PHYSIKMATUR PROMOTION 140 – LÖSUNGEN

Gymnasium Unterstrass Zürich

Allgemeine Richtlinien bei der Bewertung

- Bei Berechnungen muss der **Rechenweg** ersichtlich sein, damit das Resultat zählen kann.
- Umgekehrt kann es hingegen **Teilpunkte** geben, wenn der Rechenweg formal korrekt, das Resultat dann aber falsch ist.
- Für besonders schöne Rechnungswege oder Überlegungen können als Ausnahme **Bonuspunkte** vergeben werden, die in diesen Lösungen nicht deklariert werden.
- Die Genauigkeit der Resultate darf höchstens um eine signifikante Ziffer von der korrekten Anzahl solcher Ziffern abweichen, sonst ist das Resultat falsch zu werten.
  Allerdings führen solche Genauigkeitsfehler in der gesamten Prüfung maximal 5-mal zu einem Punkteabzug.

Mechanik

1 Die Nordrampe der Gotthard-Bahn (13 Punkte)

(a) Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit $\Rightarrow$ Kräftegleichgewicht (**Trägheitsprinzip**) (1 Pt)

Kräfteskizze (fakultativ) $\Rightarrow F_{\mathrm{N}} = F_{\mathrm{G},\perp}$ (1 Pt) und $F_{\mathrm{Z}} = F_{\mathrm{G},\parallel} + F_{\mathrm{R}}$ (2 Pte)

Komponenten der Gewichtskraft, d.h. $F_{\mathrm{G},\perp}$ senkrecht und $F_{\mathrm{G},\parallel}$ parallel zu den Schienen:

$$F_{\mathrm{G},\perp} = F_{\mathrm{G}} \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha = 755\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot \cos 1.35^\circ = 7\,405\,000\,\mathrm{N} \quad (1\text{ Pt})$$

$$F_{\mathrm{G},\parallel} = F_{\mathrm{G}} \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha = 755\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot \sin 1.35^\circ = 174\,500\,\mathrm{N} \quad (1\text{ Pt})$$

Reibungskraft: $F_{\mathrm{R}} = \mu \cdot F_{\mathrm{N}} = \mu \cdot F_{\mathrm{G},\perp} = 0.001\,5 \cdot 7\,405\,000\,\mathrm{N} = 11\,100\,\mathrm{N}$ (1 Pt)

$\Rightarrow$ Benötigte Zugkraft: $F_{\mathrm{Z}} = F_{\mathrm{G},\parallel} + F_{\mathrm{R}} = 174\,500\,\mathrm{N} + 11\,100\,\mathrm{N} = 186\,000\,\mathrm{N} = \underline{\underline{190\,\mathrm{kN}}}$ (1 Pt)

(2 signifikante Ziffern von der Rollreibungszahl her.)

(b) Verrichtete Arbeiten:

Hubarbeit: $W_{\mathrm{Hub}} = m \cdot g \cdot h = 755\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 562\,\mathrm{m} = 4\,163\,000\,000\mathrm{J}$ (1.5 Pte)

Reibungsarbeit: $W_{\mathrm{R}} = F_{\mathrm{R}} \cdot s = 11\,100\,\mathrm{N} \cdot 23\,900\,\mathrm{m} = 265\,000\,000\,\mathrm{J}$ (1.5 Pte)

$\Rightarrow$ Mittlere Leistungen:

Hubleistung: $P_{\mathrm{Hub}} = \dfrac{W_{\mathrm{Hub}}}{\Delta t} = \dfrac{4\,163\,000\,000\mathrm{J}}{21 \cdot 60\,\mathrm{s}} = 3\,300\,000\,\mathrm{W} = 3\,300\,\mathrm{kW}$ (1 Pt)

Reibungsleistung: $P_{\mathrm{R}} = \dfrac{W_{\mathrm{R}}}{\Delta t} = \dfrac{265\,000\,000\mathrm{J}}{21 \cdot 60\,\mathrm{s}} = 203\,000\,\mathrm{W} = 203\,\mathrm{kW}$ (0.5 Pte)

