Übungen zur Differentialrechnung

# SERIE IX: Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung

**Klasse 155c / AGe**

1. *Kurvendiskussion einiger zusammengesetzter Funktionen*

   Führe bei den folgenden Funktionen jeweils eine Kurvendiskussion durch:

   $$a(x) = e^{-x^2} \qquad b(x) = x \cdot e^{-x} \qquad c(x) = \frac{2\ln x}{x} \qquad d(x) = \frac{4}{x^2+3} \qquad e(x) = \frac{e^x}{x}$$

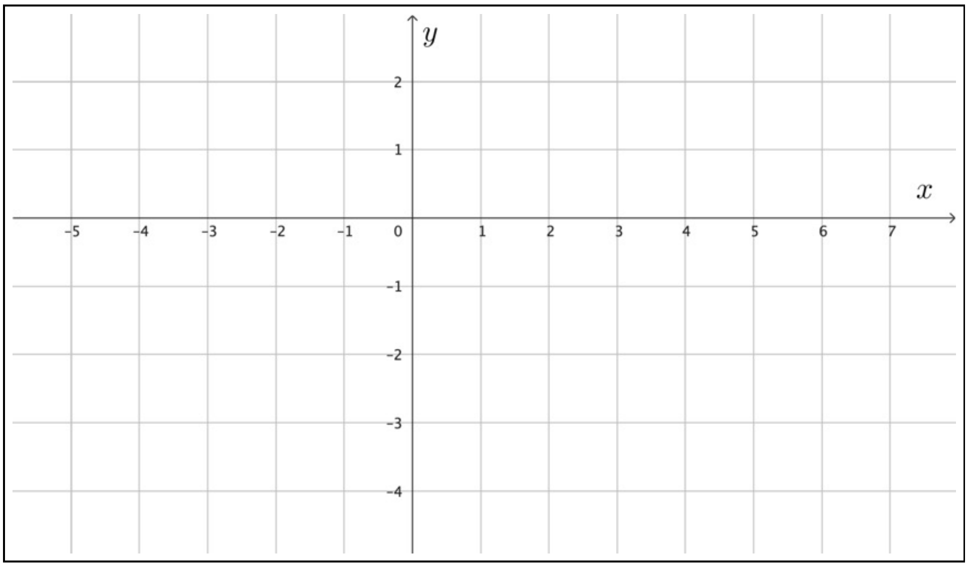
   $$f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \qquad g(x) = \sqrt{e} \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad h(x) = \frac{x}{\ln x} \qquad i(x) = \frac{1}{2x} + \sqrt{x}$$

   Zu bestimmen gibt es das Verhalten im Unendlichen ($x \to \pm\infty$), die Nullstellen und die Hoch-, Tief-, Sattel- und Wendepunkte. Weiter zu bedenken sind neuerdings aber auch **Polstellen** und auch über den **Definitionsbereich** der Funktion macht man sich am besten gleich zu Beginn der Aufgabe Gedanken.

   Ziel ist stets auch eine Skizze des Funktionsgraphen.

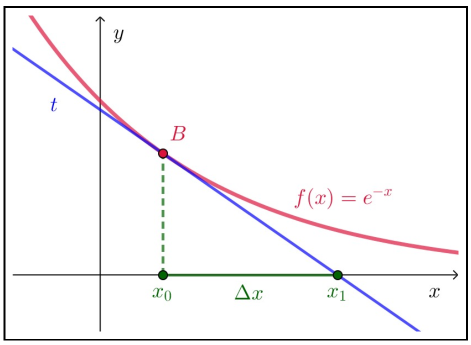
2. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{x^2-9}{2x^3+4x^2}$ .

   Skizziere den $G_f$ (keine Horizontal- oder Wendestellen berechnen).




3. Der Punkt $B$ mit $x$-Koordinate $x_0$ sitze auf dem Graphen von $f = e^{-x}$. Die Tangente $t$ an den $G_f$ in $B$ schneide die $x$-Achse an der Stelle $x_1$.

