

PHYSIKMATUR SOMMER 2008 – LÖSUNGEN

Gymnasium Unterstrass Zürich

1 Kurzfragen zu idealen Gasen (6 Punkte)

- (a) Aus der Zustandsgleichung für ideale Gase folgt: (2)

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{2.5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 333 \text{ K}} = 9.03 \cdot 10^{-8} \text{ mol}$$

Diese Stoffmengenangabe lässt sich in eine Teilchenzahl umrechnen: (1)

$$N = n \cdot N_A = 9.03 \cdot 10^{-8} \text{ mol} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = \underline{\underline{5.44 \cdot 10^{16} \text{ (Teilchen)}}}$$

- (b) Mit der Dichtedefinition, der Definition der molaren Masse und der Zustandsgleichung für ideale Gase erhält man: (3)

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} = \frac{m_M \cdot n}{V} = \frac{m_M \cdot \frac{p \cdot V}{R \cdot T}}{V} = \frac{m_M \cdot p \cdot V}{R \cdot T \cdot V} = \frac{m_M \cdot p}{R \cdot T} \\ &= \frac{39.948 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \cdot 3.4 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 418 \text{ K}} = \underline{\underline{3.91 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \end{aligned}$$

2 Die spezifische Wärmekapazität von Iridium (7 Punkte)

- (a) Die vom Iridium abgegebene Wärmemenge ist gleich der vom Kalorimeter (Kupfer + Wasser) aufgenommenen Wärmemenge. Daraus folgt: (2.5)

$$\begin{aligned} Q_{\text{Ir}} &= Q_{\text{Wa}} + Q_{\text{Cu}} && | \text{ Formeln einsetzen} \\ \Rightarrow c_{\text{Ir}} \cdot m_{\text{Ir}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Ir}} &= c_{\text{Wa}} \cdot m_{\text{Wa}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Wa}} + c_{\text{Cu}} \cdot m_{\text{Cu}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Cu}} && | \begin{array}{l} m_{\text{Cu}} = m_{\text{Wa}} \\ \Delta\vartheta_{\text{Cu}} = \Delta\vartheta_{\text{Wa}} \end{array} \\ \Rightarrow c_{\text{Ir}} \cdot m_{\text{Ir}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Ir}} &= m_{\text{Wa}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Wa}} \cdot (c_{\text{Wa}} + c_{\text{Cu}}) && | : (m_{\text{Ir}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Ir}}) \\ \Rightarrow c_{\text{Ir}} &= \frac{m_{\text{Wa}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Wa}}}{m_{\text{Ir}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Ir}}} \cdot (c_{\text{Wa}} + c_{\text{Cu}}) \end{aligned}$$

Setzen wir in die erhaltene Gleichung die Werte ein, so ergibt sich: (1.5)

$$c_{\text{Ir}} = \frac{155 \text{ g} \cdot (28.7^\circ\text{C} - 23.0^\circ\text{C})}{69.7 \text{ g} \cdot (486^\circ\text{C} - 28.7^\circ\text{C})} \cdot \left(4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} + 383 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right) = \underline{\underline{126.5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}}}$$

