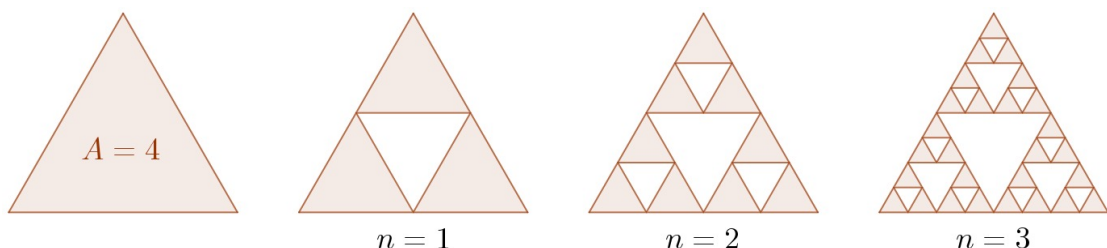


Übung F & R 4: Geometrische Reihen

Klasse 155c / AGe

- Berechne die Summe $2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024}$ mit der Doppelsummenmethode aus dem Unterricht.
- Notiere die Summe mit dem Summenzeichen $\sum$ und rechne sie anschliessend aus:
 - $2 + 10 + 50 + \dots + 31\,250$
 - $-2 + 10 - 50 + \dots - 31\,250$
 - $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{4096}$
 - $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots - \frac{1}{4096}$
 - $\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \dots - 81$
 - $\sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} + \dots + 81$
- Berechne die Summe:
 - $\sum_{i=1}^{11} (-4)^{i-1}$
 - $\sum_{k=1}^8 2 \cdot 3^k$
 - $\sum_{n=0}^7 \left(\frac{2}{3}\right)^{n+2}$
- Gegeben sei eine GR mit $q = \frac{1}{3}$ und $a_4 = 18$. Für welches n ist $s_n = 728$ und wie lautet bei dieser Teilsumme das letzte Glied?
- Wie viele Glieder der GF 15, 16, etc. müssen mindestens addiert werden, damit die Partialsumme grösser als eine Milliarde ist?
- Definiere die Folge 3, 33, 333, 3333, ... sowohl explizit als auch rekursiv.
- Bestimme a_3, a_4, a_5, a_6 aus $a_1 = 1, a_2 = m$ und der Rekursionsformel $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k$. Um welche Art von Folge handelt es sich bei (a_k) ? Gib eine explizite Formel für das allgemeine Glied a_k in Abhängigkeit des Parameters m an, $k \in \mathbb{N}$.
- Berechne aus den gegebenen Informationen einer GF die gesuchten Grössen.
 - geg.: $a_4 = 27, q = 0.3$, ges.: a_1, s_9
 - geg.: $a_1 = \frac{1}{5}, q = 2, s_i = 26\,214.2$, ges.: Index i
 - geg.: $a_1 = \frac{\sqrt{6}}{40}, q = \sqrt{2}$, ges.: a_{10}, s_{10}
 - geg.: $a_1 = \frac{1}{6}, q = 1 - \sqrt{3}$, ges.: a_6, s_6
- Gegeben sei die geometrische Teilsumme $s_n = 3 + 6 + 12 + \dots + x$. Welches ist der kleinst mögliche Wert für x , wenn $s_n > 100\,000$ sein soll?
- Eine GF besteht aus 10 positiven Gliedern; sie beginnt bei 1 und endet bei 2. Berechne s_{10} .
- Das Sierpinski-Dreieck.* Die folgenden Figuren zeigen die ersten vier Glieder eines bekannten *Fraktals*, das nach dem polnischen Mathematiker *Waclaw Franciszek Sierpinski* (1882–1969) benannt ist:



Die Folge (a_n) beschreibe die Summe der Flächeninhalte der weissen Flächen innerhalb des grossen Dreiecks.

- Bestimme a_1 bis a_4 und gib eine explizite Formel für die Fläche a_n an.
- Welcher Fläche nähert sich a_n für $n \rightarrow \infty$ an?
- Ab welchem Index n ist $a_n > 3.99$?
- Wie viele braune Dreiecke hat das n -te Sierpinski-Dreieck?