Übungen zur Mechanik – Lösungen Serie 2

1. Eine normale Personenwaage zeigt einen Wert von $45\,\mathrm{kg}$ an. Mit welcher Kraft wird sie in diesem Moment offenbar belastet?

   Lösung: Die Waage "rechnet" mit dem Ortsfaktor an der Erdoberfläche, also:

   $F_\mathrm{G} = m \cdot g = 45\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 441\,\mathrm{N} \simeq \underline{\underline{440\,\mathrm{N}}}$

2. Auf eine Strasse wirkt eine Gewichtskraft von $280\,\mathrm{kN}$, wenn ein Lastwagen darüber fährt. Welche Masse hat der Lastwagen?

   Lösung: Für die Masse des Lastagens erhalten wir: $m = \frac{F_\mathrm{G}}{g} = \frac{280\,000\,\mathrm{N}}{9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 28\,542\,\mathrm{kg} \simeq \underline{\underline{29\,\mathrm{t}}}$

3. Ein Kubikmeter Luft besitzt eine Masse von etwa $1.3\,\mathrm{kg}$. Welche Gewichtskraft besitzt demnach 1 Liter Luft an der Erdoberfläche?

   Lösung: 1 Liter Luft ist der tausendste Teil eines Kubikmeters. Daraus folgt für die Gewichtskraft dieses Luftvolumens: $F_\mathrm{G} = m \cdot g = \frac{1.3\,\mathrm{kg}}{1000} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 0.012\,75\,\mathrm{N} = 12.75\,\mathrm{mN} \simeq \underline{\underline{13\,\mathrm{mN}}}$

   N.B.: Wenn die Frage so wie hier gestellt ist, ist der eine Liter Luft **exakt** gemeint!

4. Ein Stein mit einer Masse von $15.4\,\mathrm{kg}$ erfährt auf der Oberfläche des Mars eine Schwerkraft von $57.0\,\mathrm{N}$. Wie gross ist demnach der Ortsfaktor an der Marsoberfläche?

   Lösung: Der Ortsfaktor gibt gerade an, wie viel Gewichtskraft pro Masse an einem bestimmten Ort erzeugt wird, also: $g_\mathrm{Mars} = \frac{F_\mathrm{G,Mars}}{m} = \frac{57.0\,\mathrm{N}}{15.4\,\mathrm{kg}} \simeq \underline{\underline{3.70\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}}$

5. Auf der Mondoberfläche beträgt der Ortsfaktor nur $1.6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$. Welche Gewichtskraft zeigt dort eine Federwaage an, wenn eine Masse von $5.0\,\mathrm{kg}$ daran gehängt wird?

   Lösung: Die Masse ist eine Eigenschaft von Körpern. Sie verändert sich bei einer Reise zum Mond nicht. Hingegen ist der Ortsfaktor an der Mondoberfläche ein anderer, nämlich:

   $g_\mathrm{Mond} \approx 1.6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$. Damit folgt: $F_\mathrm{G} = m \cdot g = 5.0\,\mathrm{kg} \cdot 1.6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \simeq \underline{\underline{8.0\,\mathrm{N}}}$

6. Auf eine für die Erdoberfläche gebaute Waage wird auf dem Mond ein Stein aufgelegt. Die Waage "misst" $4.0\,\mathrm{kg}$. Welchen Wert würde Sie auf der Erde anzeigen, wenn immer noch derselbe Stein auf ihr liegen würde?

   Lösung: Der Ortsfaktor, mit dem die Waage also Kräfte in Massen "umrechnet" ist gerade derjenige an der Erdoberfläche: $g_\mathrm{Waage} = g_\mathrm{Erde} = 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$.

   D.h. in der Aufgabe, dass die Waage, wenn sie eine Masse von $4.0\,\mathrm{kg}$ anzeigt, durch eine Gewichtskraft von $F_\mathrm{G} = m_\mathrm{angezeigt} \cdot g_\mathrm{Erde} = 4.0\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 39.24\,\mathrm{N}$ zusammengedrückt wird. Daraus lässt sich berechnen, welche Masse tatsächlich notwendig ist, um an der Mondoberfläche eine solche Gewichtskraft zu erzeugen:

   $$m = \frac{F_\mathrm{G}}{g_\mathrm{Mond}} = \frac{39.24\,\mathrm{N}}{1.6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 24.53\,\mathrm{kg} \simeq \underline{\underline{25\,\mathrm{kg}}}$$

7. Der Stein und die Waage aus der vorangehenden Aufgabe werden an die Oberfläche von Venus gebracht. Dort "misst" die Waage einen Wert von $22.5\,\mathrm{kg}$. Wie gross ist der Ortsfaktor an der Oberfläche der Venus?