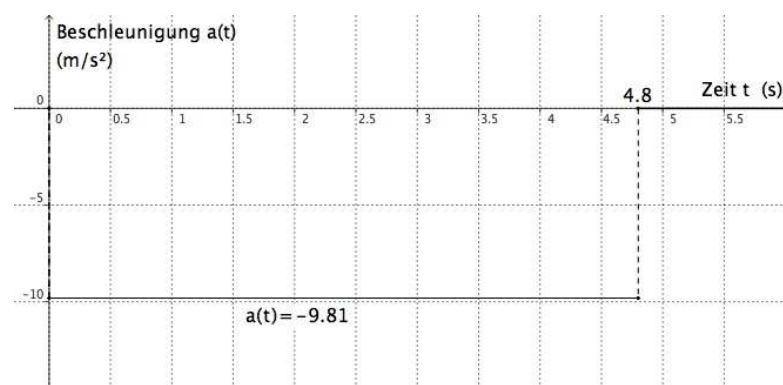
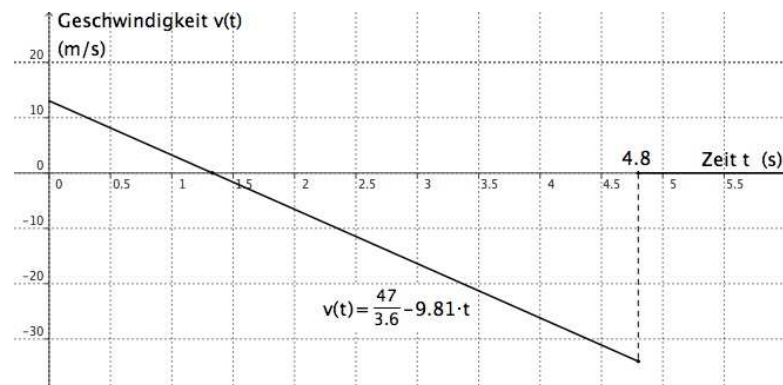
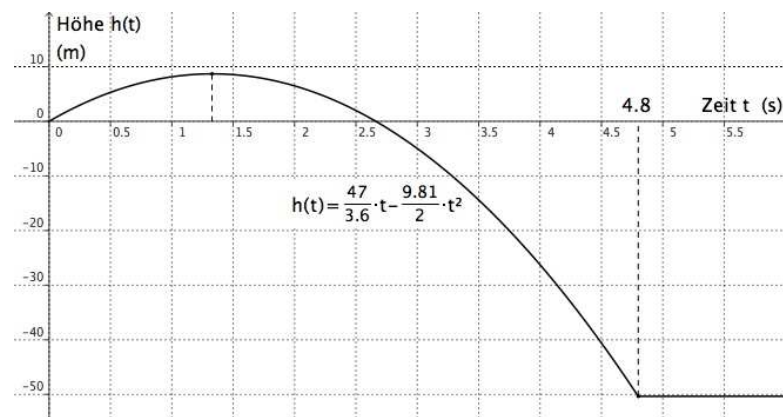
- (b) Es wurde angenommen, dass die vom Iridium abgegebene Wärme vollständig ans Kupfer und ans Wasser abgegeben wird. Dies ist aber kaum der Fall. Auch an die Umgebung wird etwas Wärme abgegeben, selbst wenn das Kalorimeter gut isoliert ist. Der erhaltene Wert ist deshalb etwas zu klein und müsste leicht nach oben korrigiert werden. (In Tabellen findet man $c_{\text{Ir}} = 130 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.) (1)

- (c) Bei Elementen mit hoher Ordnungszahl sind die einzelnen Atome relativ schwer, weil der Kern eine grosse Anzahl Neutronen und Protonen enthält. Die Atome sind zwar auch etwas grösser als solche mit niedriger Ordnungszahl, aber dieser Effekt ist weniger gross. Daraus resultiert die grosse Dichte solcher Elemente.

Wird einem festen Material Wärme zugeführt, so sind es die Atome, welche diese Energie aufnehmen und auf ihren Gitterplätzen mehr oder weniger stark schwingen. Jedes Atom kann dabei – unabhängig von seiner Elementzugehörigkeit – pro Grad Temperaturunterschied eine bestimmte Energiemenge aufnehmen (Gleichverteilungssatz). Da aber bei einem Element mit hoher Ordnungszahl pro Masseneinheit weniger Teilchen zur Energieaufnahme zur Verfügung stehen, ist die Folge eine niedrige spezifische Wärmekapazität. (2, auch schon zu vergeben bei richtigen Denkansätzen!)

