

Impuls in der klassischen Mechanik

Impuls

Der **Impuls** $\vec{p}$ eines Körpers ist ein Mass für seine “*Bewegungsmenge*” in eine Richtung. Umgangssprachlich bezeichnen wir ihn als *Wucht* oder *Schwung*. In der klassischen Mechanik wird der Impuls definiert als das **Produkt aus Masse und Geschwindigkeit**. Er ist eine **gerichtete Grösse**, also ein **Vektor**, mit derselben Richtung wie die Geschwindigkeit $\vec{v}$:

$$\vec{p} := m \cdot \vec{v} \quad (1)$$

Betrachten wir ausschliesslich **eindimensionale Bewegungen**, so lassen wir die Vektorpfeile weg und schreiben:

$$p := m \cdot v = m \cdot \frac{dx}{dt} \quad \text{mit} \quad v(t) = \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

Achtung! Es ist eine positive Richtung festzulegen. Zu Bewegungen in diese Richtung gehören positive, zu solchen in die Gegenrichtung negative Geschwindigkeiten v resp. Impulse p .

Impulsänderung und Kraftstoss

Die Geschwindigkeit $v(t)$ ist die 1. Ableitung der Ortsfunktion $x(t)$ (bereits in (2) verwendet) und die Beschleunigung $a(t)$ ist die 2. Ableitung von $x(t)$ resp. die 1. Ableitung von $v(t)$:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \quad \text{sowie} \quad a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (3)$$

Zusammen mit der Impulsdefinition (2) und dem **Aktionsprinzip** $F = m \cdot a$ folgern wir daraus für einen Körper mit konstanter Masse m :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot a = F \quad (4)$$

In Worten: Der Impuls eines Körpers, also seine Bewegungsmenge, ändert sich immer dann, wenn eine (resultierende) Kraft auf ihn wirkt. D.h., die Kraft ist die Ursache einer **Impulsänderung**. Infinitesimal schreiben wir:

$$dp = F \cdot dt \quad (5)$$

Die rechte Seite von (5) bezeichnen wir als **Kraftstoss**. Die Kraft F wirkt über die infinitesimale Zeitspanne dt hinweg auf den Körper, der deswegen die infinitesimale Impulsänderung dp erfährt. Durch Integration lässt sich daraus eine Gleichung für eine endliche Impulsänderung Δp machen:

$$m \cdot \Delta v = \Delta p = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt \quad (6)$$

Impulserhaltung

Kombiniert man das Aktions- mit dem **Wechselwirkungsprinzip** (“*actio = reactio*”), so lässt sich zeigen, dass die Summe über alle Impulse aller an einem Vorgang beteiligten Körper stets gleich bleibt. Der **Gesamtimpuls** $\vec{P}$ ist also eine **Erhaltungsgrösse**, die durch keinen Prozess verändert werden kann:

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i = \text{konst.} \quad (\vec{p}_i = \text{Impuls des } i\text{-ten Körpers} = m_i \vec{v}_i) \quad (7)$$

Neben der Energieerhaltung ist dies einer der ganz fundamentalen **Erhaltungssätze** der klassischen Mechanik.