Zugleistung total: $P_{\mathrm{Zug}} = P_{\mathrm{Hub}} + P_{\mathrm{R}} = 3\,300\,\mathrm{kW} + 203\,\mathrm{kW} = \underline{\underline{3\,500\,\mathrm{kW}}}$ (0.5 Pte)

$\Rightarrow$ Prozentuale Anteile:

$$\text{Anteil Hubleistung} = \frac{P_{\mathrm{Hub}}}{P_{\mathrm{Zug}}} = \frac{3\,300\,\mathrm{kW}}{3\,500\,\mathrm{kW}} = \underline{\underline{94\,\%}} \quad (0.5\text{ Pte})$$

$$\text{Anteil Reibungsleistung} = \frac{P_{\mathrm{R}}}{P_{\mathrm{Zug}}} = \frac{203\,\mathrm{kW}}{3\,500\,\mathrm{kW}} = \underline{\underline{6\,\%}} \quad (0.5\text{ Pte})$$

2 Eine Sylvesterrakete (15 Punkte)

Erster Bew.abschnitt: Rakete beschleunigt aufwärts

$\Rightarrow$ gl.mässig beschl. Bew. ohne Anf.geschw. (0.5 Pte)

Daten **bei Ende der Aufwärtsbeschleunigung** ($t_1 = 2.5\,\mathrm{s}$, $a_1 = 13.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$):

$$\text{Höhe:} \quad s_1 = \frac{a_1}{2} \cdot t_1^2 = \frac{13.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \cdot (2.5\,\mathrm{s})^2 = 42.5\,\mathrm{m} \quad \text{(1 Pt)}$$

$$\text{Geschwindigkeit:} \quad v_1 = a_1 \cdot t_1 = 13.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 2.5\,\mathrm{s} = 34.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \text{(0.5 Pte)}$$

Zweiter Bew.abschnitt: Rakete ohne Antrieb, zuerst noch steigend, dann fallend

$\Rightarrow$ gl.mässig beschl. Bew. mit Anf.geschw. (0.5 Pte)

Daten zum **toten Punkt** ($v_2 = 0$, $a_2 = -g = -9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$):

$$\text{Zeitdauer nach } t_1\text{:} \quad \Delta t_2 = \frac{0 - v_1}{-g} = \frac{-34.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{-9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 3.47\,\mathrm{s} \quad \text{(1 Pt)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Zeitpunkt nach Start:} \quad t_2 = t_1 + \Delta t_2 = 5.97\,\mathrm{s} \quad \text{(0.5 Pte)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Höhe über } s_1\text{:} \quad \Delta s_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 - \frac{g}{2} \cdot \Delta t_2^2 = 34\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 3.47\,\mathrm{s} - \frac{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \cdot (3.47\,\mathrm{s})^2 = 58.9\,\mathrm{m} \quad \text{(1 Pt)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Höhe über Boden:} \quad s_2 = s_1 + \Delta s_2 = 42.5\,\mathrm{m} + 58.9\,\mathrm{m} = 101.4\,\mathrm{m} \quad \text{(0.5 Pte)}$$

Daten zum **Explosionspunkt** (t_3, s_3) ($t_3 = 6.8\,\mathrm{s}$, $a_2 = -9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$):

$$\text{Zeitdauer nach } t_1\text{:} \quad \Delta t_3 = t_3 - t_1 = 6.8\,\mathrm{s} - 2.5\,\mathrm{s} = 4.3\,\mathrm{s} \quad \text{(0.5 Pte)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Höhe über } s_1\text{:} \quad \Delta s_3 = v_1 \cdot \Delta t_3 - \frac{g}{2} \cdot \Delta t_3^2 = 34\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4.3\,\mathrm{s} - \frac{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \cdot (4.3\,\mathrm{s})^2 = 55.5\,\mathrm{m} \quad \text{(0.5 Pte)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Höhe über Boden:} \quad s_3 = s_1 + \Delta s_3 = 42.5\,\mathrm{m} + 55.5\,\mathrm{m} = 97.7\,\mathrm{m} \quad \text{(0.5 Pte)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Geschw. bei Explosion:} \quad v_3 = v_1 - g \cdot \Delta t_3 = 34\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4.3\,\mathrm{s} = -8.2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \text{(1 Pt)}$$

Die vollständigen Bewegungsdiagramme finden sich auf der nächsten Seite.

