

SERIE 1: Erste Integral- und Flächenberechnungen

Klasse 155c / AGe

1. Gib je eine **Stammfunktion** zu folgenden Funktionen an:

$$f(x) = 3x^2$$

$$g(x) = 2x^4$$

$$h(x) = \frac{2}{x^3}$$

$$i(x) = \frac{1}{4x^2}$$

$$j(x) = 2$$

$$k(x) = 4x$$

$$l(x) = \sin x$$

$$m(x) = \frac{2}{x}$$

$$n(x) = \sqrt{x}$$

$$o(x) = \frac{1}{3\sqrt{x}}$$

2. Berechne die folgenden Integrale. Achte dabei von Anfang an auf die **korrekte Notation** der Rechnung!

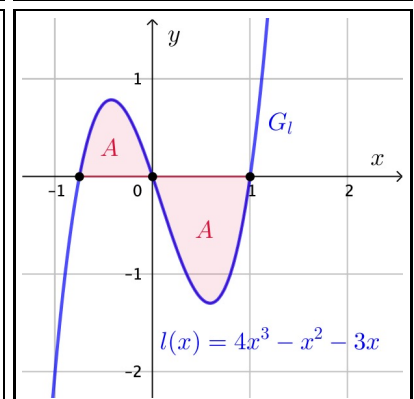
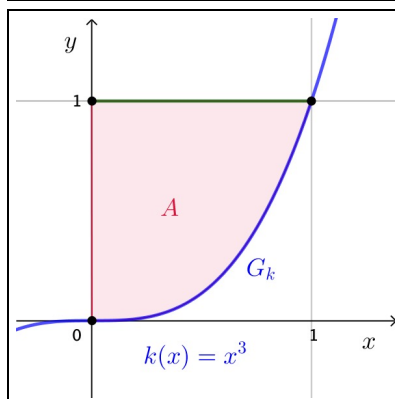
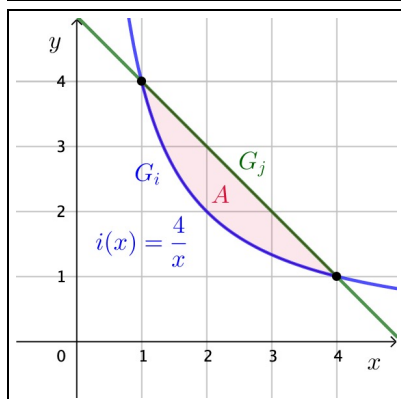
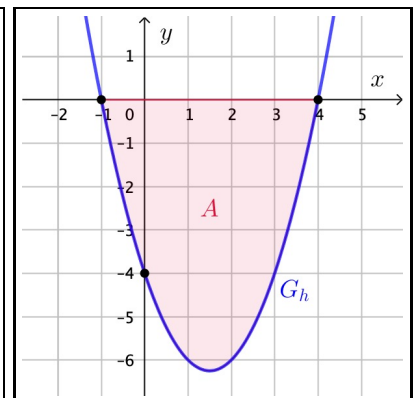
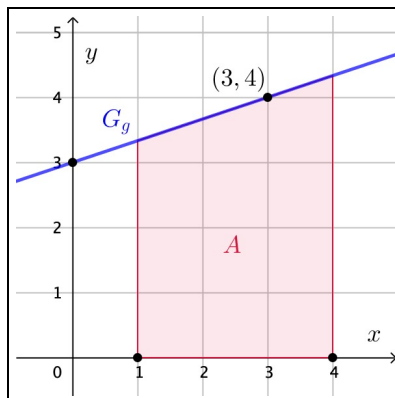
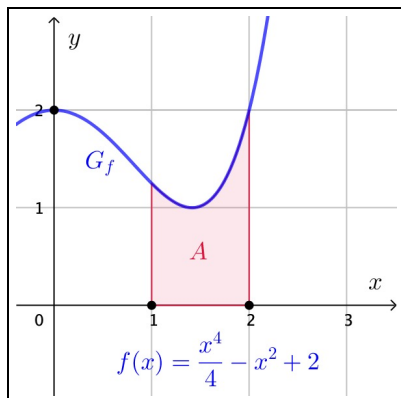
(a) $\int_{-1}^1 e^x dx$

(b) $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

(c) $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$

(d) $\int_1^3 \frac{1}{x^2} dx$

3. Notiere jeweils die markierte Fläche mittels Integral(en) und berechne sie. Allenfalls musst du zuerst die Funktion und danach ev. noch weitere Angaben selber bestimmen.



4. Wenn möglich, benutze zur Berechnung eine Symmetrieeigenschaft der Funktion. Manchmal hilft es, sich den Funktionsgraphen in GeoGebra zeichnen zu lassen!

(a) $\int_{-3}^3 (9 - x^2) dx$

(b) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan x dx$

(c) $\int_{-2}^2 \left(-\frac{1}{4} x^4 + x^2 \right) dx$

(d) $\int_{-2}^2 (x^2 - x) dx$

(e) $\int_{-\pi}^{\pi/2} \cos x dx$

(f) $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$

Überlege dir bei (f), wie wohl die Stammfunktion von e^{-x} lautet. **Tipp:** Kettenregel!

