

SERIE 2: Prüfungsvorbereitung

Klasse 155c / AGe

Anmerkungen zur Prüfung

- An der Prüfung wird auch die Notation bewertet. Trainiere das vollständige Aufschreiben bei der Berechnung eines Integrals. Darin knüpft jeder Schritt an den vorherigen an (lauter Gleichheitszeichen!).
- An der Prüfung ist **kein TR** erlaubt!

1. (a) $\int_1^5 4 \, dx$ (b) $\int_1^{10} \frac{1}{x^2} \, dx$ (c) $\int_1^e \frac{1}{x} \, dx$ (d) $\int_{-1}^1 (1-x) \, dx$

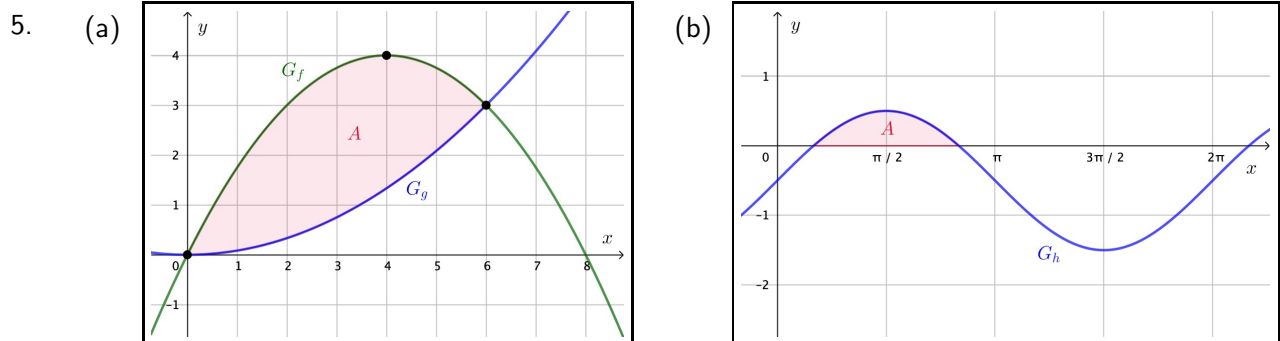
2. In den folgenden Integralen haben wir es mit symmetrischen Funktionen zu tun. Stelle dir jeweils den Funktionsgraphen vor (oder zeichne ihn rasch ungefähr auf) und nutze dann die Symmetrie des Graphen aus, um die Berechnung des Integrals zu vereinfachen.

(a) $\int_{-\pi}^{\pi} (x^3 - x) \, dx$ (b) $\int_0^{2\pi} \cos x \, dx$ (c) $\int_{-2}^2 \left(\frac{x^2}{4} + \frac{1}{2} \right) \, dx$ (d) $\int_0^{3\pi/2} \sin x \, dx$

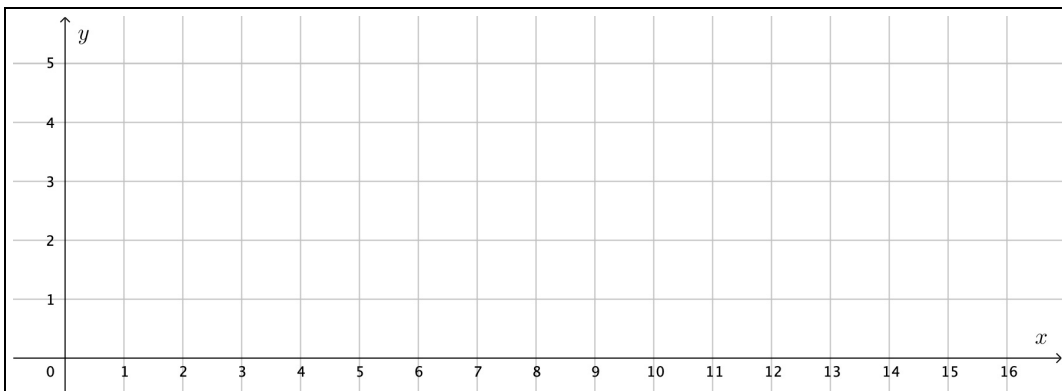
3. Vereinfache die Berechnung der folgenden Integrale drastisch durch Ausnutzung der Symmetrien:

(a) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\sin x + \cos x + \tan x) \, dx$ (b) $\int_{-2}^2 \left(x^3 + \frac{x^2}{2} + 2x - 1 \right) \, dx$

4. Es sei $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$. Ermittle die Fläche des Parabelsegmentes zwischen den Nullstellen.