Statik der Flüssigkeiten und Gase

3 Auf einer Gasballonfahrt (7 Punkte)

(a) Die Auftriebskraft ist ein Resultat des Schweredrucks. Aufgrund der Luftsäule "neben dem Luftballon" wirkt von der Oberseite her im Schnitt ein kleinerer Druck auf die Ballonhülle als von der Unterseite her. Aufgrund dieses Druckunterschieds enrfährt der Ballon von Luft netto eine Kraft – eben die Auftriebskraft – nach oben. (2 Punkte)

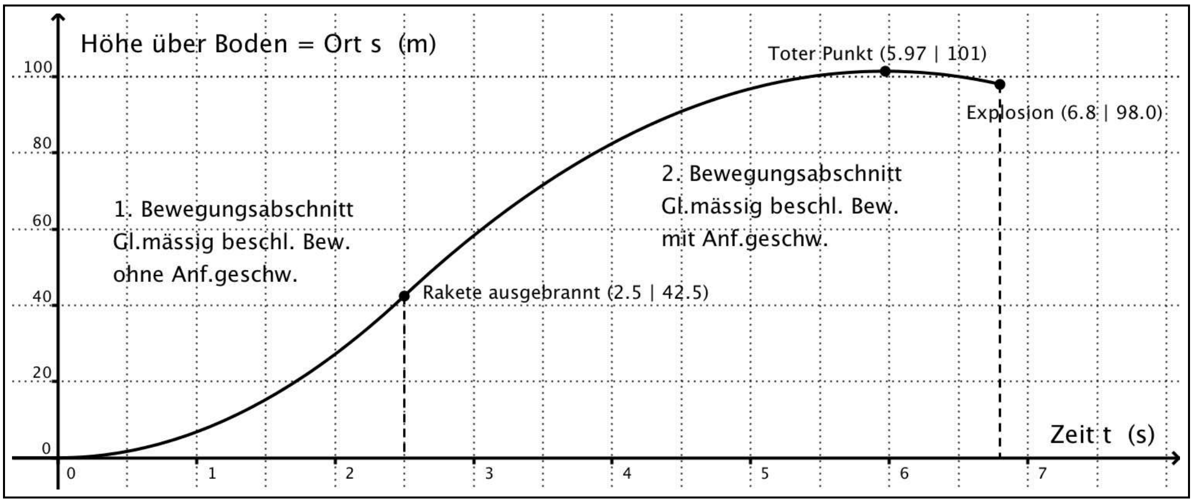
(b) Die Gewichtskraft wird beim Aufstieg um 80 Meter um $1\,\%$ kleiner. Danach ist der Ballon wieder im Kräftegleichgewicht. D.h., auch die Auftriebskraft ist auf diesen 80 Höhenmetern um $1\,\%$ kleiner geworden. (1.5 Pte)

Für die Auftriebskraft auf den Ballon in der Luft gilt: (1 Pt)

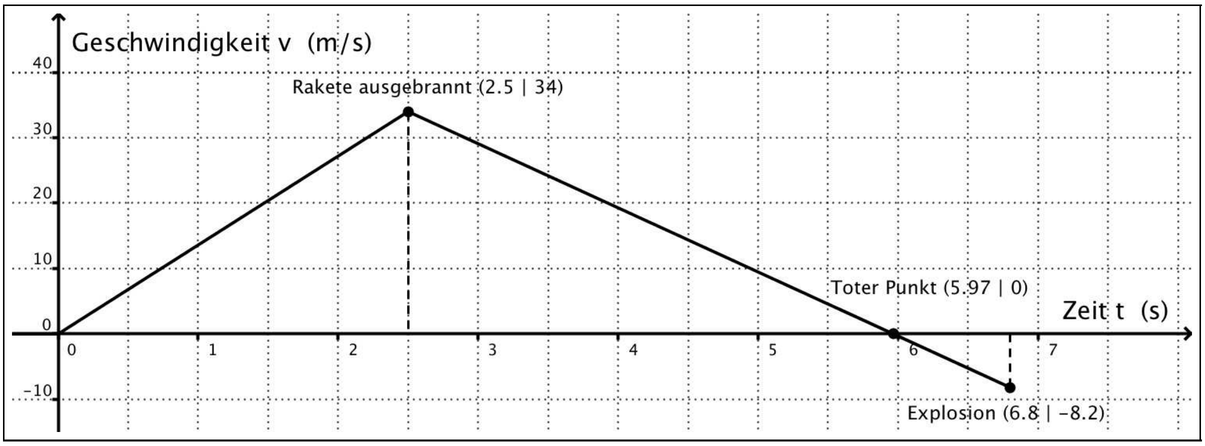
$$F_\mathrm{A} = \varrho_\mathrm{Luft} \cdot V_\mathrm{Ballon} \cdot g$$

