

Übungen zum physikalischen Ergänzungsfach

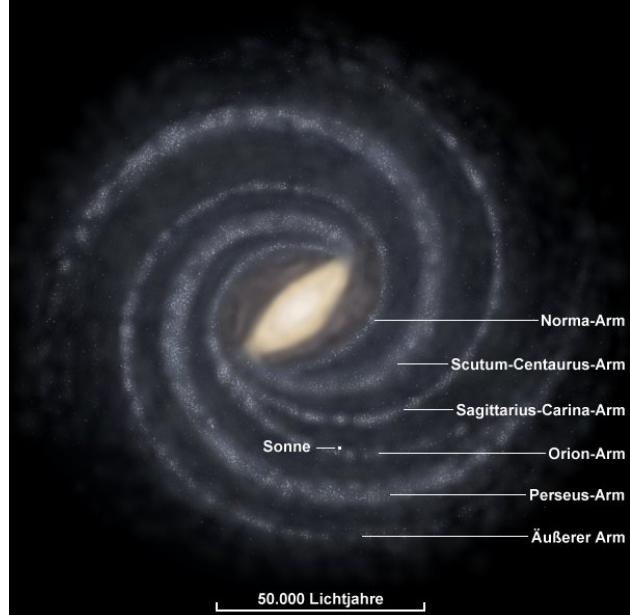
Serie 2: Längenkontraktion und mehr zur Zeitdilatation

- Basic – Dinge, die du einfach gesehen und bearbeitet haben musst → **obligatorisch!**
- Die Essenz – zentrale Aufgabe für das grundlegende Verständnis → **obligatorisch!**
- Noch ein Beispiel – Zusatzaufgabe mit weiterer Anwendung zur Vertiefung → **fakultativ!**
- Du willst es? Du kriegst es! – längere, weiterführende Aufgabe mit neuen Inhalten → **fakultativ!**

1. •• Ein Flug zum Zentrum der Galaxis

Unsere Distanz zum Zentrum der Milchstrasse beträgt ca. 28 000 Lichtjahre.

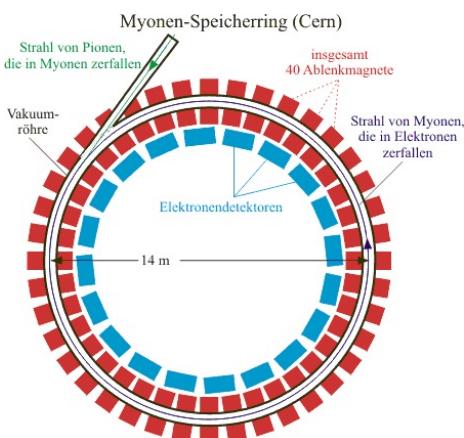
- Wie lange braucht das Licht, um diese Distanz zurückzulegen – und wie lange ein Raumschiff, das mit 99.9 % der Lichtgeschwindigkeit unterwegs ist?
Wie lange braucht dieses Raumschiff, bis es das Zentrum der Milchstrasse erreicht?
- Wie viel Zeit vergeht im Raumschiff während dieser Reise?
- Wie kann es sein, dass im Raumschiff so wenig Zeit vergeht und diese Zeit trotzdem ausreicht, um das Zentrum der Milchstrasse zu erreichen?
Überlichtgeschwindigkeit?
- Wie lange ist die Strecke "Erde – Zentrum der Milchstrasse" aus der Sicht des Raumschiffs?



2. • Myonen im Speicherring – Relativitätstheorie auf dem Prüfstand

Beim *Experiment von Rossi und Hall* (1941) verlängert sich die *Halbwertzeit* instabiler Teilchen aufgrund der *Zeitdilatation*, weil sie sich relativ zu uns sehr schnell bewegen. Das gilt nicht nur für die Myonen in der kosmischen Strahlung, sondern auch für solche, die wir in einem *Speicherring* bei hoher Geschwindigkeit mittels der Lorentzkraft in einem Magnetfeld auf einer Kreisbahn halten. Dieses Experiment wurde 1975 zur präziseren Untermauerung der Relativitätstheorie am CERN durchgeführt. Dabei waren die Myonen mit 99.94 % der Lichtgeschwindigkeit unterwegs.

Die ruhenden Myonen haben eine Halbwertzeit von $T_{1/2} = 1.52 \mu\text{s}$. Wie gross ist denn die Halbwertzeit eines Myons im Speicherring aus der Sicht der Experimentator*innen?