3 Senkrechter Wurf (9 Punkte)

- (a) Für die drei Diagramme ergibt sich: (je 1)



- (b) Die Bewegung (ohne Luftwiderstand) ist gleichmässig beschleunigt mit Anfangsgeschwindigkeit. Es folgt:

$$h(t) = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{47}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4.8 \text{ s} - \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} \cdot (4.8 \text{ s})^2 = -50.3 \text{ m}$$

Der Stein wurde also 50.3 m über der Wasseroberfläche abgeworfen. (3)

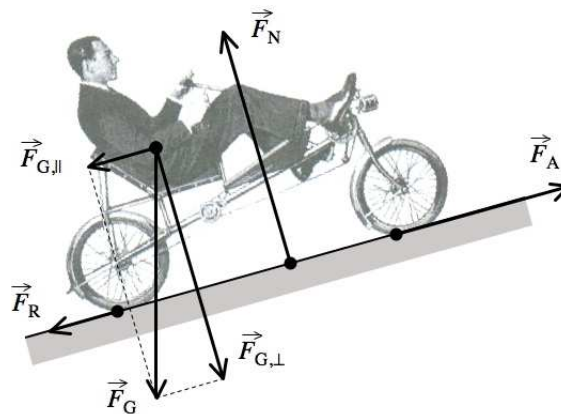
- (c) Der Energieerhaltungssatz macht eine von der Zeit unabhängige physikalische Aussage. Er kann daher bei alleiniger Angabe der Wurfzeit nicht für die direkte Berechnung des Endresultates benutzt werden. (2)

Für eine Berechnung mit dem Energieerhaltungssatz würde man z.B. die Endgeschwindigkeit benötigen. Dafür erhalten wir: (1)

$$v = v_0 + a \cdot t = \frac{47}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4.8 \text{ s} = -34.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4 Bergfahrt mit dem Velo (10 Punkte)

- (a) Als Kräfteskitze ergibt sich: (2)



Daraus liest man die folgenden beiden Gleichungen parallel und senkrecht zur Bewegungsrichtung ab: (1)

$$\underline{\underline{F_N = F_{G,\perp}}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{F_A = F_{G,\parallel} + F_R}}$$

- (b) Für den Steigungswinkel erhalten wir: (1)

$$\alpha = \arctan 0.07 = \underline{\underline{4.00^\circ}}$$

- (c) Nun ergibt sich für die gesuchte Antriebskraft: (2)

$$F_A = F_{G,\parallel} + F_R = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + 0.05) = 92 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 4.00^\circ + 0.05) = \underline{\underline{108 \text{ N}}}$$

- (d) Die Antriebskraft fällt weg. Es herrscht kein Kräftegleichgewicht mehr. Die resultierende Kraft zeigt neu nach hinten und hat wie vorhin die Antriebskraft einen Betrag von: (1)

$$F_{\text{res}} = F_{G,\parallel} + F_R = 108 \text{ N}$$

Daraus folgt für den Betrag der Verzögerung: (1)

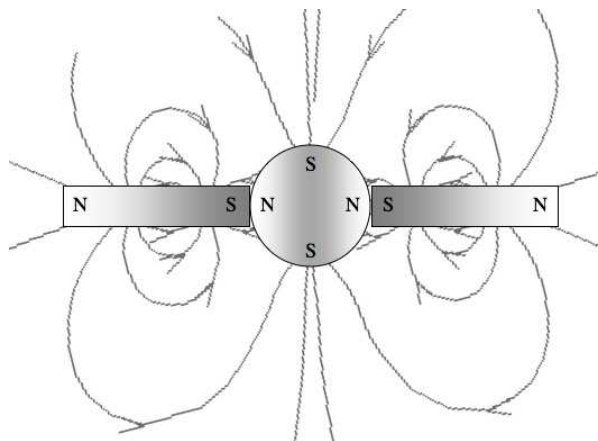
$$a = \frac{F_{\text{res}}}{m} = \frac{108 \text{ N}}{92 \text{ kg}} = 1.174 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Schliesslich ergibt sich bei dieser gleichmässig verzögerten Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit ein Bremsweg von: (2)

