

Serie 14: Aufgaben zur Elementarteilchenphysik

In dieser Übungsserie sollen (fast) alle Aufgaben aus dem Kapitel 4 des Buches *Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts* von David J. Griffiths gelöst werden. Meistens ist die "Kost" nicht allzu schwer, sie enthält aber doch die Grundrechenweisen und -überlegungen der Teilchenphysik. Hier die zu bearbeitenden Aufgabenstellungen:

Aufgabe 4.1: Anzahl der Protonen, Elektronen und Neutronen in Atomen

Wie viele Protonen gibt es in einem Sauerstoffkern? Wie viele Elektronen gibt es in einem neutralen Stickstoffatom? Wie viele Neutronen gibt es in einem Schwefelkern?

Aufgabe 4.4: Anzahl der Valenzelektronen

Wie viele Valenzelektronen gibt es im Heliumatom? Wie viele sind es bei Kohlenstoff? Wie viele Valenzelektronen hat Fluor?

Aufgabe 4.6: Zerfall von Tritium

Tritium hat eine Halbwertszeit von 12 Jahren. Sie beginnen mit einem Gramm Tritium. Wie viel Tritium ist nach 60 Jahren noch übrig? Wie lange dauert es, bis das Gramm Tritium vollständig zerfallen ist (bis im Mittel weniger als ein Atom übrig bleibt)? Die Atommasse von Tritium ist $5 \cdot 10^{-27}$ kg.

Aufgabe 4.7 Tochterkerne

Welche Tochterkerne entstehen bei den nachfolgenden Reaktionen?

- (a) β^- -Zerfall von ${}^3\text{H}$ (Tritium).
- (b) β^- -Zerfall von ${}^{60}\text{Co}$.
- (c) β^+ -Zerfall von ${}^{10}\text{C}$.
- (d) α -Zerfall von ${}^{210}\text{Po}$.
- (e) α -Zerfall von ${}^{241}\text{Am}$ (wird üblicherweise in Rauchmeldern verwendet).

Aufgabe 4.10: Herleitung der Energie des Elektrons beim β^- -Zerfall ohne Neutrino

Leiten Sie die folgende Gleichung her:

$$E_e = \left(\frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A} \right) c^2$$

Hinweis: Das ist nicht so einfach, deshalb werde ich Sie durch die Aufgabe führen. Beginnen Sie mit der Gleichung für die Energieerhaltung und berücksichtigen Sie, dass $E_A = m_A c^2$ gilt, weil sich A in Ruhe befindet. Drücken Sie E_B nun mithilfe der relativistisch korrekten Beziehung

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

zwischen Teilchenenergie E , -masse m und -impuls p als Funktion von p_B aus, und bedenken Sie, dass wegen der Impulserhaltung $p_B = -p_e$ gilt. Drücken Sie p_e wieder mithilfe obiger Gleichung als Funktion von E_e aus. Stellen Sie die Gleichung nach E_e um.

Aufgabe 4.11: Energie des Elektrons beim Zerfall des Neutrons

Wie groß ist die maximal mögliche Energie des Elektrons beim Zerfall eines ruhenden Neutrons? Wie groß ist die minimale Energie des Elektrons?

Aufgabe 4.12: Lebensdauer eines Pions

Erläutern Sie, warum Powell auf einen Berggipfel gehen musste, um die Pionen zu registrieren, während sich Myonen leicht auf Höhe des Meeresspiegels registrieren lassen.

Hinweis: Die Lebensdauer eines Pions ist ungefähr $\frac{1}{100}$ der Lebensdauer eines Myons.

Aufgabe 4.14: Teilchenfamilien

Zu welcher Teilchenfamilie (Leptonen, Mesonen, Baryonen) gehören die folgenden Teilchen: (a) Elektron, (b) Proton, (c) Neutron, (d) Myon, (e) Pion, (f) K , (g) Λ ?

Aufgabe 4.15: Erhaltung der Strangeness

- (a) Kann ein Proton in ein Elektron und ein Photon zerfallen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (b) Ist der folgende Prozess möglich: $\pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p$?
- (c) Ist der folgende Prozess möglich: $\pi^0 + n \rightarrow \pi^+ + p$?

