PHYSIKMATUR SOMMER 2006 - LÖSUNGEN

Gymnasium Unterstrass Zürich

1 Anhalten (5 Punkte)

(a) Berechnung des Bremsweges:

$$s \stackrel{(1)}{=} \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{0^2 - \left(\frac{90}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-3.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} \stackrel{(1)}{=} 95 \text{ m}$$

Das Auto überfährt die Ampel, hält also hinter ihr. (0.5)

Anmerkungen zur Bewertung (AB): Das formale Resultat gibt - wie bei allen Aufgaben - bereits Punkte. Hier auch in der vereinfachten Form $s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$.

Allgemein gilt bei Bewertungen: Das Endresultat zählt nur dann, wenn die Überlegungen, die dazu geführt haben, korrekt sind. Bei richtigem Endresultat und richtigen Überlegungen erhält man auch dann die volle Punktzahl, wenn kein formales Resultat in der Lösung enthalten ist. Schliesslich darf ein Taschenrechner mit Solver-Funktion für Gleichungen verwendet werden. Bei Einsatz des Taschenrechners muss allerdings genau angegeben werden, welche numerische Gleichung zu welchem Resultat geführt hat, damit allfällige Eingabefehler ersichtlich sind.

(b) Für die benötigte Verzögerung ergibt sich:

$$a \stackrel{(1)}{=} \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s} = \frac{0^2 - \left(\frac{90}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 90 \text{ m}} \stackrel{(1)}{=} \underline{\underline{-3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

AB: Wer clever ist, hat diese Berechnung bereits bei (a) durchgeführt und beide Teilaufgaben auf einen Schlag gelöst, was selbstverständlich alle Punkte gibt.

Für die Lösung mit fehlendem Minuszeichen, die ansonsten aber richtig ist, gibt es 1 Punkt weniger.

2 Ausdehnung im Thermometer (6 Punkte)

Bei 20 °C beträgt das Volumen des Quecksilbers im Thermometer (ρ aus Fundamentum):

$$V \stackrel{(1)}{=} \frac{m}{\rho} = \frac{0.00169 \text{ kg}}{13546 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \stackrel{(0.5)}{=} 1.248 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 \stackrel{(1)}{=} 124.8 \text{ mm}^3$$

Die Volumenänderung beträgt bei der angegebenen Temperaturerhöhung (γ aus Fundamentum):

$$\Delta V \stackrel{(1)}{=} \gamma \cdot V \cdot \Delta T = 0.182 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 124.8 \text{ mm}^3 \cdot (37.6^\circ\text{C} - 20.0^\circ\text{C}) \stackrel{(0.5)}{=} 0.3998 \text{ mm}^3$$

Aus dem Höhenanstieg folgt für die Querschnittsfläche des Röhrchens:

$$A \stackrel{(1)}{=} \frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{0.3998 \text{ mm}^3}{24.5 \text{ mm}} \stackrel{(1)}{=} \underline{\underline{0.0163 \text{ mm}^2}}$$

3 Eine Schaltung von Widerständen (5 Punkte)

Zusammenfassung der Widerstände R_3 und R_4 zum Widerstand R_5 (seriell):

$$R_5 \stackrel{(1)}{=} R_3 + R_4 = 10 \Omega + 15 \Omega \stackrel{(0.5)}{=} 25 \Omega$$

Zusammenfassung der Widerstände R_2 und R_5 zum Widerstand R_6 (parallel):

$$\frac{1}{R_6} \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{40 \Omega} + \frac{1}{25 \Omega} \stackrel{\text{TR}}{\Rightarrow} R_6 \stackrel{(0.5)}{=} 15.4 \Omega$$

Zusammenfassung der Widerstände R_1 und R_6 zum Gesamtwiderstand R (seriell):

$$R = R_1 + R_6 = 30 \Omega + 15.4 \Omega \stackrel{(0.5)}{=} 45.4 \Omega$$

Berechnung der Stärke des Gesamtstroms:

$$I \stackrel{(1)}{=} \frac{U}{R} = \frac{120 \text{ V}}{45.4 \Omega} \stackrel{(0.5)}{=} \underline{\underline{2.6 \text{ A}}}$$