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{0 - \left(\frac{19}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-1.174 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \underline{\underline{11.9 \text{ m}}}$$

5 Magnetische Grundphänomene (5 Punkte)

- (a) Offenbar ist die Kugel magnetisierbar und beide Stäbe sind (ähnlich starke) Permanentmagnete, denn so lassen sich die Beobachtungen sauber erklären:
- Geben wir eine Polarisation des Stabes 1 vor. Links sei sein Nord- rechts sein Südpol. In der Anfangssituation (ohne Stab 2) ist die Magnetisierung der Kugel alleine durch den Stab 1 vorgegeben. Ihre linke Seite ist dann ein Nord-, ihre rechte Seite ein Südpol, denn so besteht eine Anziehung zwischen Stab und Kugel. (1)
 - Nun wird der Stab 2 von rechts mit seinem Südpol voraus der Kugel angenähert. Da er noch nicht so nahe an der Kugel ist wie Stab 1, kann er die Polarisation der Kugel nur unwesentlich beeinflussen. Die Kugel hat rechts nach wie vor einen Südpol, und so kommt es zur Abstossung zwischen der Kugel und Stab 2. (1)
 - Wird schliesslich Stab 2 ganz nahe an die Kugel gebracht, so wird sein magnetisierender Einfluss genau so gross wie derjenige von Stab 1. Die Magnetisierung der Kugel wird durch beide Stäbe wesentlich beeinflusst und es bilden sich sowohl rechts, als auch links an der Kugel je ein Nordpol aus. Beide Stäbe werden in dieser Situation angezogen, wenn auch Stab 1 nicht mehr so stark wie zu Beginn. (1)
- (b) Die Feldlinien sollten ungefähr folgendermassen aussehen: (2)



6 Steuerung eines Elektromotors (8 Punkte)

- (a) Nur der Betrieb des Motors wird durch den Regelwiderstand gesteuert. Das Lämpchen ist ja parallel zur Motor-Regelwiderstand-Leitung an die Spannungsquelle angeschlossen. Es zeigt somit einfach an, ob der Schalter geschlossen oder offen ist. (0.5)

Macht man den Regelwiderstand grösser, so wird weniger Strom durch ihn und den Motor hindurchfliessen. Der Motor läuft somit langsamer. (0.5)

- (b) Laut den Angaben besitzt das Lämpchen bei Normalbetrieb einen Widerstand von: (1)

$$R_L = \frac{U}{V} = \frac{3.5 \text{ V}}{0.45 \text{ A}} = 7.8 \Omega$$

Gehen wir davon aus, dass dieser Wert in etwa konstant ist und somit auch bei leicht unterschiedlichen Spannungswerten gilt, so können wir ihn zur Berechnung der Stromstärke zusammen mit dem seriell dazu geschalteten Widerstand $R = 270 \Omega$ benutzen: (1.5)

$$\begin{aligned} R_{\text{seriell}} &= R + R_L = 270 \Omega + 7.8 \Omega = 278 \Omega \\ \Rightarrow I_L &= \frac{U}{R_{\text{seriell}}} = \frac{120 \text{ V}}{278 \Omega} = 0.43 \text{ A} \approx 0.45 \text{ A} \end{aligned}$$

Das Lämpchen wird mit dieser Spannung und diesem Schutzwiderstand also in einem durchaus sinnvollen Bereich betrieben. (0.5)