Da sich das Ballonvolumen V_Ballon und der Ortsfaktor g beim Aufstieg kaum ändern, muss die Verringerung der Auftriebskraft auf die Verringerung der Luftdichte zurückgeführt werden. D.h., auch sie hat ist um $1\,\%$ kleiner geworden. Das ist ein Betrag von:

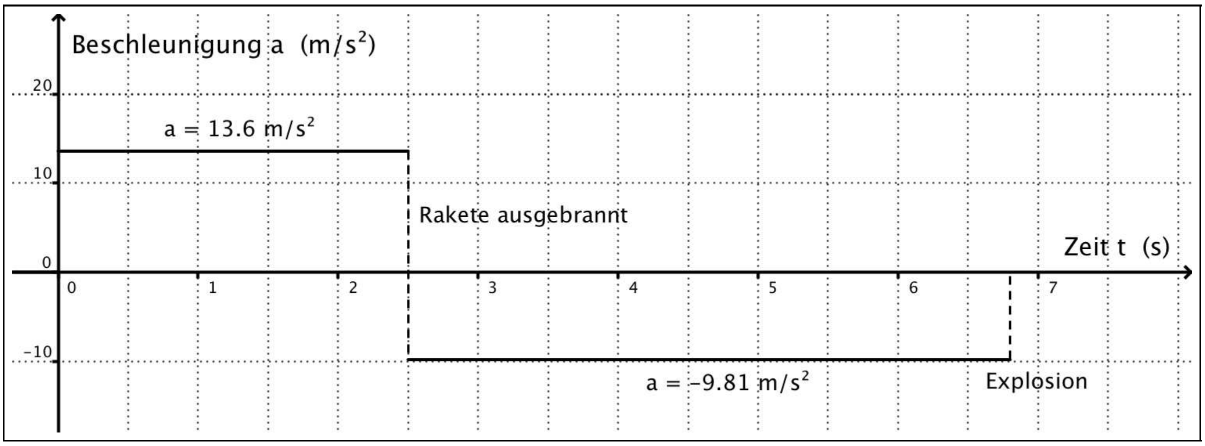
$$1\,\% \cdot \varrho_\mathrm{Luft} = 0.01 \cdot 1.15\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 0.011\,5\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = \underline{\underline{11.5\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}}} \quad \text{(2.5 Pte)}$$



Bewertung t-s-Diagramm: **Qualitativ:** Linkskurve mit Steigung 0 zu Beginn (1 Pt)
danach Rechtskurve, welche über den toten Punkt hinausgeht (1.5 Pte)
Quantitativ: Berechnete Punkte korrekt eingetragen (0.5 Pte)



Bewertung t-v-Diagramm: **Qualitativ:** Anstieg zu Beginn (0.5 Pte)
Abfall danach weniger steil als Aufstieg, geht ins Negative (1.5 Pte)
Quantitativ: Berechnete Punkte korrekt eingetragen (0.5 Pte)



Bewertung t-a-Diagramm: **Qualitativ:** Zwei Treppenstufen (1 Pt)
Quantitativ: Fallbeschleunigung korrekt eingetragen (0.5 Pte)

Schwingungen und Wellen

4 Akustische und elektrische Gitarre (7 Punkte)

Die Saiten einer **akustischen Gitarre** besitzen standardmässig eine Länge von $65\,\mathrm{cm}$.

