

Übung F & R 5: Unendliche geometrische Reihen

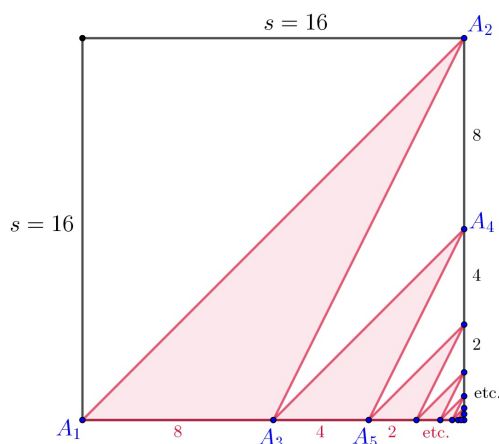
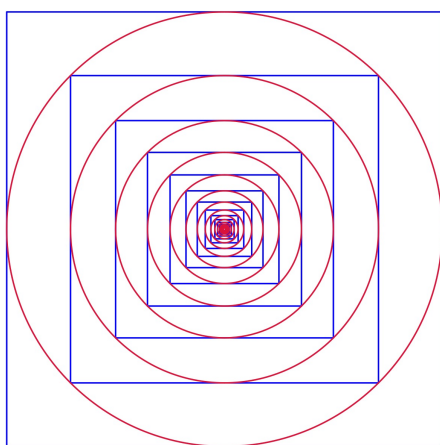
Klasse 155c / AGe

1. Berechne die folgenden unendlichen Summen mittels $s_\infty = \frac{a_1}{1-q}$:

- (a) $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots$ (b) $5 + \frac{3}{2} + \frac{9}{20} + \dots$ (c) $3 - \frac{3}{2} + \frac{3}{4} - \dots$
 (d) $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \dots$ (e) $2 + \sqrt{2} + 1 + \dots$ (f) $8 - 4\sqrt{3} + 6 - \dots$

2. (a) Eine unendliche GR mit $q = \frac{1}{2}$ besitzt den Wert $s_\infty = 5$. Wie lautet das erste Glied?
 (b) Bei einer anderen unendlichen GR seien $a_1 = 1$ und $s_\infty = 10$. Wie lautet der Faktor q ?
 (c) Bei einer dritten unendlichen GR seien $s_\infty = 32$ und $q = \frac{5}{8}$. Wie lautet hier das 10. Glied?
 (d) Bei einer weiteren unendlichen GR sei $s_\infty = 4a_1$. Wie lautet der Faktor q ?

3. Geometrisch Unendliches...



- (a) Einem Quadrat mit 10 cm Seitenlänge wird ein Kreis einbeschrieben, diesem ein Quadrat, diesem wieder ein Kreis, usw. (siehe oben links).
 Berechne einerseits die Summe aller Quadratumsfänge, andererseits die Summe aller Kreisflächen.
 (b) Im Quadrat mit der Seitenlänge $s = 16$ wird der Streckenzug $A_1-A_2-A_3-\dots$ mit unendlich vielen Strecken eingezeichnet (siehe oben rechts).
 i. Wie gross ist der totale Flächeninhalt aller roten Dreiecke?
 ii. Wie lang ist der Streckenzug $A_1-A_2-A_3-\dots$?
 (c) Eine spiralförmige Strecke wird wie unten gezeigt konstruiert. Dabei bilden die Längen $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \dots$ der geraden Streckabschnitte eine GF.
 i. Bestimme die Gesamtlänge der unendlich weiter gezeichneten Spirale.
 ii. Welche Koordinaten hat der Punkt im Spiralenzentrum?