4 Die Glasbläserei (6 Punkte)

(a) Mit $c \cdot m$ gewichtete Mittelung der Anfangstemperaturen (c aus Fundamentum):

$$\vartheta \stackrel{(1)}{=} \frac{c_G \cdot m_G \cdot \vartheta_G + c_{\text{Wa}} \cdot m_{\text{Wa}} \cdot \vartheta_{\text{Wa}}}{c_G \cdot m_G + c_{\text{Wa}} \cdot m_{\text{Wa}}}$$
$$\stackrel{(0.5)}{=} \frac{800 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0.210 \text{ kg} \cdot 1300^\circ \text{C} + 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2.5 \text{ kg} \cdot 17^\circ \text{C}}{800 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0.210 \text{ kg} + 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2.5 \text{ kg}} \stackrel{(0.5)}{=} \underline{\underline{37^\circ \text{C}}}$$

(b) Die reale Mischungstemperatur wäre etwas kleiner, denn das Wasser und das Glas bilden zusammen kein abgeschlossenes System. Es wird also auch Wärme an die Umgebung abgegeben, die ja im Normalfall deutlich kälter ist. (1.5)

(c) Die Einheit der spezifischen Wärmekapazität zeigt sehr schön, was man sich darunter vorstellen muss. Will man einen Körper einer bestimmten Masse um eine bestimmte Temperaturdifferenz erwärmen, so braucht man dafür eine bestimmte Wärme- resp. Energiemenge. In Einheiten: Joule pro Kilogramm und pro Kelvin. (1)

Wasser kann wegen seiner sehr grossen spezifischen Wärmekapazität viel Wärme von einem anderen Körper aufnehmen, ohne dass sich dabei seine eigene Temperatur gross ändert (siehe Rechnung unter (a)). Dies macht es zum idealen Kühlmittel, denn wenn man kühlen will, muss der Temperaturunterschied zwischen zu kühlendem Körper und Kühlmittel möglichst gross sein, damit eine rasche Wärmeübertragung stattfindet. Da die Wassertemperatur kaum reagiert, bleibt die Kühlleistung lange gross. (1.5)

5 Im Kernreaktor (9 Punkte)

(a) Die in Energie umgesetzte Massendifferenz zwischen Edukten und Produkten beträgt:

$$\Delta m \stackrel{(1.5)}{=} m_U + m_n - m_{\text{Cs}} - m_{\text{Rb}} - 2 \cdot m_n$$
$$= 235.04394 \text{ u} - 139.91727 \text{ u} - 93.92643 \text{ u} - m_n \stackrel{(1)}{=} 3.181 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

Daraus ergibt sich für die frei werdende Energie:

$$\Delta E \stackrel{(1)}{=} \Delta m \cdot c^2 = 3.181 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \cdot c^2 \stackrel{(0.5)}{=} 2.859 \cdot 10^{-11} \text{ J} \stackrel{(0.5)}{=} \underline{\underline{178.5 \text{ MeV}}}$$

- (b) Beim β -Zerfall verwandelt sich im Kern ein Neutron in ein Proton. Also bleibt die Massenzahl A gleich, nur die Ordnungszahl Z steigt pro Zerfall um 1 an. Der einzige stabile Kern mit Massenzahl 140 ist Cer-140 (siehe Nuklidtabelle). Dies muss der stabile Endkern der Zerfallsreihe sein. Im Detail findet man: (2)

AB: Um die 2 Punkte zu erhalten, ist keine Begründung notwendig. Es würde genügen, wenn Ce-140 unterstrichen auf dem Blatt stehen würde.