(a) Die Wellenlänge der Grundschwingung beträgt bei einer zweiseitig eingespannten Saite $\lambda_0 = 2l$. Mit der Wellengleichung folgt daraus für die Wellengeschwindigkeit:

$$c = \lambda_0 \cdot f_0 = 2l \cdot f_0 = 2 \cdot 0.650\,\mathrm{m} \cdot 330\,\mathrm{Hz} = \underline{\underline{429\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}} \quad \text{(2 Pte)}$$

(b) Zur grossen Terz gehört ein Frequenzverhältnis von $5:4$. Dasselbe Zahlenverhältnis gehört umgekehrt zu den Saitenlängen. Es folgt für die Länge des cis auf der A-Saite:

$$\frac{l_{\mathrm{cis}}}{l_{\mathrm{A}}} = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad l_{\mathrm{cis}} = \frac{4}{5} \cdot l_{\mathrm{A}} = \frac{4}{5} \cdot 65.0\,\mathrm{cm} = \underline{\underline{52.0\,\mathrm{cm}}} \quad \text{(2 Pte)}$$

(c) Die Schwingung einer Saite ist eine **Überlagerung ihrer Eigenschwingungen**. Diese gehören zu den **verschiedenen Frequenzen**, welche im Klang der Gitarrensaite enthalten sind und die **Klangfarbe** ausmachen. (1 Pt)

Jede Eigenschwingung einer Saite – ausser der Grundschwingung – besitzt **Knoten**, also Stellen auf der Saite, welche sich aufgrund dieser Schwingung **nicht bewegen**. Demzufolge kann ein dort platziertes Pickup **wenig bis nichts** von dieser Schwingung registrieren. (1 Pt)

Möchte man aber möglichst alle Oberschwingungen der Saite aufnehmen und vielleicht auch die Möglichkeit haben, unter diesen Eigenschwingungen verschieden zu gewichten, so braucht es mehrere Pick-Ups, welche **unterschiedliche Oberschwingungskombinationen** registrieren. (1 Pt)

Elektrizitätslehre

5 (Sinnvoller?) Betrieb eines Elektromotors (5 Punkte)

(a) $R_{\mathrm{total}} = \frac{U}{I} = \frac{3.0\,\mathrm{V}}{0.51\,\mathrm{A}} = 5.88\,\Omega$ (1 Pt)

$\Rightarrow R_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{total}} - R_{\mathrm{M}} = 5.88\,\Omega - 1.7\,\Omega = 4.18\,\Omega = \underline{\underline{4.2\,\Omega}}$ (1 Pt)

(b) Wegen dem grösseren Widerstand ist die Teilspannung über dem Amperemeter grösser als jene über dem Elektromotor. D.h., im Amperemeter wird mehr elektrische Energie umgesetzt als im Elektromotor, denn Spannung heisst ja "Energieumsatz pro Ladung".

In Zahlen: $U_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{A}} \cdot I = 2.45\,\mathrm{V}$ und $U_{\mathrm{M}} = R_{\mathrm{M}} \cdot I = 0.867\,\mathrm{V}$

$\Rightarrow P_{\mathrm{el,A}} = U_{\mathrm{A}} \cdot I = 1.25\,\mathrm{W}$ und $P_{\mathrm{el,M}} = U_{\mathrm{M}} \cdot I = 0.44\,\mathrm{W}$

Oder anders: $\eta = \frac{P_{\mathrm{el,M}}}{P_{\mathrm{el,total}}} = \frac{U_{\mathrm{M}} \cdot I}{U_{\mathrm{total}} \cdot I} = \frac{U_{\mathrm{M}}}{U_{\mathrm{total}}} = \frac{R_{\mathrm{M}} \cdot I}{R_{\mathrm{total}} \cdot I} = \frac{R_{\mathrm{M}}}{R_{\mathrm{total}}} = \frac{1.7\,\Omega}{5.88\,\Omega} = 0.29 = 29\,\%$

Nur knapp 30 % der eingespiesenen elektrischen Energie werden im Motor umgesetzt.

(maximal 3 Pte, Betrachtung mit Wirkungsgrad ergibt allerdings Bonuspunkte!)