3. ●● Vorbereitung des "Limousinen-Garage-Paradoxons"

Eine Stretch-Limousine der Eigenlänge 13 m bewege sich mit hoher Geschwindigkeit auf eine Garage mit Eigenlänge 12 m zu.

Das Paradoxon: *Im Garagensystem wird die schnell fahrende Limousine längenkontrahiert und passt somit in die Garage. Im Limousinensystem erscheint hingegen die Garage verkürzt und ist somit ganz definitiv zu klein für die Limousine...*

Wir werden dieses Paradoxon (= scheinbarer Widerspruch) zu gegebener Zeit zu vollster Zufriedenheit auflösen. Im Moment geht es nur darum, dass wir es uns rechnerisch ein wenig aufdröseln.

- (a) Wie schnell muss die Limousine fahren, damit sie aus der Sicht der Garage in diese hinein passt?
- (b) Wie schnell muss die Limousine fahren, damit aus ihrer Sicht die Garage nur noch 7.2 m lang ist?
- (c) Nun sei die Limousine aus Sicht der Garage mit 60 % der Lichtgeschwindigkeit unterwegs. Wie viel Zeit vergeht, bis sie die Garage durchquert hat?
Hinweis: Die Durchquerung beginnt, wenn die Spitze der Limousine in die Garage einfährt, und endet, wenn das Ende der Limousine die Garage verlässt.
- (d) Berechne die diesem Vorgang entsprechende Zeitspanne im Limousinensystem.
- (e) Sind die beiden Zeitwerte aus (c) und (d) via Zeitdilatation miteinander verknüpft?

4. ○ Verformung eines Rechtecks

Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a = 6 \text{ cm}$ und $b = 4 \text{ cm}$ und ist um $\theta = 20^\circ$ zur x -Achse geneigt.

Nun bewege sich das Rechteck mit einer derart hohen Geschwindigkeit v parallel zur x -Achse, dass $\gamma = 2$ ist.

- (a) Konstruiere, wie das Rechteck aufgrund der Längenkontraktion zu einem Parallelogramm verformt wird.
- (b) Berechne die Fläche des Parallelogramms.
- (c) Zeige allgemein, dass das bewegte Parallelogramm die Fläche $\frac{ab}{\gamma}$ besitzt.

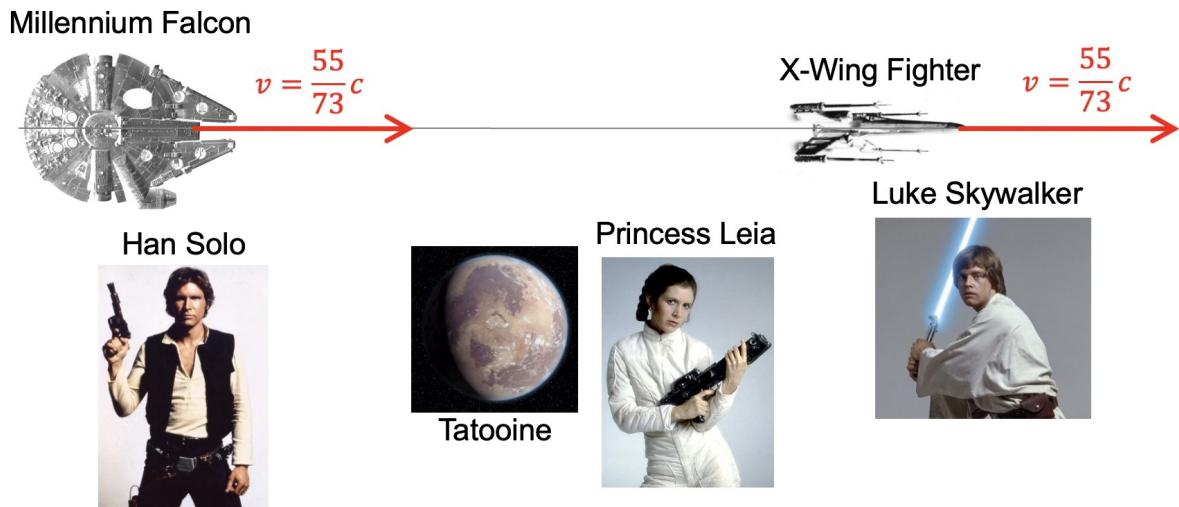
5. ● Längenkontraktion in der Radarkontrolle



Ein Lincoln Continental ist in Ruhe doppelt so lang wie ein VW Käfer. Während der Continental den VW in einer Radarfalle überholt, beobachtet ein (stationärer) Polizist, dass beide Wagen gleich lang sind. Der VW Käfer fährt mit halber Lichtgeschwindigkeit. Wie schnell fährt der Lincoln Continental?