Aufgabe 4.16: Strangeness von Teilchen

Welchen Wert hat die Strangeness folgender Teilchen: (a) p , (b) Λ , (c) K^+ , (d) π^- , (e) Σ^0 , (f) n ?

Aufgabe 4.17: Erhaltung der Strangeness

Man beobachtet den Prozess $\pi^- + \Sigma^+ \rightarrow K^+ + \Xi^-$. Was kann man demzufolge über die Strangeness von Ξ^- aussagen?

Aufgabe 4.18: Vektor-Mesonen-Oktett

Es gibt kein Mesonen-Dekuplett. Die nächstschwereren Mesonen (die unter dem Namen "Vektor-Mesonen" bekannt sind) bilden ein weiteres Oktett (ρ^+ , ρ^0 , ρ^- und ω mit $S = 0$; K^{*+} und K^{*0} mit $S = 1$; K^{*-} und \bar{K}^{*0} mit $S = -1$). Konstruieren Sie das Vektor-Mesonen-Oktett.

Aufgabe 4.19: Anti-Baryonen-Oktett und Anti-Baryonen-Dekuplett

- (a) Konstruieren Sie das Anti-Baryonen-Oktett nach dem Achtfachen Weg. (Die Strangeness muss nach unten hin abnehmen $\Rightarrow p$ und n in der untersten Zeile. Die Ladung nimmt nach oben rechts zu.)
- (b) Konstruieren Sie das Anti-Baryonen-Dekuplett.

Aufgabe 4.20: Anzahl der Baryonenkonfigurationen mit vier Quarks

Stellen Sie mit den vier Quarks u , d , s und c eine Tabelle für alle möglichen Baryonenkonfigurationen auf. Geben Sie zu jeder Konfiguration die Ladung, die Strangeness und den Charm an. (Das einzige Quark mit einer von null verschiedenen Strangeness ist s mit der Strangeness $S = -1$; das einzige Quark mit einem von null verschiedenen Charm ist c mit dem Charm $C = +1$. Fragen Sie mich nicht, warum der Wert einmal negativ und einmal positiv ist – so ist einfach die Konvention.) Wie viele Baryonenkonfigurationen gibt es?

Aufgabe 4.21: Anzahl der Mesonenkonfigurationen mit vier Quarks

Stellen Sie mit den vier Quarks u , d , s und c und den zugehörigen Antiquarks eine Tabelle für alle möglichen Mesonenkonfigurationen auf. Geben Sie zu jeder Konfiguration die elektrische Ladung, die Strangeness und den Charm an. (Wie bei der Ladung und der Strangeness ist auch der Charm eines Antiteilchens das Entgegengesetzte des Charms des jeweiligen Teilchens.) Wie viele Mesonenkonfigurationen gibt es insgesamt?

Aufgabe 4.22: Baryonen- und Mesonenkonfigurationen mit sechs Quarks

Wie viele Baryonenkonfigurationen gibt es, wenn Sie alle sechs Quarks berücksichtigen? Wie viele Mesonenkonfigurationen gibt es, wenn Sie alle sechs Quarks berücksichtigen?

Aufgabe 4.23: Quarkzusammensetzungen

Der *Gesamtcharm* des ψ -Mesons ist null (+1 für c und -1 für \bar{c}). Das erste Baryon mit "reinem" Charm wurde im Jahr 1975 entdeckt: das Λ_c^+ -Baryon mit $C = 1$ und $S = 0$. Später fand man noch andere, darunter das Ω_c^- -Baryon mit $C = 1$ und $S = -2$. Das erste Meson mit Charm, das D^+ -Meson mit $C = 1$ und $S = 0$, wurde im Jahr 1976 entdeckt. *Frage:* Aus welchen Quarks bestehen die genannten Teilchen?

Analog dazu ist die *Gesamtbottomness* des Υ -Mesons null (-1 für b und $+1$ für \bar{b}). Das erste Baryon mit "reiner" Bottomness (oder "reiner" Beauty) war das Λ_b^0 -Baryon.¹ Es wurde 1980 entdeckt, ungefähr zu derselben Zeit wie die ersten beauty-Mesonen, das B^- -Meson und das \bar{B}^0 -Meson. Alle diese Teilchen haben $S = 0$, $C = 0$, $B = -1$. *Frage:* Aus welchen Quarks bestehen die genannten Teilchen?²

¹Die alberne Terminologie, die zu diesem Zeitpunkt vollkommen ausgefertigt ist, zeigt deutlich, wie schwer sich die Physiker in der Anfangszeit damit taten, ernsthaft über das Quarkmodell zu sprechen.

