeitsvermögen. Dabei ist der Ausdruck “gespeichert” im doppelten Sinn zu verstehen:

1. Bezogen auf die Vergangenheit:

Es war Arbeit nötig, um diesen Zustand zu erreichen.

2. Bezogen auf die Zukunft:

Die im Zustand vorhandene Energie kann als Arbeit abgegeben werden.

Energie ist gespeichertes Arbeitsvermögen. Darin stecken sowohl **Nutzen**, als auch **Gefahr**. Den energiereichen Zustand eines Systems erkennen wir genau daran, dass er eben nützlich, aber genauso gefährlich sein kann. Denke z.B. an einen Kanister Brennsprit, an einen Stausee, oder an eine Steckdose. Gefahr und Nutzen gehen Hand in Hand!

Beispielüberlegung am VBZ-Bus

Die im 1. Bewegungsabschnitt am Bus verrichtete Beschleunigungsarbeit $W_{B,1}$ speichert der Bus in Form von **kinetischer Energie** $E_{kin,2}$ (= Bewegungsenergie). Diese Energie bleibt im 2. Bewegungsabschnitt erhalten, da sich der Bus gleichförmig bewegt. Im letzten Abschnitt der Fahrt gibt der Bus diese Energie wieder ab, und zwar in Form von Reibungs- und Bremsarbeit $W_{R,3}$ und $W_{Brems,3}$. Man bemerke also (vgl. Werte auf Seite 47):

$$E_{kin,2} = W_{B,1} = W_{Brems,3} + W_{R,3} \quad \text{in Zahlenwerten: } 2031.3 \text{ kJ} \approx 1972 \text{ kJ} + 59.8 \text{ kJ}$$

6.6 Hubarbeit W_{Hub} und potentielle Energie E_{pot}

Beim Anheben eines Körpers wird **Hubarbeit** W_{Hub} an ihm verrichtet. Diese Arbeit erfolgt gegen die Gewichtskraft F_G . Die Höhendifferenz h entspricht der zurückgelegten Strecke. Aus der Arbeitsdefinition (28) und der Gleichung (17) für die Gewichtskraft folgt:

$$W_{Hub} = F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Hubarbeit speichert der Körper in Form von **Höhenenergie**, die auch als **Energie der Lage** oder **potentielle Energie** E_{pot} bezeichnet wird.

Berechnung einer potentiellen Energie E_{pot}

Befindet sich ein Körper der Masse m auf der Höhe h über einem vorher definierten Nullniveau (NN), so besitzt er bezogen auf dieses Nullniveau eine potentielle Energie E_{pot} von:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \quad (29)$$

Die potentielle Energie ist die gespeicherte Hubarbeit W_{Hub} , welche benötigt wurde, um den Körper vom Nullniveau auf die Höhe h anzuheben.

Anmerkungen zur Hubarbeit W_{Hub} und zur potentiellen Energie E_{pot}

- Bei der Angabe einer potentiellen Energie muss zwingend ein **Nullniveau (NN)** angegeben werden. Ansonsten weiss man gar nicht, worauf sich die Energieangabe bezieht. Ohne Deklaration des Nullniveaus bleibt die Angabe einer potentiellen Energie bedeutungslos. Häufig legt aber bereits die Situation ein "natürliches" Nullniveau fest.

Z.B. ist das Nullniveau der potentiellen Energie bei einem Wasserkraftwerk in den Bergen sinnvollerweise gegeben durch die Höhenlage der Turbinen.

- 1 Newton, also die SI-Einheit der Kraft, entspricht gerade etwa der Gewichtskraft einer Tafel Schokolade (vgl. Seite 27). Auch beim Joule, also bei der SI-Einheit von Arbeit und Energie, gibt es das einfache "Schokoladentafel-Beispiel" zur Verdeutlichung.