- (c) Wenn insgesamt $I = 1.3 \text{ A}$ Stromstärke fliessen, und durch das Lämpchen die eben berechneten 0.43 A abgezweigt werden, so gibt es in der Motorleitung noch eine Stromstärke von: (1)

$$I_M = I - I_L = 1.3 \text{ A} - 0.43 \text{ A} = 0.87 \text{ A}$$

Damit lässt sich direkt auf die Spannung über dem auf 25Ω eingestellten Regelwiderstand schliessen: (1)

$$U_{\text{RW}} = R_{\text{RW}} \cdot I_M = 25 \Omega \cdot 0.87 \text{ A} = 21.75 \text{ V}$$

Somit herrscht über dem Motor noch eine Spannung von: (1)

$$U_M = U - U_{\text{RW}} = 120 \text{ V} - 21.75 \text{ V} = 98.25 \text{ V}$$

Für den Widerstand des Motors ergibt sich nun: (0.5)

$$R_M = \frac{U_M}{I_M} = \frac{98.25 \text{ V}}{0.87 \text{ A}} = \underline{\underline{113 \Omega}}$$

Und schliesslich erhalten wir für die im Motor umgesetzte elektrische Leistung: (0.5)

$$P_{\text{el}} = U_M \cdot I_M = 98.25 \text{ V} \cdot 0.87 \text{ A} = \underline{\underline{85.5 \text{ W}}}$$

7 Elektron-Flugbahnen (7 Punkte)

- (a) Die Elektronen sind an das Metall gebunden. Zwar gibt es frei bewegliche Elektronen, aber auch diese können das Metall selber nicht verlassen. Ihnen muss dazu Energie zugeführt werden. (Zwar führt auch das Anlegen der elektrischen Spannung zwischen Anode und Kathode zu einer Erhöhung der Elektronenenergie. Diese Spannung wird aber sinnvollerweise nicht so gross gewählt, dass sie für den Durchschlag, also für die Loslösung der Elektronen aus dem Material reicht.) (0.5)

Aus diesem Grund erhitzt man das Material, so dass einzelne Elektronen an dessen Oberfläche in bestimmten Momenten über genügend Energie verfügen, um sich aus der Metallbindung loszureissen. (0.5)

- (b) Für die Menge an umgesetzter elektrischer Energie ergibt sich aus der Spannung: (1)

$$\Delta E = U \cdot q = 250 \text{ V} \cdot e = \underline{250 \text{ eV}} = \underline{8.01 \cdot 10^{-18} \text{ J}}$$

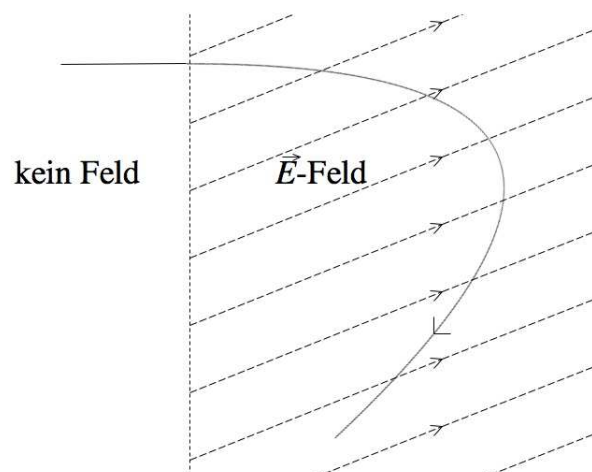
Diese Energiemenge geht direkt in kinetische Energie des Elektrons über. Es folgt: (1)

$$\Delta E = E_{\text{kin}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.01 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = \underline{\underline{4.19 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

- (c) Die Lorentzkraft auf die Elektronen muss nach oben wirken. Mit der Linken-Hand-Regel für negativ geladene Teilchen findet man aus der ins Blatt führenden Bewegungsrichtung, dass das $\vec{B}$ -Feld im Spulenzwischenraum von links nach rechts verlaufen muss. (1)

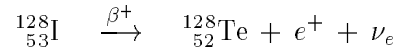
Damit ein solches Magnetfeld durch die beiden Spulen erzeugt wird, muss in ihnen ein Strom fließen, welcher auf der Spulenoberseite aus dem Blatt heraus und an der Spulenunterseite ins Blatt hineingeht. (1)