- (c) Die Wahrscheinlichkeit $P(t)$, dass ein Kern mit Halbwertszeit $T_{1/2}$ nach Verstreichen der Zeit t noch existiert, beträgt:

$$P(t) = e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}}$$

Diese Wahrscheinlichkeitsfunktion weist ein exponentielles Abfallverhalten auf. Wir suchen den Zeitpunkt t , ab welchem diese Funktion kleiner als $1\% = 0.01$ ist. Bei Rb-94 muss also die folgende numerische Gleichung gelöst werden:

$$0.01 \stackrel{(1.5)}{=} e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{2.702\text{s}}} \Rightarrow t \stackrel{(0.5)}{=} \underline{\underline{18\text{s}}}$$

18 Sekunden nach dem Zerfall ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Tochterkern Rb-94 noch existiert, auf 1% gesunken. (0.5)

Anmerkung: Um der Wahrscheinlichkeitsdeutung der Quantenmechanik gerecht zu werden, sollte man anfügen, dass diese Aussage nur dann richtig ist, wenn man während den 18s nicht nachgeschaut hat, ob der Kern noch existiert.

6 Kraft auf eine Hochspannungsleitung (6 Punkte)

- (a) Feldlinien und Lorentzkraft liegen folgendermassen: (je 1.5)

- (b) Für den Betrag der Lorentzkraft erhält man:

$$F_L \stackrel{(1)}{=} I \cdot l \cdot B \cdot \sin \varphi \stackrel{(0.5)}{=} 200 \text{ A} \cdot 150 \text{ m} \cdot 21.3 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \sin 90^\circ \stackrel{(0.5)}{=} \underline{\underline{0.639 \text{ N}}}$$

Dies ist eine doch sehr geringe Kraft, verglichen mit der Gewichtskraft der Leitung:

$$F_G = m \cdot g \approx 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \stackrel{(0.5)}{=} 1000 \text{ N}$$

Wegen dem Erdmagnetismus ist also keine Verstärkung der Masten notwendig. (0.5)

7 Rangieren (15 Punkte)

(a) Die Bewegungsdiagramme sehen etwa folgendermassen aus: (1.5, 1, 1)

(b) Sämtliche zu Beginn vorhandene potentielle Energie ist in innere Energie übergegangen. Dies wäre insbesondere bei den Bremsklötzen des Wagens gut bemerkbar. Ihre Temperatur ist merklich angestiegen. (1)

(c) Wenn wir die Reibung vollständig vernachlässigen, so liefert die Energieerhaltung für den Maximalbetrag der Geschwindigkeit:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin}} &= E_{\text{pot}} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} &\stackrel{(1)}{=} m \cdot g \cdot h && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow v^2 &= 2 \cdot g \cdot h && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v &\stackrel{(0.5)}{=} \sqrt{2 \cdot g \cdot h} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3.5 \text{ m}} \\
 &\stackrel{(0.5)}{=} 8.29 \frac{\text{m}}{\text{s}} \stackrel{(0.5)}{=} \underline{\underline{30 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}
 \end{aligned}$$

- (d) Die Kräfteskizze und die daraus folgenden Gleichungen zwischen den Kraftbeträgen ergeben sich zu: (Skizze: 1.5, Erste Gl.: 1, Zweite Gl.: 1.5)

Den Ausdruck für die resultierende Kraft können wir umformen:

$$\begin{aligned} F_{\text{res}} &= F_{G,\parallel} - F_R = F_{G,\parallel} - \mu \cdot F_N = F_{G,\parallel} - \mu \cdot F_{G,\perp} \\ &= m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \stackrel{(1.5)}{=} m \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) \end{aligned}$$

Andererseits ist die resultierende Kraft über das 2. Newtonsche Axiom direkt mit der Beschleunigung verknüpft:

$$F_{\text{res}} \stackrel{(0.5)}{=} m \cdot a$$

Setzen wir beide Ausdrücke für F_{res} gleich, so kürzt sich die Masse des Wagens weg und wir erhalten wir für die Beschleunigung:

$$\begin{aligned} m \cdot a &= m \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) && | : m \\ \Leftrightarrow a &\stackrel{(1.5)}{=} g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) && | \text{ Werte einsetzen} \\ &= 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 2.1^\circ - 0.016 \cdot \cos 2.1^\circ) \\ &\stackrel{(0.5)}{=} \underline{\underline{0.20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \end{aligned}$$