Das Anheben einer Schokoladentafel ($m \approx 100 \text{ g}$) um einen Meter benötigt eine Hubarbeit von gerade etwa 1 Joule:

$$W_{\text{Hub}} = m \cdot g \cdot h = 0.1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1 \text{ m} = 0.981 \text{ J} \approx 1 \text{ J}$$

6.7 Beschleunigungsarbeit W_{B} und kinetische Energie E_{kin}

Beim der Beschleunigung eines Körpers wird **Beschleunigungsarbeit** W_{B} an ihm verrichtet. Diese Arbeit ist gekoppelt an die für die Beschleunigung benötigte resultierende Kraft F_{res} . Die in der Arbeitsdefinition auftretende Strecke ist die Strecke s , über welche hinweg das schneller Werden stattfindet.

Zur Herleitung der Beschleunigungsarbeit W_{B} betrachten wir eine gleichmässig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit (gmbBoA). Aus der Arbeitsdefinition (28), dem Aktionsprinzip (14) und der Bewegungsgleichung (8) von Seite 19 folgt:

$$W_{\text{B}} = F_{\text{res}} \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \cdot a \cdot \frac{v^2}{2a} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Beschleunigungsarbeit speichert der Körper in Form von **Bewegungsenergie**, die auch als **kinetische Energie** E_{kin} bezeichnet wird.

Berechnung einer kinetischen Energie E_{kin}

Besitzt ein Körper der Masse m die Geschwindigkeit v , so trägt er eine kinetische Energie E_{kin} von:

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (30)$$

Die kinetische Energie ist die gespeicherte Beschleunigungsarbeit W_{B} , welche benötigt wurde, um den Körper aus dem Stand auf die Geschwindigkeit v zu bringen.

Am Beispiel des VBZ-Busses sei gezeigt, wie sich die Beschleunigungsarbeit resp. die kinetische Energie in einem konkreten Fall berechnen lässt. Die im 1. Bewegungsabschnitt verrichtete Beschleunigungsarbeit $W_{\text{B},1}$ bleibt als kinetische Energie $E_{\text{kin},2}$ während dem 2. Abschnitt gespeichert:

$$E_{\text{kin},2} = W_{\text{B},1} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{26\,000 \text{ kg} \cdot \left(12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 2\,031\,000 \text{ J} = 2\,031 \text{ kJ}$$

Denselben Wert haben wir bereits auf Seite 47 erhalten (2031.3 kJ). Die kleine Abweichung ist auf die Rundung des dort verwendeten Betrags für die resultierende Kraft zurückzuführen.

6.8 Weitere Energieformen

Neben potentieller und kinetischer Energie gibt es zahlreiche weitere **Energieformen**. D.h., es bestehen diverse weitere Möglichkeiten, wie im Zustand eines Körpers oder eines Systems von Körpern Arbeit gespeichert sein kann. Hier eine Auswahl:

- **Rotationsenergie E_{rot}**

Dreht sich ein Körper um eine Achse, so ist auch in dieser Art der Bewegung Energie enthalten. Es handelt sich um eine spezielle Form der kinetischen Energie.

Ein typisches Beispiel sind Schwungräder in Motoren und Schleifmaschinen. Die in der Drehbewegung enthaltene Energie wird bei Bedarf dazu eingesetzt, die Drehbewegung aufrecht zu erhalten. Das Schwungrad sorgt so für ein gleichmässiges Drehen. Auch in der Kreisbewegung von Planeten um die Sonne ist Rotationsenergie enthalten.

- **Elastische Energie E_{F}**

Dehnbare Gegenstände, z.B. eine Spiralfeder, enthalten in ihrem angespannten Zustand elastische Energie. Man sagt auch **Federenergie** (daher das F im Index).

Ein gespannter Pfeilbogen ist ein schönes Beispiel für elastische Energie.

E_{pot} , E_{kin} , E_{rot} und E_{F} werden auch als **mechanische Energieformen** bezeichnet.

- **Innere Energie E_{in}**

Alle Stoffe können Energie in sich aufnehmen. Sinngemäss sagen wir dieser Energieform innere Energie. Wir bemerken sie vor allem anhand der Temperatur eines Körpers. (Diese innere Energie ist übrigens nichts anderes als die kinetische und die potentielle Energie der Atome oder Moleküle, aus denen sich der Körper zusammensetzt.)