- (d) Die Elektronen werden als negativ geladene Teilchen entgegen der Feldrichtung des $\vec{E}$ -Feldes beschleunigt. Die Parabelform der Flugbahn ist typisch. Ihre Symmetrieachse zeigt die Feldrichtung an. Man erhält: (2)



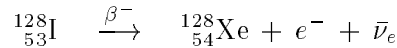
8 Radioaktive Zerfälle (11 Punkte)

- (a) Es gibt erstens die Möglichkeit des β^+ -Zerfalls:



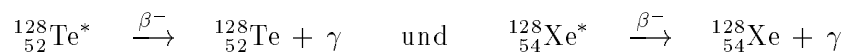
Beim β^+ -Zerfall wandelt sich innerhalb des Kerns ein Proton in ein Neutron um. Die überzählige positive elektrische Ladung wird mit dem Positron e^+ abgestossen. (1)

Zweitens gibt es die Möglichkeit des β^- -Zerfalls:

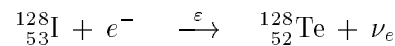


Beim β^- -Zerfall wandelt sich innerhalb des Kerns ein Neutron in ein Proton um. Die dazukommende positive elektrische Ladung wird "kompensiert", indem gleichzeitig ein Elektron ausgestossen wird. Somit gilt auch hier die Ladungserhaltung. (1)

Der γ -Zerfall ist kein eigentlicher Zerfallsmodus des ${}^{128}\text{I}$ -Kerns. Vielmehr handelt es sich um einen möglichen und häufigen Folgeprozess der beiden eben geschilderten Zerfallsarten. Der zurückbleibende Kern befindet sich unmittelbar nach dem Zerfall in einem angeregten Zustand (*), d.h., die Neutronen und Protonen haben noch nicht die energetisch optimalste Anordnung eingenommen. Beim Abregen des Kerns wird die überzählige Energie in Form eines hochenergetischen Photons (γ) ausgesandt: (1)



- (b) In der Regel befinden sich ca. 53 Elektronen in der näheren Umgebung des Iridium-Kernes (Elektronenhülle). Es ist absolut wahrscheinlich, dass innert nützlicher Frist ein Elektron am Kern vorbeikommt und die Reaktion stattfinden kann. (1)
- (c) Die vollständige Reaktionsgleichung lautet: (1)



Für die Bestimmung der frei werdenden Bindungsenergie muss als erstes die Massendifferenz zwischen Edukten und Produkten bestimmt werden: (1)

$$\Delta m = m_{\text{Kern}}({}_{53}^{128}\text{I}) + m_e - m_{\text{Kern}}({}_{52}^{128}\text{Te}) + m_{\nu_e}$$

Das Neutrino ist masselos ($m_{\nu_e} = 0$). Die Kernmassen ergeben sich aus den tabellierten Nuklidmassen, indem man die darin enthaltene Anzahl Elektronen abzieht: (1.5)

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_{\text{A}}({}_{53}^{128}\text{I}) - 53 \cdot m_e + m_e - (m_{\text{A}}({}_{52}^{128}\text{Te}) - 52 \cdot m_e) \\ &= m_{\text{A}}({}_{53}^{128}\text{I}) - m_{\text{A}}({}_{52}^{128}\text{Te}) \\ &= 127.905\,81\,\text{u} - 127.904\,461\,\text{u} = 0.001\,349\,\text{u} = 2.240 \cdot 10^{-30}\,\text{kg} \end{aligned}$$

Diese Massendifferenz entspricht via Einsteins Masse-Energie-Äquivalenz der frei werdenden Bindungsenergie: (1.5)

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 2.240 \cdot 10^{-30}\,\text{kg} \cdot \left(2.997\,925 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 2.013 \cdot 10^{-13}\,\text{J} = \underline{\underline{1.26\,\text{MeV}}}$$