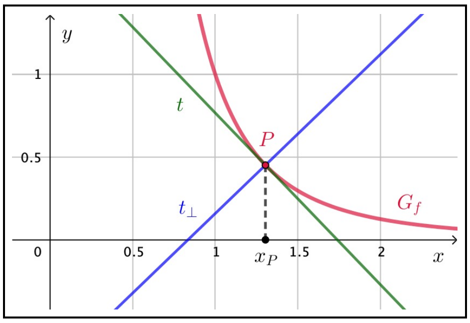
   Zeige, dass die Länge der Strecke $\Delta x = x_1 - x_0$ für jede Wahl von $B \in G_f$ dieselbe ist!



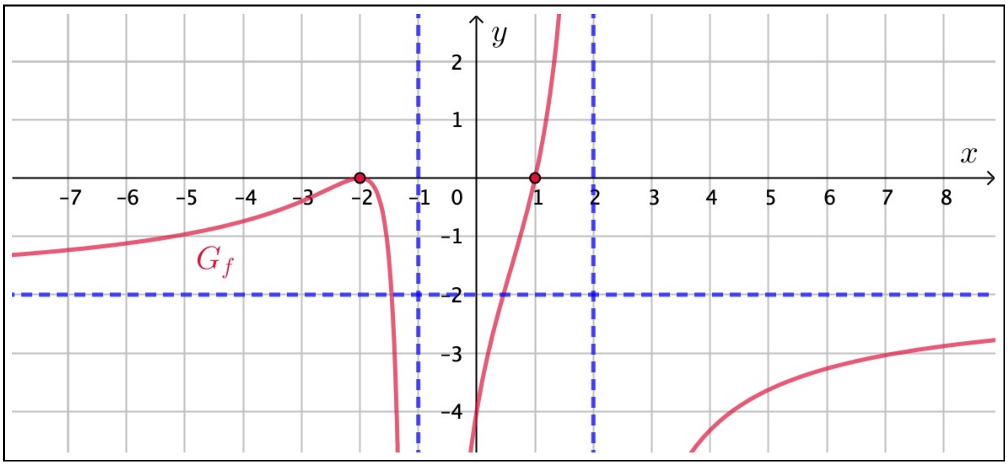

4. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{x^2}{8} - \frac{1}{x}$ .

   Auf welchen Teilintervallen von $\mathbb{R}$ ist der Graph von $f(x)$ rechtsgekrümmt?

5. Der Punkt $P(x_P, y_P)$ sitze auf dem Graphen von $f(x) = \frac{1}{x^3}$.
   Wie ist $x_P$ zu wählen, damit die Senkrechte $t_\perp$ zur Tangente $t$ an den $G_f$ im Punkt $P$ durch den Ursprung verläuft?

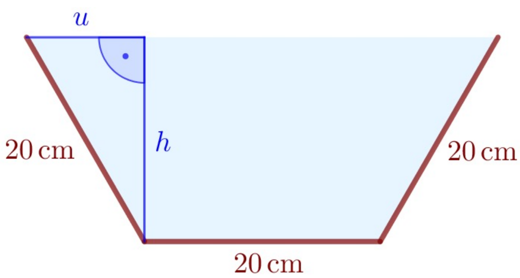



6. Lies aus dem folgenden Graphen einen möglichst einfachen Polynombruch für die Funktion $f(x)$ ab.




7. Aus drei Brettern von je $20\,\mathrm{cm}$ Breite ist eine oben offene Wasserrinne mit maximalem Fassungsvermögen herzustellen. Wie breit muss sie oben sein?

   **Tipp:** Optimiere, indem du die Zielfunktion in alleiniger Abhängigkeit des Überhangs $u$ aufstellst.




8. Eine zylindrische Blechdose ohne Deckel soll das Volumen $1$ aufweisen.
   Welches Verhältnis bilden Grundkreisradius und Höhe der Dose bei geringstem Materialverbrauch?

9. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{x+4}$.
   (a) Skizziere den $G_f$ im Koordinatensystem rechts.
   (b) $P(x_P, y_P)$ liege auf $G_f$ und es sei $x_P \in \,]-4;0[\,$.
   Zwischen dem Ursprung und $P$ kann ein Rechteck aufgespannt werden, dessen Seiten parallel zu den beiden Koordinatenachsen sind.
   Für welches $x_P$ wird die Rechtecksfläche maximal?