6 Maximale Ladung auf einem Plattenkondensator (7 Punkte)

(a) Plattenradius: $r = 10.5\,\mathrm{cm} = 0.105\,\mathrm{m}$

$\Rightarrow$ Plattenfläche: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (0.105\,\mathrm{m})^2 = 0.0346\,\mathrm{m}^2$ (1.5 Pte)

$$|Q_\mathrm{max}| = E_\mathrm{Durchschlag} \cdot \varepsilon_0 \cdot A = 2\,800\,000\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2} \cdot 0.0346\,\mathrm{m}^2$$

$$= 8.58 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C} = \underline{\underline{860\,\mathrm{nC}}} \quad \text{(3.5 Pte)}$$

(b) $U = E \cdot d = 2\,800\,000\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot 0.010\,\mathrm{m} = 28\,000\,\mathrm{V} = \underline{\underline{28\,\mathrm{kV}}}$ (2 Pte)

7 Oersted's Volta'sche Säule (7 Punkte)

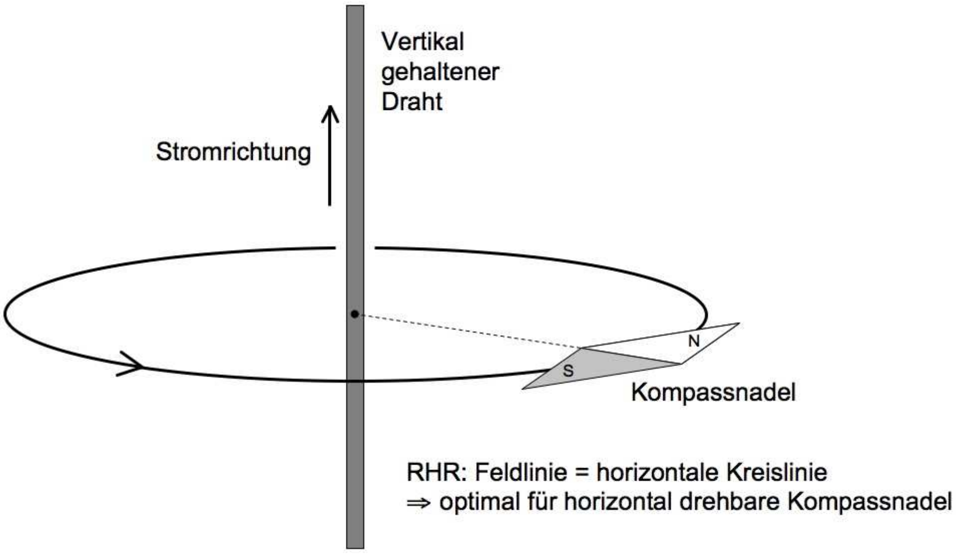
(a) Die Distanz zwischen Draht und Kompass dürfte gemäss Bild zwischen $30\,\mathrm{cm}$ und $60\,\mathrm{cm}$ liegen. Ich verwende eine Distanz von beispielsweise $r = 40\,\mathrm{cm}$. (1 Pt)

Mit der Formel für die magnetische Flussdichte um einen geraden Leiter folgt damit:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{2\pi \cdot r \cdot B}{\mu_0} = \frac{2\pi \cdot 0.4\,\mathrm{m} \cdot \frac{1}{10} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}} = \underline{\underline{10\,\mathrm{A}}} \quad \text{(3 Pte)}$$

(b) Das Magnetfeld sollte am Ort des Kompasses in horizontaler Richtung verlaufen. (1 Pt)

Optimalerweise müsste dafür der Draht **vertikal** gehalten werden (RHR): (1 Pt)