Niemand wird die Gefahren bestreiten, die in einer heissen Herdplatte oder in siedendem Wasser stecken.

- **Elektrische Energie E_{el}**

Unter elektrischen Ladungen herrschen anziehende und abstossende Kräfte. Wie bei der potentiellen Energie, die auf der Anziehung von Massen beruht, gibt es eine elektrische Energie, die je nach gegenseitiger Lage der Ladungen grösser oder kleiner ist. Aufgrund von elektrischer Energie bewegen sich Ladungen, wird also Strom hervorgerufen.

Wir verwenden diese elektrische Energie, wenn wir ein Gerät an die Steckdose anschliessen. Dem Elektrizitätswerk bezahlen wir die gelieferte Menge an elektrischer Energie. Der Blitz ist das Paradebeispiel für das Freiwerden von elektrischer Energie. Der Zustand vor der Entladung der aufgeladenen Wolken ist offensichtlich sehr gefährlich.

- **Strahlungsenergie E_{S}**

Licht und andere Sorten von Strahlung tragen Energie. Dies merken Sie z.B. an einem schönen Tag. Trotz geschlossener Augen nehmen Sie die Richtung wahr, aus welcher die Strahlung kommt. Beim Auftreffen auf Ihre Haut wird ein Teil der Strahlungsenergie in innere Energie umgewandelt. Sie spüren eine Erwärmung. Die Strahlungsenergie der Sonne möchten wir in Zukunft technisch besser ausnutzen, da sie uns gratis zur Verfügung steht (→ Fotovoltaik (Solarzellen), Sonnenkollektoren, Solarkraftwerke).

Sehr energiereiche Strahlung ist für uns Menschen gefährlich. Denken Sie z.B. an ultraviolette Strahlung (UV \Rightarrow Sonnenbrand), an Röntgenstrahlung oder auch an radioaktive Strahlung (hohe Dosen \Rightarrow Krebs oder sogar direkte Verbrennungen).

- **Chemische Energie E_{chem}**

Viele chemische Reaktionen laufen spontan ab, weil dabei chemische Energie freigesetzt wird. D.h., die an der Reaktion beteiligten Atome besitzen vor der Reaktion mehr Energie als nachher. Diese überzählige Energie wird bei der Reaktion frei. Man nennt sie auch Bindungsenergie. Möchte man die entstandene Verbindung wieder auftrennen, so muss man ihr die Bindungsenergie wieder zuführen.

Typische Beispiele für die Freisetzung von chemischer Energie sind Verbrennungsvorgänge (Verbindung mit Sauerstoffatomen). Z.B. verbrennen wir Heizöl zur Beschaffung von Wärme (innere Energie) oder Benzin in einem Motor, damit ein Auto fährt, also mit kinetischer Energie versorgt wird. Ganz offensichtlich werden die mit der chemischen Energie verbundenen Gefahren bei sehr heftigen Reaktionen wie beispielsweise Explosionen von Treibstoffen.

6.9 Der Energieerhaltungssatz – allgemein und speziell für die Mechanik

Die Gleichungen (29) und (30) zeigen, wie sich potentielle und kinetische Energien in einer konkreten Situation berechnen lassen. Im Prinzip kann man zu allen Energieformen eine solche Berechnungsgleichung aufstellen.

Die **Gesamtenergie** E_{tot} eines Systems lässt sich somit in jedem beliebigen Zustand genau bestimmen. Sie ist die Summe über alle im System vorkommenden einzelnen Energieformen:

$$E_{\text{tot}} = \text{Summe über alle vorhandenen Energieformen}$$

Wichtig dabei ist die genaue Abgrenzung des **Systems**: Welche Körper gehören zum betrachteten System und welche nicht? Erst wenn das klar ist, kann man die im System auftretenden Energieformen studieren.

Ist das System so beschaffen, dass es mit Körpern ausserhalb des Systems keine Energie austauscht, so bezeichnen wir es als **abgeschlossenes System**. D.h., wenn am System keine Arbeit verrichtet wird und das System selber auch keine Arbeit abgibt, so ist es abgeschlossen.

