

Übungen zur Differentialrechnung

SERIE IV: Kurvendiskussion mit zweiter Ableitung

Klasse 155c / AGe

1. Führe mit jeder Polynomfunktionen eine **vollständige Kurvendiskussion** durch. Dafür musst du **Nullstellen**, **Horizontalpunkte** und **Wendepunkte** berechnen und anschliessend den **Graphen skizzieren**:

$$a(x) = x^3 - \frac{3}{4}x$$

$$b(x) = x^3 + \frac{3}{4}x$$

$$c(x) = -x^2 + 5x - 6$$

$$d(x) = -x^4 + 2x^3$$

$$e(x) = \frac{3}{4}x^5 - \frac{5}{2}x^3$$

$$f(x) = \frac{1}{144}x^4 + \frac{1}{12}x^3$$

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 7$$

$$h(x) = \frac{1}{18}x^4 - \frac{1}{3}x^2$$

$$i(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x - 1$$

$$j(x) = -3x^3 + 7x^2 - 6x + 2$$

$$k(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x$$

$$l(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + 2$$

$$m(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 26$$

$$n(x) = x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2$$

$$o(x) = x^5 - 2x^3 + x$$

$$p(x) = -4x^3 + 18x^2 - 24x + 9$$

$$q(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 + x^2 + 1$$

Ein paar nützliche Hinweise:

- Bei $g(x)$, $j(x)$ und $m(x)$ muss man eine Nullstelle “erraten”.
- Bei $l(x)$ kann man zeigen, dass keine NS existieren. Wie?
- Bei $n(x)$ haben die Stellen $x = 0$ und $x = 2$ je mehrere spezielle Eigenschaften. Zudem brauchst du die y -Koordinaten der Wendepunkte im Intervall $]0; 2[$ nicht zu berechnen. Sie liegen beide etwa auf der Höhe $-\frac{1}{2}$.
- Die Funktion $q(x)$ hat keine Nullstellen. Zudem brauchst du die y -Koordinaten der Wendepunkte nicht zu berechnen.

2. Schaue dir in GeoGebra den Graphen der Funktion

$$f(x) = 8x^6 - 12x^5 + 6x^4 - x^3$$

an. Was ist speziell?

Führe danach eine Kurvendiskussion durch. Dabei brauchst du die y -Koordinaten der Wendepunkte im Intervall $]0; \frac{1}{2}[$ nicht zu berechnen.

3. Unter einer **Wendetangente** versteht man die Tangente an einen Graphen in dessen Wendepunkt.

$$f(x) = \frac{1}{20}x^4 - \frac{1}{10}x^3 - \frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{10}x + \frac{1}{5} \quad \text{Schnittpunkt der Wendetangenten?}$$

4. Führe mit der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x} + x$$

eine vollständige Kurvendiskussion durch. Versuche anschliessend den G_f zu skizzieren. Welche “Elemente” sind dabei neu?

5. Mache dasselbe mit der Funktion

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

6. Leite die folgenden beiden Funktionsgraphen zweimal ab. Mache dir anschliessend noch einmal klar, welche Zusammenhänge zwischen den drei Graphen übereinander jeweils bestehen. Dabei sollten dir Begriffe wie "Steigung", "Rechtskurve", "Linkskurve", "Veränderung" oder "Krümmung" durch den Kopf gehen!