- (d) Mit $T_{1/2} = 25.0\,\text{min}$ aus der Tabelle und dem Zerfallsgesetz ergibt sich: (2)

$$\begin{aligned} m(t) &= m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \frac{m(t)}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} \\ &\Rightarrow \frac{1.3}{27.6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25.0\,\text{min}}} \Rightarrow t = \underline{\underline{110\,\text{min}}} \end{aligned}$$

9 Relativistische Raumfahrt (7 Punkte)

- (a) In seinem Eigensystem verstreichen für den Astronauten auf der Hin- und auf der Rückreise jeweils $\Delta t_A = 20 \text{ J}$. Im System der Erde vergeht dabei allerdings die viel grössere Zeitspanne Δt_E . Es gilt die Zeitdilatation: (1)

$$\Delta t_A = \Delta t_E \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \Delta t_E \cdot \sqrt{1 - x^2}$$

Für die Geschwindigkeit des Raumschiffs habe ich $v = x \cdot c$ angesetzt. Dabei ist x ein Zahl zwischen 0 und 1.

Andererseits können wir formal angeben, wie lange der Flug des Astronauten von der Erde aus gesehen dauert. Wir kennen ja die Distanz zu Regulus, gemessen im System der Erde, $\Delta s_E = 77.5 \text{ LJ}$. Aus der Geschwindigkeit folgt die benötigte Zeit: (1)

$$\Delta t_E = \frac{\Delta s_E}{v} = \frac{77.5 \cdot c \cdot \text{J}}{x \cdot c} = \frac{77.5 \text{ J}}{x}$$

Setzen wir diese Gleichung in die obere ein, so erhalten wir eine Gleichung, in welcher als einzige Unbekannte der Geschwindigkeitsfaktor x auftaucht: (1)

$$\Delta t_A = \Delta t_E \cdot \sqrt{1 - x^2} \quad \Rightarrow \quad 20 \text{ J} = \frac{77.5 \text{ J}}{x} \cdot \sqrt{1 - x^2} \quad \Rightarrow \quad x = 0.9683 = \underline{\underline{96.83\%}}$$

- (b) Aus der Sicht des Astronauten vergehen tatsächlich nur 20 Jahre. Aus seiner Sicht ist es nicht er, der sich bewegt, sondern alles andere, das an ihm vorbeisaut, und zwar ebenfalls mit einer Geschwindigkeit von $96.83\% \cdot c$. (1)

Aufgrund dieser immensen Geschwindigkeit erscheinen ihm alle Objekte und auch die Distanz zu Regulus insgesamt längenkontrahiert. Im Astronautensystem beträgt die Entfernung zu Regulus nur noch: (1)

$$\Delta s_A = \Delta s_E \cdot \sqrt{1 - x^2} = 77.5 \text{ LJ} \cdot \sqrt{1 - 0.9683^2} = \underline{\underline{19.4 \text{ LJ}}}$$

- (c) Mit der ersten Gleichung unter (a) kann jetzt, da die Geschwindigkeit bekannt ist, die auf der Erde vergehende Zeitspanne bestimmt werden. Für einen einzelnen Flug folgt: (1)

$$\Delta t_E = \frac{\Delta t_A}{\sqrt{1 - x^2}} = \frac{20 \text{ J}}{\sqrt{1 - 0.9683^2}} = 80 \text{ J}$$

Hin- und Rückflug, sowie die 5 Jahre Orbitpause um Regulus ergeben im Erdsystem eine Gesamtflugdauer von: (0.5)

$$\Delta t_{\text{tot}} = 2 \cdot 80 \text{ J} + 5 \text{ J} = 165 \text{ J}$$

Die Rückkehr des Astronauten fände also im Jahr 2175 statt. Er selber wäre dann 45 Jahre älter als zu Beginn seines Fluges. (0.5)