Der allgemeine Energieerhaltungssatz (Mayer, Joule, Helmholtz)

In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtenergie erhalten:

$$E_{\text{tot}} = \text{konstant}$$

Alternative Formulierung: Die Summe über die Energien aller an einem Vorgang beteiligten Körper (= bezüglich diesem Vorgang abgeschlossenes System) bleibt konstant. Egal, welcher Vorgang abläuft, die Gesamtenergie bleibt dadurch unverändert! Sie hat vor, während und nach dem Vorgang den genau gleichen Wert.

Energie kann weder erzeugt, noch vernichtet, sondern lediglich von einer Energieform in eine andere Energieform umgewandelt werden!

Bisher wurde kein Vorgang beobachtet, welcher dem Prinzip der Energieerhaltung widersprechen würde. Es ist offenbar eines der fundamentalsten Naturgesetze.

Da auch das Universum als Ganzes sinnvollerweise als abgeschlossenes System betrachtet werden muss, ist die Gesamtenergie des Universums konstant, und zwar seit jeher, also seit dem Urknall.

Der Energieerhaltungssatz lässt sich wie folgt auf mechanische Abläufe einschränken:

Der Energieerhaltungssatz der Mechanik

Bei reibungsfreien Vorgängen bleibt die Summe über die mechanischen Energieformen aller beteiligten Körper konstant.

Anmerkungen zur Energieerhaltung in der Mechanik

- Zur Erinnerung: Mechanische Energieformen sind E_{pot} , E_{kin} , E_{rot} und E_{F} .
- Ein Beispiel für einen reibungsfreien Prozess ist der freie Fall. Bei vernachlässigbar kleinem Luftwiderstand ist die Energieerhaltung gewährleistet. Betrachten wir einen Ball mit der Masse m , der aus einer Höhe von 2.0 m fallen gelassen wird:

Zustand 1: Beim Loslassen besitzt der Ball noch keine kinetische Energie, da er noch keine Geschwindigkeit hat. Hingegen verfügt er dank seiner Höhe $h_1 = 2.0$ m über die potentielle Energie $E_{\text{pot},1}$ (Boden = Nullniveau).

Fallvorgang: Während dem Fallen verliert der Ball sukzessive an potentieller Energie, da seine Höhe geringer wird. Gleichzeitig steigt seine kinetische Energie an, da er schneller wird. Die potentielle Energie wandelt sich in kinetische Energie um.

Zustand 2: Genau dann, wenn der Ball am Boden ankommt, ist seine potentielle Energie vollständig in kinetische Energie $E_{\text{kin},2}$ umgewandelt worden. Er besitzt keine Höhe mehr. Hingegen hat er nun die Geschwindigkeit v_2 erreicht.

Anwendung der Energieerhaltung: Die Umwandlung von potentieller in kinetische Energie vollständig ist, solange der Fallvorgang reibungsfrei war. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin},2} &= E_{\text{pot},1} && | \text{Formeln einsetzen} \\ \Rightarrow \frac{m \cdot v_2^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_1 && | \cdot \frac{2}{m} \text{ und } \sqrt{\dots} \\ \Rightarrow v_2 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} && | \text{Werte einsetzen} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 2.0 \text{ m}} = 6.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Die formale Lösung $v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$ entspricht übrigens genau der Gleichung (8) von Seite 19. Der Fallvorgang ist eine gleichmässig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit (gmbBoA). Die zurückgelegte Strecke entspricht der Anfangshöhe ($s = h_1$) und der Fallvorgang läuft mit der Fallbeschleunigung g ab ($a = g$).

Beim Aufprall schliesslich ist die mechanische Energieerhaltung zuende. Je nach Art des Balles und des Bodens geht mehr oder weniger mechanische Energie verloren.

Bei einem Gummiball könnten z.B. pro Aufprall 20 % der mechanischen Energie verloren gehen. Der Energieverlust trägt zu den inneren Energien des Bodens und des Balles bei (\Rightarrow minimale Erwärmung). Ganz deutlich sichtbar wird dieser Energieverlust nach dem Bodenkontakt. Der Ball erreicht dann nur noch 80 % seiner anfänglichen Höhe.

