Das Gravitationsgesetz in zwei Beispielen

Ich zeige hier anhand zweier Beispiele vor, wie mit Newtons Gravitationsgesetz gerechnet wird. Erstens berechne ich die Anziehungskraft zwischen der Erde und mir, zweitens diejenige zwischen einem anderen Menschen und mir.

Zunächst ein paar Worte zur Anwendung dieses Gravitationsgesetzes. Das Newton'sche Gravitationsgesetz

$$F_{\mathrm{G}} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

beschreibt, wie stark sich zwei **Punktmassen** (also zwei je einem Punkt konzentrierte Massen) m_1 und m_2 im **Abstand** r voneinander gegenseitig gravitativ anziehen.

Natürlich gibt es in der Realität keine Punktmassen! Alle Körper haben eine Ausdehnung. Newton konnte aber mathematisch zeigen, dass man die Masse jedes Körpers in ihrem Schwerpunkt zusammenfassen und dann im Gravitationsgesetz für r den Abstand zwischen diesen beiden Schwerpunkten einsetzen darf. Das gilt exakt für homogene (also überall gleich dichte) Kugeln und näherungsweise auch für andere Körper.

Die **(universelle) Gravitationskonstante** $G = 6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$ ist ein Vorfaktor im Gravitationsgesetz, der ein **Mass für die allgemeine Stärke der Gravitation** darstellt. Es ist eine Naturkonstante, die besagt, wie sehr Massen gravitativ aufeinander wirken. Könnte man diesen Wert verändern, so würden sich alle Massen im Universum in der Folge stärker oder schwächer anziehen als jetzt. Zudem sorgt G mit seinen Einheiten dafür, dass im Gravitationsgesetz wirklich eine Kraft entsteht. Die $\mathrm{m^2}$ kürzen sich mit den Metern im Quadrat des eingesetzten Abstandes r und die $\mathrm{kg^2}$ kürzen sich mit den Kilogrammen der eingesetzten Massen. Stehen bleibt das N, also die richtige Einheit für eine Kraft.

Gravitation auf einen Menschen an der Erdoberfläche

Von der Erde kennen wir die folgenden Daten: Masse $M = 5.97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$, Radius $R = 6370\,\mathrm{km}$. Meine Masse beträgt $m = 89\,\mathrm{kg}$. Der Abstand zwischen meinem und dem Schwerpunkt der Erde (= Erdmittelpunkt) ist gerade der Erdradius. Somit erhalten wir:

$$F_{\mathrm{G}} = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} = 6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \cdot 89\,\mathrm{kg}}{(6\,370\,000\,\mathrm{m})^2} = 874\,\mathrm{N} \simeq \underline{\underline{870\,\mathrm{N}}}$$

Das entspricht erwartungsgemäss dem Wert, den ich auch mit dem Ortsfaktor g an der Erdoberfläche erhalten kann:

$$F_{\mathrm{G}} = m \cdot g = 89\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 873\,\mathrm{N} \simeq \underline{\underline{870\,\mathrm{N}}}$$

Wir erahnen hier schon, dass der Ortsfaktor g, also die allgemeine Stärke der Erdanziehung an der Erdoberfläche, von den Erddaten (M, R) abhängt. Das ist ja eigentlich nicht überraschend. Mehr dazu bald.

Gravitation zwischen zwei Menschen

Nun berechne ich die Gravitation zwischen mir und einer anderen Person. Gehen wir von $r = 2.0\,\mathrm{m}$ Abstand aus und nehmen wir an, die andere Person habe eine Masse von $m_2 = 75\,\mathrm{kg}$, so ergibt sich:

$$F_{\mathrm{G}} = G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r^2} = 6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot \frac{89\,\mathrm{kg} \cdot 75\,\mathrm{kg}}{(2.0\,\mathrm{m})^2} = 0.000\,000\,111\,\mathrm{N} \simeq \underline{\underline{0.11\,\mathrm{\mu N}}}$$

Ich habe das Resultat in Mikronewton $\mathrm{\mu N}$, also in Millionstel Newton, umgerechnet. Die Anziehungskraft zwischen zwei Menschen ist also wahnsinnig gering. Ein Zehntel eines $\mathrm{\mu N}$ entspricht der Gewichtskraft von $10\,\mathrm{\mu g}$ Masse an der Erdoberfläche. (Auf deiner Handfläche liegend ist es schon schwierig die Gewichtskraft von $1\,\mathrm{g}$ Masse zu spüren. Das wäre $\frac{1}{100}\,\mathrm{N}$.)

Wir dürfen die Gravitation zwischen den Objekten an der Erdoberfläche also getrost vergessen! Die einzige relevante Gewichtskraft hier ist diejenige, die von der Erdmasse herrührt.