²Übrigens erwies sich das B^0/\bar{B}^0 -System als überaus reichhaltig, und man baute am SLAC und in Japan sogenannte "B-Fabriken" (die man witzigerweise *BaBar* nannte).

Aufgabe 4.24: Das Ξ_b^- -Baryon

Im Jahr 2007 wurde das erste Baryon mit jeweils einem Quark aus allen drei Generationen entdeckt: das Ξ_b^- -Baryon. Aus welchen Quarks besteht es? (Bedenken Sie, dass seine Ladung -1 ist.) Was ist seine Strangeness (S), sein Charm (C) und seine Bottomness (B)?

Aufgabe 4.25: Elementare und zusammengesetzte Teilchen

Jedes der folgenden Teilchen wurde früher als "elementar" angesehen. Von einigen weiß man heute jedoch, dass sie zusammengesetzt sind. Geben Sie für jedes Teilchen an, ob es nach dem Standardmodell elementar oder zusammengesetzt ist. Geben Sie bei zusammengesetzten Teilchen deren Bestandteile an: (a) Proton, (b) Neutron, (c), Elektron, (d) π^+ , (e) Myon, (f) Neutrino, (g) Ω^- .

Aufgabe 4.28: Subquarks

Man hat vorgeschlagen, dass alle Quarks und Leptonen aus noch elementareren Teilchen zusammengesetzt sind: aus den Teilchen c (mit der elektrischen Ladung $-1/3$) und n (mit der elektrischen Ladung 0) – sowie aus deren Antiteilchen \bar{c} und \bar{n} . Sie können sie in Kombinationen von drei Teilchen oder drei Antiteilchen zusammenfügen (beispielsweise ccn oder $\bar{n}\bar{n}\bar{n}$). Konstruieren Sie auf diese Weise die Quarks und Leptonen – sowie deren Antiteilchen – der ersten Generation, also insgesamt 8 Teilchen. (Die anderen Generationen betrachtet man als "angeregte Zustände" der Teilchen der ersten Generation mit denselben Bestandteilen.)

Aufgabe 4.29: Feynman-Diagramm für die Compton-Streuung

Zeichnen Sie zwei Feynman-Diagramme für die **Compton-Streuung**: $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$.

Aufgabe 4.30: Feynman-Diagramm für die Paarvernichtung

Zeichnen Sie ein Feynman-Diagramm für die **Paarvernichtung**: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$.

Aufgabe 4.31: Feynman-Diagramm für die Delbrück-Streuung

Zeichnen Sie das einfachste Feynman-Diagramm für die Delbrück-Streuung: $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$. (Dieser quantenelektrodynamische Prozess, die Streuung von Licht an Licht, hat keine Entsprechung in der klassischen Physik.)

Aufgabe 4.32: Berechnung der Feinstrukturkonstante

Setzen Sie die Zahlenwerte für k , e , h und c in die Gleichung

$$\alpha = \frac{2\pi k e^2}{hc}$$

ein, um die Feinstrukturkonstante α zu berechnen.³ Zeigen Sie, dass sie eine dimensionslose Zahl ist (alle Einheiten heben sich weg).⁴

Aufgabe 4.33: Zerfall des Δ^- -Baryons

Zeichnen Sie ein Feynman-Diagramm, das den Zerfall des Δ^- -Baryons (ddd) beschreibt: $\Delta^- \rightarrow n + \pi^-$.

Aufgabe 4.34: Zerfall des π^- -Mesons

Das π^- -Meson zerfällt (durch schwache Wechselwirkung) in ein Elektron und ein Antineutrino: $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$. Zeichnen Sie das Feynman-Diagramm für diesen Prozess.

³Die Konstante k taucht im Coulombgesetz auf:

$$F_{\text{el}} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{mit} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{und} \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} .$$

⁴Vergegenwärtigen Sie sich, dass α die grundlegenden Konstanten der Elektrodynamik (k), der speziellen Relativitätstheorie (c) und der Quantenmechanik (h) mit der fundamentalen Einheit der Ladung (e) vereint. Das ist von nahezu mystischer Bedeutung für die Physiker, für die eine *ab-initio*-Berechnung von α dem ultimativen Heiligen Gral gleichkommt.