8 Der Stirling-Prozess (10 Punkte)

- (a) Der Prozess von A nach B verläuft isotherm, daher hat die Temperatur im Zustand B ebenfalls den Wert $T_B = T_A = 823 \text{ K}$. Bei isothermen Prozessen gilt das Gesetz von Boyle-Mariotte, woraus folgt:

$$p_B \cdot V_B = p_A \cdot V_A \quad \Rightarrow \quad p_B = \frac{V_A}{V_B} \cdot p_A = \frac{0.25 \text{ lit.}}{2.10 \text{ lit.}} \cdot 14.3 \text{ bar} = 1.70 \text{ bar}$$

Der Prozess von B nach C verläuft isochor, daher hat das Volumen im Zustand C den gleichen Wert wie in Zustand B, also $V_C = V_B = 2.10 \text{ lit.}$ Bei isochoren Prozessen gilt das Gesetz von Amontons, woraus folgt:

$$\frac{T_C}{p_C} = \frac{T_B}{p_B} \quad \Rightarrow \quad T_C = \frac{p_C}{p_B} \cdot T_B = \frac{1.0 \text{ bar}}{1.70 \text{ bar}} \cdot 823 \text{ K} = 484 \text{ K}$$

Von C nach D verläuft der Prozess wieder isotherm und von D nach A wieder isochor. Dem entsprechend ergeben sich Temperatur und Volumen in Zustand D zu $T_D = T_C = 484 \text{ K}$ und $V_D = V_A = 0.25 \text{ lit.}$ Der Druck im Zustand D kann über das Gesetz von Amontons oder jenes von Boyle-Mariotte bestimmt werden. Hier die letztere Variante:

$$p_D \cdot V_D = p_C \cdot V_C \quad \Rightarrow \quad p_D = \frac{V_C}{V_D} \cdot p_C = \frac{2.10 \text{ lit.}}{0.25 \text{ lit.}} \cdot 1.0 \text{ bar} = 8.40 \text{ bar}$$

Somit ist die Tabelle ausgefüllt: (für alle Werte mit (*) zusammen: 1)

Zustand	Temperatur (K)	Druck (bar)	Volumen (lit.)
A	823	14.3	0.25
B	<u>823</u> (*)	<u>1.70</u> (1)	2.10
C	<u>484</u> (1)	1.0	<u>2.10</u> (*)
D	<u>484</u> (*)	<u>8.40</u> (1)	<u>0.25</u> (*)

Für das Diagramm ergibt sich: (2)

AB: Abzüge gibt es für schlechte Skalierungen, ungenügende Beschriftungen und wenn die hyperbolische Form der Isothermen nicht ersichtlich ist. Wurden Punkte falsch berechnet, dann aber mit falschen Werten richtig eingetragen, so gibt es hier keinen Abzug mehr.

- (b) Das Volumen einer vorgegebenen Luftmasse m ist im Zustand A ein anderes als bei Normbedingungen (Zustand 0). Bei konstanter Stoffmenge n folgt aus der Zustandsgleichung für ideale Gase:

$$n \cdot R \stackrel{(0.5)}{=} \frac{p_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \quad \Rightarrow \quad V_A \stackrel{(0.5)}{=} \frac{p_0}{p_A} \cdot \frac{T_A}{T_0} \cdot V_0$$

Damit lassen sich nun die Luftdichten im Zustand A und bei Normbedingungen miteinander verknüpfen (ρ_0 aus Fundamentum):

$$\begin{aligned} \rho_A &\stackrel{(0.5)}{=} \frac{m}{V_A} = \frac{m}{\frac{p_0}{p_A} \cdot \frac{T_A}{T_0} \cdot V_0} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{p_A}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T_A} \cdot \frac{m}{V_0} \stackrel{(1)}{=} \frac{p_A}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T_A} \cdot \rho_0 \\ &= \frac{14.3 \text{ bar}}{1.013 \text{ bar}} \cdot \frac{273 \text{ K}}{823 \text{ K}} \cdot 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \stackrel{(1)}{=} \underline{\underline{6.05 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \end{aligned}$$

9 Das mikroskopische Bild (7 Punkte)

- (a) Kühlen wir ein flüssiges Metall, so wird die mittlere Geschwindigkeit der Atome immer kleiner. Ab einem bestimmten Moment beginnen die anziehenden zwischenatomaren (elektrischen) Kräfte so stark zu dominieren, dass die Atome relativ zueinander feste Plätze einnehmen, also ein Atomgitter zu bilden anfangen. Das Metall erstarrt und wir sprechen von einer Metallbindung. (1.5)