6. • Star Wars

Vom Planeten *Tatooine* aus beobachtet *Prinzessin Leia*, wie *Luke Skywalker* vor *Han Solo* herfliegt:



Beide besitzen im System des Planeten *Tatooine* eine Geschwindigkeit von $\frac{55}{73} c$ und sind 480 000 km voneinander entfernt. In ihrem gemeinsamen Eigensystem verfügen die Raumschiffe (*X-Wing Fighter* und *Millennium Falcon*) über synchronisierte Uhren. Zur Kontrolle der gemeinsamen Bewegung läuft zwischen ihnen ständig ein Radarimpuls mit der Geschwindigkeit c hin und her.

- Welche Zeit verstreckt aus *Lukes* Sicht vom einen bis zum nächsten auszusendenden Radarimpuls?
- In welche Richtung ist der Radarimpuls im System des Planeten länger unterwegs, von *Han* zu *Luke* oder umgekehrt? Gib eine rein qualitative Begründung mit Worten oder einem Diagramm.
- Welche Zeit verstreckt im System des Planeten jeweils, bis der *X-Wing Fighter* den nächsten Radarimpuls aussendet?

7. ◦ Eigenzeit und Eigenlänge I

Wie gross ist die Eigenzeit eines Vorgangs, der im System der Erde 10 s dauert und dabei eine gerade Strecke von $1.0 \cdot 10^5$ km zurücklegt? Welche Strecke legt die Erde aus der Sicht des Eigensystems des Vorgangs zurück?

Wie sieht es aus bei 10 s und $1.2 \cdot 10^6$ km bzw. 10 s und $2.5 \cdot 10^6$ km?

8. • Eigenzeit und Eigenlänge II – schwieriger!

- Wie schnell müsste ein Raumschiff fliegen, um in einem Jahr Eigenzeit den Stern *Proxima Centauri* (4.2 LJ), den Stern *Mizar* (83 LJ) bzw. den *Polarstern* (448 LJ) zu erreichen? Gib die Resultate als Prozentsatz der Lichtgeschwindigkeit an.

Hinweis: Ein Lichtjahr (LJ) ist die Strecke, die das Licht im Vakuum während einem Jahr (a) zurücklegt. Natürlich lässt sich das in Meter umrechnen:

$$1 \text{ LJ} = c \cdot 1 \text{ a} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 9.46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Für unsere Zwecke ist es aber oft sinnvoller, das Lichtjahr als $c \cdot a$ stehen zu lassen, weil sich die Lichtgeschwindigkeit c wegbürtzt. Probiere das bei dieser Aufgabe aus! Rechne unbedingt formal und setze erst ganz zum Schluss die Angaben ein! (Verwende auch: $v = \beta \cdot c$.)

