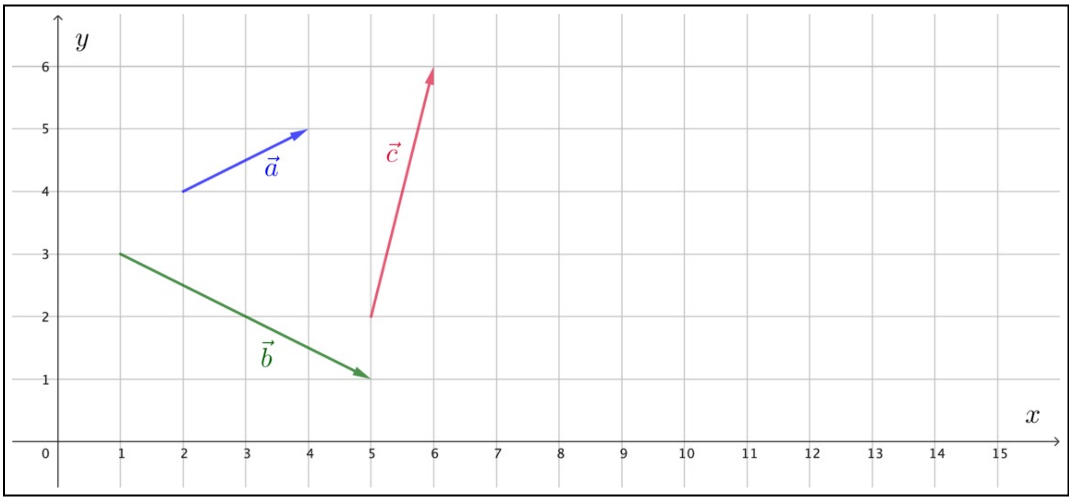
Übungen zur Vektorgeometrie

SERIE I: Grundoperationen mit Vektoren im $\mathbb{R}^2$

Klasse 155c / AGe

1. Von den drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ siehst du hier je einen *Repräsentanten*:



   (a) Notiere $\vec{a}$ in der *Komponentenschreibweise* $\binom{a_x}{a_y}$. Ebenso $\vec{b}$ und $\vec{c}$.

   (b) Wie lauten $\vec{d} = \vec{a} + \vec{c}$ und $\vec{e} = \vec{b} - \vec{c}$ und wie sieht je ein Repräsentant dieser Vektoren aus?

   (c) Zeichne einen Repräsentanten des Vektors $\vec{f} = \vec{a} - \frac{1}{2} \cdot \vec{b} - \vec{c}$ und notiere seine Komponenten.

   (d) Welcher Vektor muss von $\vec{b}$ subtrahiert werden, um $\vec{c}$ zu erhalten?

2. Welcher Vektor ergibt sich, wenn man $\binom{2\sqrt{2}}{1/3}$ mit $-6\sqrt{2}$ multipliziert?

3. Welche der folgenden Vektoren sind *kollinear* resp. *linear abhängig*? Wie überprüft man das rechnerisch?

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -\sqrt{2/3} \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} 6\sqrt{2} \\ -4 \end{pmatrix} \qquad \vec{e} = \begin{pmatrix} \sqrt{3/2} \\ \sqrt{3}/3 \end{pmatrix}$$

4. Gegeben seien die Punkte $A(-2, 5)$, $B(1, 6)$ und $C(6, -1)$ in der x-y-Ebene.

   (a) Wie berechnet man den Vektor $\overrightarrow{BC}$, welcher eine Verschiebung vom Punkt B zum Punkt C beschreibt?

   (b) Welche Punkte D kommen als vierte Ecke eines Parallelogramms in Frage, dessen andere Ecken durch A, B und C gegeben sind?

   (c) Welche Koordinaten hat der Mittelpunkt M_{AC} der Strecke zwischen den Punkten A und C?¡y

   (d) Für welches $t \in \mathbb{R}$ wird der Vektor $\binom{t}{1/t}$ kollinear zu $\overrightarrow{AB}$?

5. Nochmals zurück zu den Vektoren aus Aufgabe 1.

   (a) Wie schreibt man den Vektor $\vec{c}$ als *Linearkombination* der beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$?
   Das Wort **Linearkombination** ist neu. Anders ausgedrückt lautet die Frage: Wie lauten die zwei Zahlen $s, t \in \mathbb{R}$ in der Gleichung $\vec{c} = s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$? Lässt sich $\vec{c}$ in dieser Weise als Summe von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufschreiben, so sagt man: "$\vec{c}$ ist eine Linearkombination der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$."

   (b) Notiere $\vec{a}$ als Linearkombination von $\vec{b}$ und $\vec{c}$ und ebenso $\vec{b}$ als Lineakombination von $\vec{a}$ und $\vec{c}$.