Interessant sind die Vorgänge während dem Bodenkontakt. Der Ball wird auf kürzester Strecke abgebremst, bevor er wieder in Aufwärtsrichtung beschleunigt wird. Die verbleibende mechanische Energie steckt für einen kurzen Moment komplett in der elastischen Energie des Balls, denn dieser wird während dem Bodenkontakt zusammengedrückt.

- Beim VBZ-Bus lässt sich eher zeigen, wie die mechanische Energie im nicht-reibungsfreien Fall verloren geht. Die vom Motor verrichtete Arbeit W_{Motor} wird zwar zwischenzeitlich zur kinetischen Energie des Busses. Am Ende ist diese Arbeit allerdings komplett in innere Energie E_{in} der Strasse, der Pneus, der Reifen und der Umgebung übergegangen. Schuld daran ist die Reibung. Sie führt stets zur Erhöhung der inneren Energie.

Definiert man als System hingegen den Bus, die Strasse und die nähere Umgebung zusammen, so ist dieses System bezüglich der Bewegung des Busses tatsächlich in guter Näherung (und über einen nicht allzu langen Zeitraum) abgeschlossen. Es gilt die Energieerhaltung. Die chemische Energie E_{chem} , welche vor der Bewegung in Form des Benzins vorhanden war, ist nach der Bewegung komplett in innere Energie E_{in} übergegangen. Dazwischen waren auch andere Energieformen, wie kinetische und Rotationsenergie, beteiligt.

6.10 Die Definition der Leistung P : “Leistung ist Energieumsatz pro Zeit”

In Prozessen wird Energie umgesetzt. Arbeit muss verrichtet werden oder es wird Arbeit frei, Energie wird von einem Körper auf einen anderen übertragen oder von einer Form in eine andere umgewandelt, etc. Alle Vorgänge sind mit **Energieumsätzen** ΔE verbunden.

Die **Leistung** P (engl. *power*) gibt nun an, wie rasch der Energieumsatz abläuft.

Die Definition der Leistung P

Ist ΔE der Energieumsatz während der Zeitspanne Δt , so definieren wir die **Leistung** P durch:

$$P := \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (31)$$

“Leistung = Energieumsatz pro Zeitspanne.”

Anmerkungen zur Definition der Leistung

- Zur Leistung gehört eine eigene SI-Einheit, das **Watt**:

$$[P] = \frac{[E]}{[t]} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} =: \text{Watt} = \text{W}$$

Die Zusammensetzung des Watts aus SI-Basiseinheiten ist in der Anwendung nicht besonders wichtig ($\text{W} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$), dafür umso mehr der Zusammenhang mit der Energieeinheit Joule:

$$\text{J} = \text{W} \cdot \text{s} \quad \text{“Ein Joule ist eine Wattsekunde.”}$$

- Mit der Leistungseinheit Watt wird eine weitere, sehr gebräuchliche und grosse Energieeinheit eingeführt, die **Kilowattstunde (kWh)**. Es gilt:

$$\text{Kilowattstunde} = \text{kWh} = \text{k} \cdot \text{W} \cdot \text{h} = 1000 \cdot \text{W} \cdot 3600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J} = 3.6 \text{ MJ}$$

Merke dir: Es sind **immer Kilowattstunden (kWh)**, niemals Kilowatt pro Stunde (kW/h). Diese Einheit gibt es nicht. Sie ist einfach falsch.

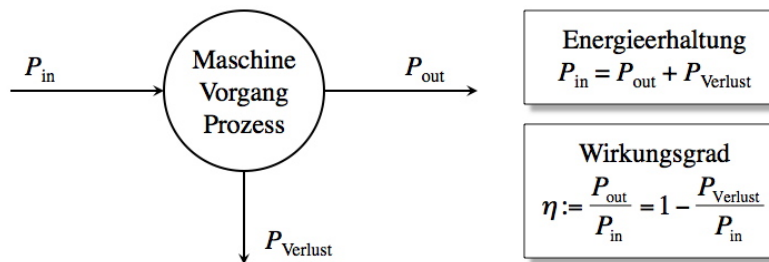
- Je nachdem, welche Art von Energie umgesetzt wird, spricht man z.B. von elektrischer Leistung P_{el} , von Strahlungsleistung P_{S} , von Beschleunigungsleistung P_{B} , etc.
- Beim VBZ-Bus können wir z.B. die Beschleunigungsleistung im Bewegungsabschnitt 1 berechnen (Daten vgl. Seiten 12 und 51):