Kernphysik

8 Energiegewinnung durch Kernspaltung (12 Punkte)

(a)
- **Warum wird bei einer Spaltungsreaktion Energie frei?**
  Die Nukleonen im U–235-Kern haben noch nicht maximal viel Bindungsenergie abgegeben. Durch die Umwandlung in mittelschwere Kerne bei der Aufspaltung wird dieses Potenzial ausgeschöpft. Die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon nimmt dabei zu. (2 Pte)
- **In welcher Form wird die Energie frei?**
  Wie bei allen exothermen Kernreaktionen wird die freigesetzte Energie durch die Produkte in Form von kinetischer Energie aufgenommen. Insbesondere die Neutronen nehmen einen Grossteil dieser Energie auf ($\rightarrow$ "schnelle Neutronen"). (1 Pt)
- **Warum eignen sich Kernspaltungsreaktionen für den fortlaufenden Betrieb eines Kernreaktors?**
  Die bei einer Spaltungsreaktion frei werdenden Neutronen können weitere Uran-Kerne zur Spaltung anregen. D.h., Kernspaltungsreaktionen eignen sich zur Etablierung einer Kettenreaktion. Deshalb lässt sich die Kernspaltung technisch ausnutzen – zur Stromgewinnung, aber auch militärisch bei einer Atombombe. (1 Pt)
- **Was ist der entscheidende Unterschied zwischen dem kontinuierlichen Betrieb eines Kernreaktors und der Explosion einer Atombombe?**
  Im Kernkraftwerk läuft die Kettenreaktion kontrolliert ab. Von den mehreren frei werdenden Neutronen bei einer Spaltung regt im Mittel nur wieder eines einen weiteren Uran-Kern zur Spaltung an. Die anderen werden durch geeignetes in den Reaktor eingelagertes Material absorbiert.

  Anders bei der Atombombe. Diese läuft unkontrolliert ab. Es ist dort dass Ziel, dass möglichst viele weitere Atomkerne zur Spaltung angeregt werden. Damit dies geht, muss die Anreicherung des Spaltmaterial allerdings deutlich grösser sein! (1 Pte)

(b) Für die frei werdende Bindungsenergie berechnet man:

$$\begin{aligned}
\Delta E &= \Delta M \cdot c^2 = \left[M_{\text{Edukte}} - M_{\text{Produkte}}\right] \cdot c^2 \\
&= \left[m_{\text{Kern}}({}^{235}_{92}\text{U}) + m_n - m_{\text{Kern}}({}^{137}_{55}\text{Cs}) - m_{\text{Kern}}({}^{96}_{37}\text{Rb}) - 3 \cdot m_n\right] \cdot c^2 \\
&= \left[\left(m_{\text{A}}({}^{235}_{92}\text{U}) - 92 \cdot m_e\right) - \left(m_{\text{A}}({}^{137}_{55}\text{Cs}) - 55 \cdot m_e\right) - \left(m_{\text{A}}({}^{96}_{37}\text{Rb}) - 37 \cdot m_e\right) - 2 \cdot m_n\right] \cdot c^2 \\
&= \left[m_{\text{A}}({}^{235}_{92}\text{U}) - m_{\text{A}}({}^{137}_{55}\text{Cs}) - m_{\text{A}}({}^{96}_{37}\text{Rb}) - 2 \cdot m_n\right] \cdot c^2 \\
&= \left[235.043\,923\,\text{u} - 136.907\,090\,\text{u} - 95.934\,270\,\text{u} - 2 \cdot m_n\right] \cdot c^2 \\
&= 3.076 \cdot 10^{-28}\,\text{kg} \cdot c^2 = 2.765 \cdot 10^{-11}\,\text{J} = \underline{\underline{173\,\text{MeV}}} \quad \text{(4 Pte)}
\end{aligned}$$

(c) Zu Cs–137 gehört eine Halbwertzeit von $T_{1/2} = 30.17\,\text{Jahre}$. Mit dem Zerfallsgesetz folgt:

$$\begin{aligned}
N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} &= 0.001 \cdot N_0 = 0.1\,\% \cdot N_0 && |: N_0 \\
\Leftrightarrow \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} &= 0.001 && |\log_{1/2}(\ldots) \\
\Leftrightarrow \quad \frac{t}{T_{1/2}} &= \log_{1/2} 0.001 && |\cdot T_{1/2} \\
\Leftrightarrow \quad t &= T_{1/2} \cdot \log_{1/2} 0.001 && |\text{Halbwertzeit einsetzen} \\
&= 30.17\,\text{Jahre} \cdot \log_{1/2} 0.001 \\
&= \underline{\underline{300\,\text{Jahre}}} \quad \text{(3 Pte)}
\end{aligned}$$