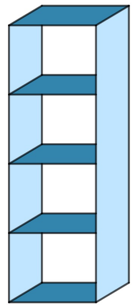
Übung QF 5: Optimierungsaufgaben

Klasse 155c / AGe

1. (a) Der Umfang eines Rechtecks betrage 24. Wie sind Länge und Breite zu wählen, damit die Fläche maximal wird?
   (b) Ist die unter (a) gefundene Antwort allgemein gültig? Formuliere eine Aussage!

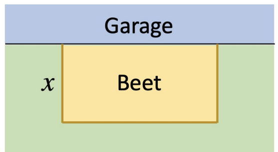


2. Welche beiden Zahlen, deren Differenz 2 beträgt, haben das kleinste Produkt?

3. Linda möchte aus einem $2.5\,\mathrm{m}$ langen Brett der Breite $30\,\mathrm{cm}$ ein Regal mit maximalem Volumen gemäss nebenstehender Figur bauen. Welche Masse muss das Regal haben?

4. Neben einer Garagenwand soll ein rechteckiges Kräuterbeet abgegrenzt werden (siehe rechts). Es stehen $16\,\mathrm{m}$ Beetumrandung zur Verfügung.

   Wie gross muss man die Breite des Beets wählen, damit seine Fläche möglichst gross wird? Wie gross ist diese maximale Fläche?

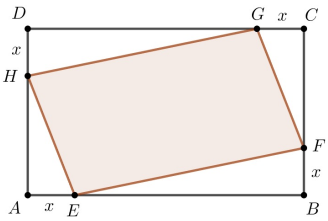


5. Für welche Zahl wird das Produkt aus dem Dreifachen und der um 1 vergrösserten Zahl am kleinsten?

6. Firma Right verkauft monatlich 600 Taschenrechner mit einem Gewinn von $40\,\mathrm{sFr.}$ pro Rechner. Marktanalysen haben ergeben, dass sich bei einer Reduktion des Verkaufspreises um $1\,\mathrm{sFr.}$ die Anzahl verkaufter Rechner um 30 erhöht.

   Für welchen Preis macht die Firma Right folglich maximalen Gewinn? Oder anders formuliert: Um wie viele Franken muss die Firma ihren Preis senken, damit sie einen maximalen Gewinn erzielt?

7. Auf den Seiten des Rechtecks $ABCD$ mit Länge 5 und Breite 3 wird auf jeder Seite die Strecke x abgetragen (siehe rechts). Für welches x ist der der Flächeninhalt des Vierecks $EFGH$ am kleinsten? Welchen Bruchteil der Rechtecksfläche macht die Vierecksfläche dann aus?



8. *Physik:* Bei der gleichmässig beschleunigten Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit (gmbBmA) ist die Ortsfunktion gegeben durch: $s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2}\,t^2$ ($s_0 =$ Startort, $v_0 =$ Anfangsgeschw., $a =$ Beschleunigung).

   Werfe ich einen Stein mit der Geschwindigkeit v_0 senkrecht in die Höhe, so gilt für seine Höhe h als Funktion der Zeit t folglich: $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{g}{2}\,t^2$ (Fallbeschleunigung $a = -g$, $h_0 =$ Starthöhe).

   (a) Welche maximale Höhe erreicht der Stein (in Abhängigkeit der Parameter h_0, v_0 und g?
   (b) Beantworte die Frage unter (a) nochmals, aber diesmal unter Verwendung der Tatsache, dass die Geschwindigkeit im toten Punkt $v = 0$ beträgt und dass für die gmbBmA gilt: $v(t) = v_0 + at$.
   (c) Skizziere $h(t)$ in einem h-t-Diagramm. Wo siehst du darin h_0, v_0 und g?

9. Eine ebene $400\,\mathrm{m}$-Bahn soll so angelegt werden, dass sie ein Rechteck mit zwei angesetzten Halbkreisen begrenzt. Wie gross muss der Radius r sein und wie lang ein gerades Stück zwischen den Kurven, wenn

   (a) das Rechteck maximalen Flächeninhalt haben soll?
   (b) das ganze Oval maximalen Flächeninhalt haben soll?

10. Ein Punkt P bewege sich mit einer Geschwindigkeit von 4 Einheiten pro Sekunde auf der x-Achse eines Koordinatensystems nach rechts. Ein zweiter Punkt Q bewege sich mit 3 Einheiten pro Sekunde auf der y-Achse aufwärts. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde sich P bei $x = -10.3$ und Q bei $y = -7.1$.

    (a) Welcher Punkt durchquert zuerst den Ursprung?
    (b) Modelliere den Vorgang mit `GeoGebra` ($\to$ Schieberegler für t)!
    (c) Wie nahe kommen sich die beiden Punkte höchstens? (Rechne alles ohne TR!)