$$P_{\text{B}} = \frac{\Delta E_{\text{kin},1}}{\Delta t_1} = \frac{W_{\text{B},1}}{\Delta t_1} = \frac{2\,031\,000 \text{ J}}{7.0 \text{ s}} = 290\,000 \text{ W} = 290 \text{ kW}$$

6.11 Das Maschinenschema und der Wirkungsgrad einer Maschine

Jeder Prozess / jeder Vorgang / jede Maschine wandelt Energie einer ersten Form in Energie einer zweiten Form um. D.h., es wird eine erste Art von Leistung eingespiessen ($\rightarrow P_{\text{in}}$) und es entsteht eine ausgehende Art von Leistung ($\rightarrow P_{\text{out}}$).

In der Regel wird allerdings nicht nur die "beabsichtigte" Art von Energie ausgegeben, sondern es entstehen **Verluste**. Man spricht von einer Verlustleistung P_{Verlust} . Dies wird durch das **Maschinenschema** des Prozesses, des Vorgangs oder der Maschine verdeutlicht:



Der **Wirkungsgrad** η (gr. *eta*) gibt an, wie gut eine Maschine, ein Prozess oder ein Vorgang darin ist, eine erste Energieform in eine bestimmte andere umzuwandeln:

Die Definition des Wirkungsgrades η

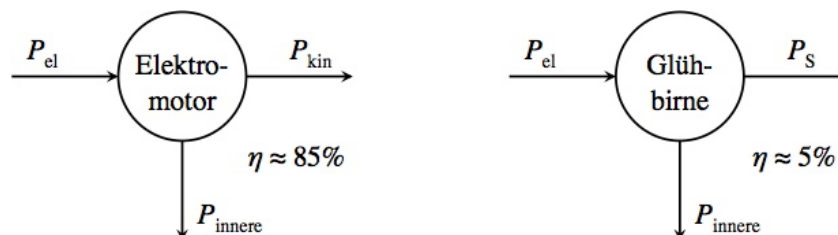
Wird bei einem laufenden Prozess die Leistung P_{out} abgegeben, währenddem die Leistung P_{in} zugeführt wird, so ist der **Wirkungsgrad** η des Prozesses gegeben durch:

$$\eta := \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \quad (32)$$

"Wirkungsgrad = abgegebene Leistung pro zugeführte Leistung."

Anmerkungen zum Wirkungsgrad

- Je höher der Wirkungsgrad, desto besser vermag die Maschine aus der ihr zugeführten Leistung die beabsichtigte Leistung zu erzeugen.
- Hier zwei Beispiele – ein eher gutes und ein eher schlechtes elektrisches Gerät:



Die Verlustleistung hat sehr häufig mit der Abgabe von Wärme (innere Energie) zu tun. Es kommt allerdings darauf an, was man denn als Output-Energieform beabsichtigt hat. Bei einem Wasserkocher ist z.B. die ans Wasser abgegebene Wärme beabsichtigt. Nur die Erwärmung des Kochers selber und der Umgebung sind nicht gewollt.

