

Übung F & R 2: Arithmetische und geometrische Folgen

Klasse 155c / AGe

- Überprüfe, ob es sich bei der Folge um eine *arithmetische Folge (AF)* oder eine *geometrische Folge (GF)* handelt:
(a) 1, 4, 7, 10, 13, ... (b) 1, 4, 16, 64, 256, ... (c) 17, 14, 11, 9, 6, 3, ...
(d) 2, 3, 4.5, 6.75, 9, 13.5, ... (e) 12, 6, 3, 1.5, ... (f) $\frac{1}{18}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, -1.5, 4.5, \dots$
- Entscheide, ob es sich um eine AF oder um eine GF handelt, und berechne jeweils den Schritt d resp. den Quotienten q , sowie das 8. Glied:
(a) $a_1 = 6$ und $a_{k+1} = a_k + 8$ (b) 1, 1.1, 1.21, 1.331, ... (c) $a_k = 5 + (k-1) \cdot 7$
(d) -8, 12, -18, 27, ... (e) 3.2, 5.1, 7, ... (f) 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, ...
- Von einer AF kennt man zwei Glieder. Gib die explizite Definition an und berechne das gesuchte Glied:
(a) $a_3 = 5, a_5 = 6, a_{20} = ?$ (b) $a_{10} = 12, a_{20} = 18, a_4 = ?$
- Von der GF (a_n) sind zwei Glieder gegeben. Gib die explizite Definition an und berechne a_7 :
(a) $a_1 = 64, a_2 = 96$ (b) $a_2 = 8, a_5 = 216$ (c) $a_7 = 100, a_{10} = -12.5$
- Eine AF beginnt mit 2 und das 2775. Glied ist die Zahl 524 288.
(a) Wie lauten die explizite und die rekursive Definition der Folge?
(b) Gib die ersten drei Glieder an.
- Drei Zahlen, von denen die zweite um 17 grösser ist als die erste und die dritte um 34 grösser als die zweite, bilden eine GF. Wie heissen die drei Zahlen?
- Zwischen den Zahlen 800 und 1575 sollen 24 Zahlen so eingeschoben werden, dass eine AF entsteht. Gesucht sind die rekursive und die explizite Definition der entstehenden Folge.
- Wie viele Glieder der AF mit $a_1 = \frac{1}{7}$ und $a_3 = \frac{1}{11}$ sind grösser als 0?
- Bei einer dreigliedrigen AF beträgt die Summe der drei Glieder 30 und die Summe der quadrierten Glieder liefert den Wert 318. Bestimme die drei Glieder einer solchen AF.
Tipp: Notiere die dreigliedrige AF in der Form $m - d, m, m + d$.
- Die Summe einer dreigliedrigen GF beträgt 9, das Produkt der drei Glieder liefert den Wert -216. Bestimme die drei Glieder einer solchen GF.
Tipp: Notiere die drei Glieder der GF in der Form $\frac{m}{q}, m, mq$.
- Bestimme m so, dass die Folge $m, m^2 + 3, 4m^2 - 2m, \dots$ eine AF bildet.
- Wie viele Glieder der GF 8, 9, ... sind kleiner als 10^{12} ? Es wird also der grösstmögliche Index $k \in \mathbb{N}$ gesucht, sodass für das k -te Glied der GF gilt: $a_k < 10^{12}$.
- Wie viele Glieder der GF 2022, 2021, ... sind grösser als 1291?
- Wie viele Glieder der GF 1, 1.1, ... liegen zwischen 1000 und 10 000?
- Gibt es drei Zahlen a_1, a_2 und a_3 , die gleichzeitig sowohl den Beginn einer AF, wie auch den Beginn einer GF bilden könnten?
- Die beiden zwischen 1 und 10 liegenden Zahlen u und v sind so zu bestimmen, dass 1, u , v , 10 in dieser Reihenfolge eine viergliedrige GF bilden. Welche Werte nehmen u und v an, wenn sie ganzzahlig gerundet werden? Wo im Alltag treten diese Zahlenwerte auf?