   Lösung: Die Waage erfährt offensichtlich eine Gewichtskraft von:

   $$F_\mathrm{G} = m_\mathrm{angezeigt} \cdot g_\mathrm{Erde} = 22.5\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 220.7\,\mathrm{N}$$

   Da wir die Masse des Steins kennen, können wir auf den Ortsfaktor an der Venusoberfläche schliessen:

   $$g_\mathrm{Venus} = \frac{F_\mathrm{G}}{m} = \frac{220.7\,\mathrm{N}}{24.53\,\mathrm{kg}} = 8.997\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \simeq \underline{\underline{9.0\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}}$$

8. (a) **Achtung!** Die Masse des Testgewichts sollten wir in Kilogramm umrechnen. Dazu überlegen wir uns:

$$1\,\mu\text{g} = 10^{-6}\,\text{g} = 10^{-6} \cdot 10^{-3}\,\text{kg} = 10^{-9}\,\text{kg}$$

Ein Mikrogramm ist also ein Milliardstel eines Kilogramms.
Damit beträgt die Masse des Testgewichts $m = 175\,\mu\text{g} = 175 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}$.
Das Testgewicht erfährt an der Erdoberfläche eine Gewichtskraft von:

$$F_{\text{G,Erde}} = m \cdot g_{\text{Erde}} = 175 \cdot 10^{-9}\,\text{kg} \cdot 9.81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1717 \cdot 10^{-9}\,\text{N}$$

Diese Gewichtskraft wirkt auf die Marswaage, die deswegen eine Masse von $m_{\text{Anzeige}} = 463\,\mu\text{g}$ anzeigt. Somit lässt sich auf den Ortsfaktor an der Marsoberfläche schließen, mit dem die Waage Massen in Gewichtskräfte umrechnet:

$$g_{\text{Mars}} = \frac{F_{\text{G,Erde}}}{m_{\text{Anz}}} = \frac{1717 \cdot 10^{-9}\,\text{N}}{463 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}} = 3.708\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \simeq \underline{\underline{3.71\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}}}$$

(b) Nun können wir die Gewichtskraft des Testgewichts auf dem Mars ausrechnen:

$$F_{\text{G,Mars}} = m \cdot g_{\text{Mars}} = 175 \cdot 10^{-9}\,\text{kg} \cdot 3.708\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 648.9 \cdot 10^{-9}\,\text{N} \simeq \underline{\underline{649\,\text{nN}}}$$

9. Für den Ortsfaktor an der Oberfläche des Krebspulsars errechnen wir:

$$g = \frac{F_{\text{G}}}{m} = \frac{0.63\,\text{MN}}{1.000\,\text{mg}} = \frac{0.63 \cdot 10^{6}\,\text{N}}{1.000 \cdot 10^{-6}\,\text{kg}} = 0.63 \cdot 10^{12}\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \simeq \underline{\underline{6.3 \cdot 10^{11}\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}}}$$

10. Für die $800.00\,\text{g}$ Gold hat Mr. X in St. Moritz den folgenden Preis P_1 bezahlt:

$$P_1 = m \cdot \text{Kilopreis} = 0.80000\,\text{kg} \cdot 58\,102.83\,\frac{\text{CHF}}{\text{kg}} = 46\,482.264\,\text{CHF}$$

In Zürich beträgt die Gewichtskraft dieser Goldmasse:

$$F_{\text{G,Z}} = m \cdot g_{\text{Z}} = 0.80000\,\text{kg} \cdot 9.8060\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 7.8448\,\text{N}$$

Diese Gewichtskraft wird aber von der St. Moritzer Waage gemessen, die die Masse in Zürich in eine zu grosse Masse umrechnet:

$$m_{\text{Anz}} = \frac{F_{\text{G,Z}}}{g_{\text{GR}}} = \frac{7.8448\,\text{N}}{9.8024\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 0.80029\,\text{kg}$$

Für diese fälschlicherweise angezeigte Goldmasse erhält Mr. X in Zürich den folgenden Betrag P_2 ausbezahlt:

$$P_2 = m_{\text{Anz}} \cdot \text{Kilopreis} = 0.80029\,\text{kg} \cdot 58\,102.83\,\frac{\text{CHF}}{\text{kg}} = 46\,499.114\,\text{CHF}$$

Somit ergibt sich als erschwindelter Preisunterschied:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 46\,499.114\,\text{CHF} - 46\,482.264\,\text{CHF} = \underline{\underline{16.85\,\text{CHF}}}$$

Mr. X hat als nicht gerade viel gewonnen, wenn man bedenkt, dass die Reise von St.Moritz nach Zürich ja auch nicht gratis ist.