5. Es folgen ein paar Textaufgaben. Benutze zur Veranschaulichung stets GeoGebra!

- Die Graphen zu $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ und $g(x) = 2x^2 - 3x - 1$ schliessen zwischen ihren Schnittpunkten eine bestimmte Fläche ein. Berechne sie!
 - Die nach unten geöffnete Parabel zu $f(x) = a(x-2)(x-4)$ soll mit der x -Achse die Fläche 1 einschliessen. Wie ist a dafür zu wählen?
 - Mit welchen Tricks hätte man sich bei (b) die Rechenarbeit geschickt erleichtern können?
Stichworte: "Öffnung der Parabel", "Horizontale Verschiebung" und "Symmetrie".
 - Wir betrachten die Funktion $f(x) = e^x$. Bis zu welcher Stelle b muss ich von $x = 0$ aus gehen, bis der G_f mit der x -Achse die Fläche 1000 einschliesst?
 - Die Graph zu $f(x) = (x+a)x^2$ schliesst für $a \neq 0$ mit der x -Achse eine bestimmte Fläche ein.
 - Bestimme diese Fläche für $a = 3$.
 - Für welches $a > 0$ beträgt die Fläche 108?
 - Ausgehend von ihrer positiven Schnittstelle $x_S > 0$ laufen die Graphen der beiden Funktionen $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = x^2$ für anwachsendes x auseinander. Bis zu welcher Stelle c muss man von x_S aus gehen, bis zwischen G_f und G_g die Fläche 3 liegt?
- Tip:** Nach korrekter Integration ergibt sich eine zunächst kompliziert anmutende Gleichung. Substituiere darin $d := c^{\frac{3}{2}} = c\sqrt{c}$.

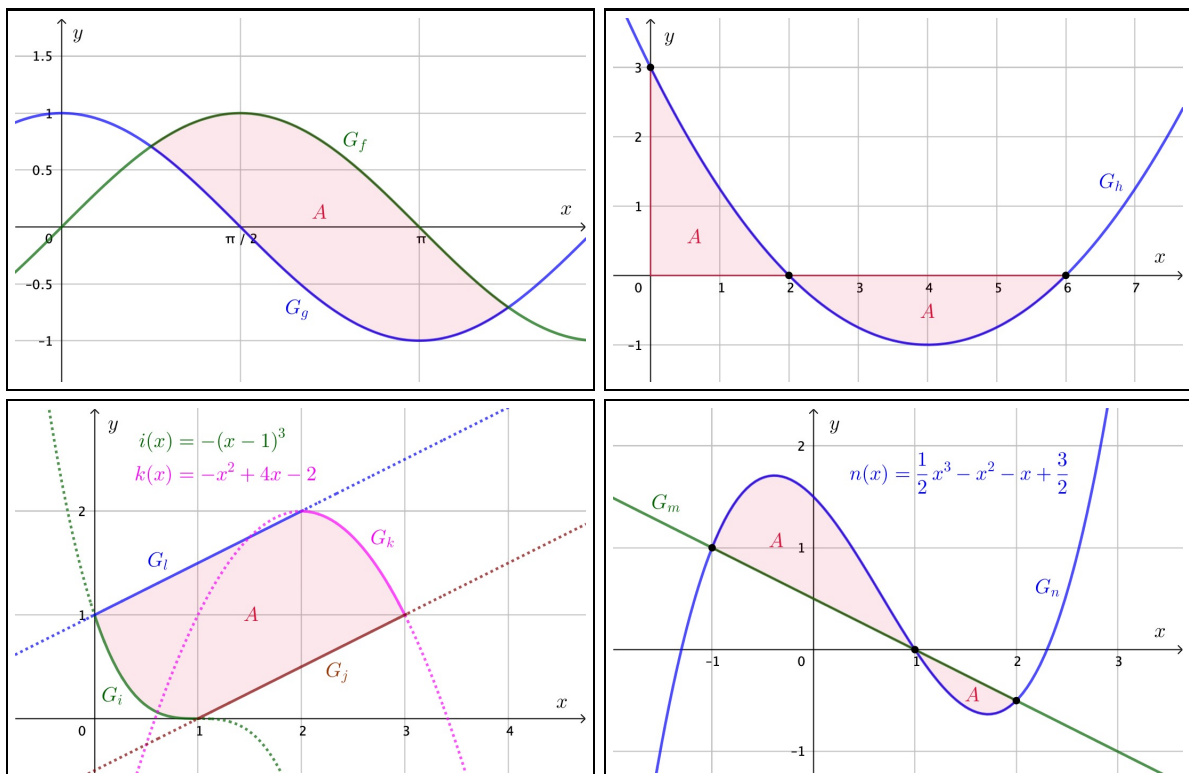
6. Du kennst die Ableitung der allgemeinen Exponentialfunktion $f(x) = a^x$. Überlege dir, wie folglich eine Stammfunktion zu $f(x) = a^x$ lautet und berechne damit die folgenden Integrale:

(a) $\int_1^2 2^x dx$

(b) $\int_1^2 \left(\frac{1}{2}\right)^x dx$

(c) $\int_0^{\log_5 2} 5^x dx$

7. Bestimme die markierten Flächen mittels Integralrechnung (ev. zuerst Funktion bestimmen):



8. Die Graphen der beiden Funktionen $f(x) = -3x^3 + 3x$ und $g(x) = 1 - x^2$ schliessen miteinander zwei Teilflächen ein. Wie lautet deren Verhältnis?

Tip: Erahne mindestens eine Schnittstelle der beiden Funktionen.