6. Die Graphen von $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$ und $g(x) = \sqrt{2x}$ schliessen miteinander eine Fläche ein. Skizziere die beiden Graphen für $x \geq 0$ und berechne die Zwischenfläche.



7. Legen wir über der Stelle $x = -1$ eine Tangente t an den Graphen von $f(x) = \frac{3x^3}{8} - \frac{3x^2}{8} - \frac{9x}{4} + 1$, so gibt es neben diesem Berührungspunkt $P(-1, ?)$ noch einen anderen Schnittpunkt Q des Graphen G_f mit der Tangente t . Skizziere die ungefähre Situation in einem Koordinatensystem und berechne die von t und dem G_f eingeschlossene Fläche.

Tipp: Beim Lösen der Gleichung $f(x) = t(x)$ weiss man vorab, dass $x = -1$ eine (doppelte) Lösung dieser Gleichung ist. Weshalb?

8. (a) Es sei $f(x) = m \cos x$. Wie ist m zu wählen, damit der G_f mit der x -Achse von der ersten negativen bis zur ersten positiven Nullstelle von $f(x)$ die Fläche 16 einschliesst?
- (b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ist eine abfallende Exponentialfunktion. Bis zu welcher Stelle $c > 0$ muss von $x = 0$ aus integriert werden, um zwischen dem G_f und der x -Achse die Fläche $A = \frac{1}{2 \ln 2}$ einzuschliessen?

Tipp: $\log_a \frac{1}{b} = \log_a b^{-1} = -\log_a b$ (drittes Logarithmengesetz).

- (c) Es sei $a > 0$. Eine Parabel sei durch $f(x) = 1 - ax^2$ gegeben.
- Skizziere die Parabel für $a = 2$ in einem Koordinatensystem.
 - Wie muss a gewählt werden, damit die Parabel mit der x -Achse die Fläche 1 einschliesst?

Prüfung der 150c

Die Aufgaben 9 bis 12 hat die Promotion 150c vor fünf Jahren als erste Prüfung zur Integralrechnung absolviert. Die damalige Prüfung dauerte 50 Minuten resp. 60 Minuten mit NAM.

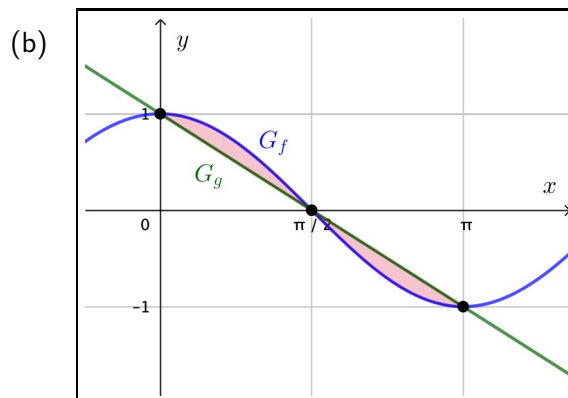
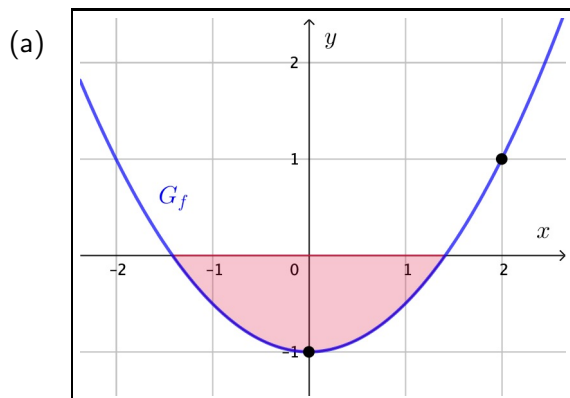
9. Berechne: (je 2 P)

(a) $\int_{-3}^{-1} 2^x dx$

(b) $\int_{-3}^3 (-x^2 - x + 9) dx$

(c) $\int_1^{16} \sqrt{x} dx$

10. Bestimme die rot eingefärbten Flächen: (4 P + 3 P)



11. Der Graph der Funktion $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ schliesst mit der x -Achse zwei Flächen ein.

Skizziere rechts den ungefähren G_f und bestimme das Verhältnis der beiden Flächen. (5 P)

12. Es sei $c > 1$. Der Graph der Funktion $f(x) = \frac{c}{x^2}$ soll über dem Intervall $[1; c]$ mit der x -Achse die Fläche 10 einschliessen.

Wie ist c dafür zu wählen? (3 P)