Bei diesem Vorgang wird Bindungsenergie frei, weil die Atome relativ zueinander energetisch günstigere Positionen einnehmen. Die abgegebene Bindungsenergie ist also eine Form von Lage- oder potentieller Energie. (1.5)

Während dem Wechsel des Aggregatzustand wird die mittlere Bewegungsenergie der Teilchen nicht kleiner - die Temperatur bleibt ja konstant! Es handelt sich bei der frei werdenden Energie also nicht um kinetische, sondern ausschliesslich um potentielle Energie! (Anders ist die Situation bei der Abkühlung in ein- und demselben Aggregatzustand. Dort wird zwar vor allem die kinetische Energie der Teilchen verkleinert, aber ein kleiner Anteil ist ebenfalls auf eine Veränderung der potentiellen Energie zurückzuführen, da die Teilchen in der Regel näher zusammenrücken.)

- (b) Betrachten wir eine bestimmte Masse m an Eisen. Wir wissen, welches Volumen V diese Masse einnimmt, weil wir die Dichte ρ von Eisen kennen:

$$V \stackrel{(0.5)}{=} \frac{m}{\rho}$$

Gleichzeitig wissen wir aber auch, wie viele Atome diese Masse beinhaltet, weil wir die Atommasse m_A von Eisen kennen. Die Teilchenzahl N ist also ebenfalls bestimmbar:

$$N \stackrel{(0.5)}{=} \frac{m}{m_A}$$

Zusammen lässt sich nun das Volumen V_A bestimmen, welches jedem Atom zur Verfügung steht (ρ und m_A aus dem Fundamentum):

$$V_A \stackrel{(0.5)}{=} \frac{V}{N} = \frac{\frac{m}{\rho}}{\frac{m}{m_A}} = \frac{m \cdot m_A}{\rho \cdot m} \stackrel{(1)}{=} \frac{m_A}{\rho}$$

$$\stackrel{(0.5)}{=} \frac{55.847 \text{ u}}{7860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \stackrel{(1)}{=} \underline{\underline{1.180 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3}} = \underline{\underline{0.01180 \text{ nm}^3}}$$

10 Lampen (11 Punkte)

- (a) Eine Kilowattstunde beinhaltet 3 600 000 J. Daraus ergibt sich für die Brenndauer t bei einer Energie von $\frac{1}{19}$ kWh ($\hat{=}$ 1 Rp.):

$$t \stackrel{(1)}{=} \frac{E}{P} \stackrel{(1.5)}{=} \frac{\frac{1}{19} \cdot 3\,600\,000 \text{ J}}{100 \text{ W}} \stackrel{(0.5)}{=} 1\,895 \text{ s} \stackrel{(0.5)}{\approx} \underline{\underline{\text{gut } 30 \text{ min}}}$$

- (b) Gleich hell bedeutet gleiche elektrische Leistung. Somit folgt für die Stromstärke im Niedervolt-Lämpchen:

$$P = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \quad \Rightarrow \quad I_2 \stackrel{(1.5)}{=} \frac{U_1}{U_2} \cdot I_1 = \frac{230 \text{ V}}{12 \text{ V}} \cdot 0.26 \text{ A} \stackrel{(1)}{=} \underline{\underline{5.0 \text{ A}}}$$

(c) Es ergibt sich das folgende Schaltschema: (2)

(d) Der Unterschied liegt im elektrischen Widerstand der beiden Verbindungen. Der elektrische Widerstand des menschlichen Körpers ist sehr viel grösser als derjenige eines normal dicken metallischen Drahtes. Wird ein Metalldraht zwischen die beiden Pole der Nieder-voltspannungsquelle gelegt, so entsteht sofort ein Strom mit beträchtlicher Stärke, was wir als einen Kurzschluss bezeichnen. Es wird in kurzer Zeit eine grosse Menge elektrischer Energie im Draht umgesetzt. Dieser erhitzt sich stark und es besteht bei Kontakt zu anderen Gegenständen akute Brandgefahr. (3)