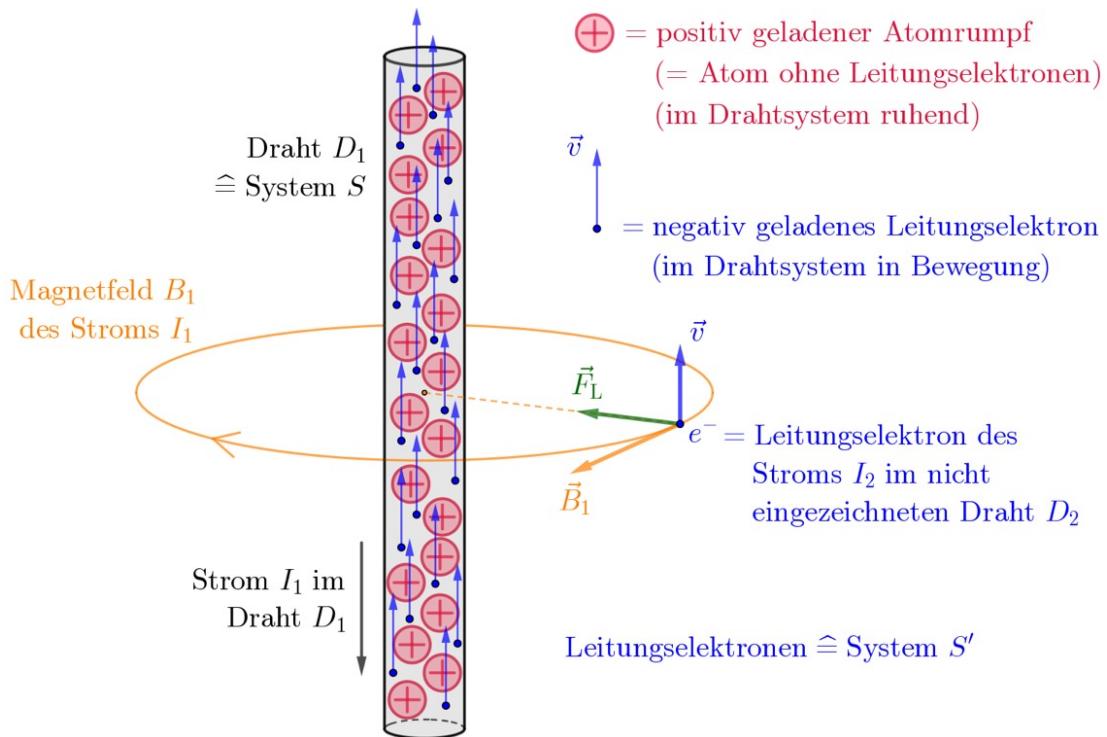
- Wie gross wären die Distanzen zwischen Sonnensystem und anderem Stern jeweils aus der Sicht des Raumschiffs? Gib die Resultate in Lichtjahren an.

9. $\circ\circ$ Ein bisschen "Elektrodynamik bewegter Körper"

Im Grundlagen-Physikunterricht haben wir in der Elektrodynamik gelernt: Zwei parallel aufgestellte Drähte, in denen je ein Strom in dieselbe Richtung fliesst, ziehen sich gegenseitig an. Diese Beobachtung können wir im Drahtsystem S wie folgt erklären:

- i. Der Strom I_1 im Draht D_1 erzeugt um sich ein Magnetfeld B_1 mit Feldlinien, die konzentrisch um das Kabel herumführen (*Rechte-Hand-Regel*).
- ii. Ein Leitungselektron e^- im Draht D_2 bewegt sich bei parallelen Stromrichtungen in den beiden Drähten mit der mittleren Geschwindigkeit \vec{v} in die entgegengesetzte Richtung zum *technischen Strom* I_1 – genauso wie alle Leitungselektronen, die den Strom I_1 ausmachen. (Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass die Stromstärken so geregt sind, dass sich alle Leitungselektronen in beiden Drähten quasi im Kollektiv bewegen, also alle gleich schnell unterwegs sind).
- iii. Das betrachtete Leitungselektron e^- erfährt im Magnetfeld B_1 eine Lorentzkraft \vec{F}_L , die wir mittels der *Drei-Finger-Regel* mit der linken Hand (negativ geladenes Teilchen) ermitteln können:
 - Daumen $\hat{=}$ Bewegungsrichtung \vec{v} des Leitungselektrons.
 - Zeigefinger $\hat{=}$ Richtung des Magnetfeldes \vec{B}_1 am Ort des Leitungselektrons.
 - \Rightarrow Mittelfinger $\hat{=}$ Richtung der Lorentzkraft \vec{F}_L , die das e^- erfährt.
- iv. Diese Lorentzkraft \vec{F}_L zeigt in Richtung des Drahtes D_1 . Also wird der Draht D_2 , zu dem das Leitungselektron e^- gehört, gegen den Draht D_1 gedrückt. Wir beobachten, dass sich die beiden Drähte gegenseitig anziehen.

Hier die Grafik zu dieser Situation im Drahtsystem S :



Und nun die kritische Frage: Wie erklären wir uns die Anziehung zwischen den beiden Drähten im System S' der Leitungselektronen?

Problem: In ihrem eigenen System bewegen sich die Leitungselektronen gar nicht. Da wird es schwierig resp. unmöglich mit einer Lorentzkraft zu argumentieren!

Versuche kreativ über diese Fragestellung nachzudenken! Skizze im Leitungselektronensystem $S'?$!

Tipps: 1. In S sind die beiden Drähte elektrisch neutral. 2. Längenkontraktion!