- Im 1. Bewegungsabschnitt des VBZ-Busses ist die beabsichtigte Leistung die Beschleunigung. Bezieht der Bus während diesem Bewegungsabschnitt eine elektrische Leistung von 390 kW von der Fahrleitung, so beträgt sein Wirkungsgrad in diesem Moment:

$$\eta = \frac{P_{\text{kin}}}{P_{\text{el}}} = \frac{290 \text{ kW}}{390 \text{ kW}} = 0.74 = 74 \%$$

6.12 Energieproblematik und elektrischer Energieverbrauch im Alltag

Die Energieerhaltung besagt, dass Energie weder erzeugt, noch vernichtet werden kann. Daraus könnte man fälschlicherweise folgern, dass stets genügend Energie vorhanden ist und wir uns keine Sorgen um unsere Energieversorgung zu machen brauchen. Das ist so allerdings nicht richtig. Der Grund dafür liegt in den Eigenschaften der inneren Energie:

- **In der Regel ist innere Energie das energetische Endprodukt aller Prozesse.**

Hat z.B. der VBZ-Bus seine Fahrt beendet, so ist praktisch die gesamte elektrische Energie in innere Energie übergegangen. (Allenfalls hat der Bus während der Fahrt seine Batterie aufgeladen oder er hat etwas an Höhe gewonnen, dann wäre ein Teil der Energie in Form von elektrischer resp. potentieller Energie vorhanden geblieben.)

- **Innere Energie ist nicht für die Umwandlung in andere Energieformen geeignet. Sie kann nur sehr bedingt zum Betrieb von Maschinen verwendet werden.**

Soll innere Energie dazu genutzt werden eine Maschine anzutreiben, so sind dafür grosse Temperaturunterschiede nötig. Diese sind aber nicht einfach so vorhanden. Im Gegenteil: Die innere Energie verteilt sich von selbst über alle Körper gleichmässig. Deshalb können Sie sich z.B. an einer Heizung wärmen. Die Heizung besitzt eine höhere Temperatur als Sie, weshalb sie beim Kontakt Wärme und damit innere Energie an Sie abgibt – und zwar im Prinzip so lange, bis Sie dieselbe Temperatur wie die Heizung haben.

Das Wort **Energieverbrauch** muss also so verstanden werden, dass hochwertige Energieformen beim Gebrauch von Maschinen in innere Energie umgewandelt werden. In dieser Form ist die Energie nicht mehr weiter verwertbar.

Daraus ergeben sich zwei Folgerungen für das **Sparen von Energie**:

- **Effizienz = grösstmögliche Ausnutzung der Energie**

Wir sollten überall versuchen möglichst effiziente Maschinen (mit hohen Wirkungsgraden) zu verwenden. So kann Energie eingespart werden.

- **Suffizienz = genügsame Nutzung der Energiereserven**

Wir sollten uns überlegen, ob wir wirklich so viel Energie benötigen, wie das heute der Fall ist. Einschränkungen wären an vielen Orten denkbar und sinnvoll.

Insbesondere aus ökologischen Gründen möchte die Schweiz möglichst rasch die **2000 Watt-Gesellschaft** realisieren. Das hiesse, die Schweiz würde insgesamt so viel Energie verbrauchen, dass heruntergerechnet auf einen einzelnen Menschen eine andauernde Bezugsleistung von 2000 W herauskäme. Im Moment pflegen wir eine 5400 Watt-Gesellschaft!

Persönliches Energierechnen zuhause punkto Verbrauch an elektrischer Energie

Auf den meisten elektrischen Geräten wird angegeben, welche elektrische Leistung P_{el} sie im Betrieb vom Elektrizitätswerk beziehen. Wird das Gerät über eine Zeitspanne Δt verwendet, so beträgt der Energieverbrauch: $\Delta E = P_{el} \cdot \Delta t$.

Das Elektrizitätswerk rechnet die bezogene elektrische Energie in der Energieeinheit **Kilowattstunde (kWh)** ab. Das Rechnen damit ist sehr einfach. Darüber sollten Sie ständig verfügen können! Der **Normaltarif** in der Schweiz beträgt zurzeit knapp 20 Rappen pro kWh.

Beispiel: Ich lasse den Hellraumprojektor (450 W) während 20 Minuten ($= \frac{1}{3}$ h) angestellt:

$$\Delta E = P_{el} \cdot \Delta t = 450 \text{ W} \cdot \frac{1}{3} \text{ h} = 150 \text{ Wh} = 0.15 \text{ kWh}$$

Die Schule muss dem Elektrizitätswerk dafür etwa 3 Rappen bezahlen ($20 \cdot 0.15 = 3$).