Aufgabe 4.35: Zerfall des Λ -Baryons

Zeichnen Sie ein Feynman-Diagramm für den Prozess $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$.

Aufgabe 4.36: Nach dem Standardmodell mögliche und unmögliche Prozesse

Untersuchen Sie die folgenden Prozesse und entscheiden Sie in jedem Fall, ob der Prozess nach dem Standardmodell *möglich* oder *unmöglich* ist. Sollte der Prozess möglich sein, geben Sie an, welche Wechselwirkung dafür verantwortlich ist (starke, elektromagnetische oder schwache Wechselwirkung).⁵ Sollte der Prozess unmöglich sein, geben Sie einen Erhaltungssatz an, der den Prozess verbietet. (Gemäß der üblichen Gepflogenheit werde ich die Ladung nicht explizit angeben, wenn sie eindeutig ist; demzufolge sind γ (das Photon) und n (das Neutron) neutral, p (das Proton) ist positiv, usw.)

- (a) $p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^0$. (b) $\mu^+ + \mu^- \rightarrow e^+ + e^-$.
 (c) $p \rightarrow e^+ + \gamma$. (d) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.
 (e) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu$. (f) $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$.

Aufgabe 4.37: Baryonen-Zerfälle

Die Mitglieder eines Baryonen-Dekupletts zerfallen typischerweise durch die starke Wechselwirkung in ein Mitglied des Baryonen-Oktetts und ein Pion.

- (a) Schreiben Sie die wahrscheinlichen Zerfallsmoden für das Δ^{++} -Baryon, das Δ^+ -Baryon, das Δ^0 -Baryon und das Δ^- -Baryon auf.
 (b) Schreiben Sie die wahrscheinlichen Zerfallsmoden für das Σ^{*+} -Baryon und das Ξ^{*0} -Baryon auf.⁶
 (c) Welche sind die wahrscheinlichen Zerfallsmoden für das Ω^- -Baryon? Als Gell-Mann die Existenz des Ω^- -Baryons vorhersagte, wusste er, dass die Ruheenergie des Teilchens ungefähr 1670 MeV sein musste, während die Ruheenergie des Ξ -Baryons 1320 MeV und die Ruheenergie des K -Baryons 495 MeV ist. Er folgerte daraus, dass das Ω^- -Baryon nicht wie die anderen Teilchen durch die starke Wechselwirkung zerfallen könne – es muss durch die schwache Wechselwirkung zerfallen und hat demzufolge eine viel höhere Lebensdauer als die anderen Baryonen des Dekupletts. Tatsächlich zerfällt es in $\Lambda + K^-$ oder in $\Xi + \pi$, was die Erhaltung der Strangeness verletzt. Erläutern Sie Gell-Manns Schlussfolgerungen.

Das Griechische Alphabet					
A	α	Alpha	N	ν	Nü
B	β	Beta	Ξ	ξ	Xi
Γ	γ	Gamma	O	o	Omikron
Δ	δ	Delta	Π	π, ϖ	Pi
E	ϵ, ε	Epsilon	P	ρ, ϱ	Rho
Z	ζ	Zeta	Σ	σ, ς	Sigma
H	η	Eta	T	τ	Tau
Θ	θ, ϑ	Theta	Υ	υ	Ypsilon
I	ι	Jota	Φ	ϕ, φ	Phi
K	κ, \varkappa	Kappa	X	χ	Chi
Λ	λ	Lambda	Ψ	ψ	Psi
M	μ	Mü	Ω	ω	Omega

⁵Wenn ein Photon am Prozess beteiligt ist, muss es die elektromagnetische Wechselwirkung sein; wenn ein Neutrino beteiligt ist, muss es die schwache Wechselwirkung sein; wenn der Flavour nicht erhalten bleibt, muss es die schwache Wechselwirkung über geladene Ströme sein.

⁶Verwechseln Sie diese Teilchen nicht mit dem Σ -Baryon und dem Ξ -Baryon – diese Teilchen gehören zum Baryonen-Oktett. Ich fürchte, uns gehen die griechischen Buchstaben aus, sodass der Stern zur Unterscheidung dient.