PHYSIKMATUR PROMOTION 148 – LÖSUNGEN

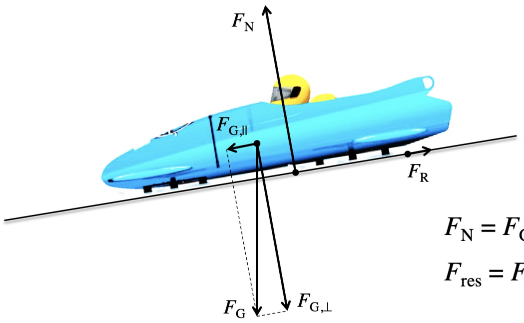
Allgemeine Richtlinien bei der Bewertung

- Der **Rechen-** oder **Überlegungsweg** muss ersichtlich sein, damit ein richtiges Resultat vollständig zählen kann. Umgekehrt kann es **Teilpunkte** geben, wenn der Rechenweg formal korrekt, das Resultat dann aber falsch ist.
- Für besonders "schöne" Rechnungswege oder Überlegungen können als Ausnahme **Bonuspunkte** vergeben werden, die in diesen Lösungen nicht deklariert werden.
- **Falsche Rundungen** und **falscher Umgang mit signifikanten Ziffern (s.Z.)** wird entsprechend gekennzeichnet und über die Gesamtprüfung hinweg gewertet. Maximal entsteht durch dieses Kriterium ein Abzug von 3 Punkten. Die falsche Anzahl signifikanter Ziffern im Endresultat hat eine Toleranz von ± 1 Ziffer.

1 Der Olympia Bob Run St. Moritz – Celerina (18 Punkte)

Teil A: Die Beschleunigung von Kink 1 bis Kink 2

(a) Kräfteskizze und daraus folgende Kraftgleichungen: (2 Punkte)



$F_N = F_{G,\perp}$ (0.5 Punkte)

$F_{res} = F_{G,\parallel} - F_R$ (1.5 Punkte)

Aus den Distanzangaben folgt für den Steigungswinkel: (0.5 Punkte)

$$\alpha \overset{0.5}{=} \arcsin\left(\frac{17.4\,\mathrm{m}}{187\,\mathrm{m}}\right) = 5.339°$$

Damit berechnen wir die verschiedenen Einzelkräfte und die resultierende Kraft: (2 Punkte)

$$F_G = m \cdot g = 385\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 3777\,\mathrm{N}$$

$$F_{G,\parallel} = F_G \cdot \sin\alpha = 3777\,\mathrm{N} \cdot \sin 5.339° \overset{0.5}{=} 351.4\,\mathrm{N}$$

$$F_N = F_{G,\perp} = F_G \cdot \cos\alpha = 3777\,\mathrm{N} \cdot \cos 5.339° \overset{0.5}{=} 3761\,\mathrm{N}$$

$$F_R = \mu_G \cdot F_N = 0.0135 \cdot 3761\,\mathrm{N} \overset{0.5}{=} 50.77\,\mathrm{N}$$

$$F_{res} = F_{G,\parallel} - F_R = 351.4\,\mathrm{N} - 50.77\,\mathrm{N} \overset{0.5}{=} 300.6\,\mathrm{N}$$

Daraus folgt für die Beschleunigung: (0.5 Punkte)

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{300.6\,\mathrm{N}}{385\,\mathrm{kg}} = 0.7808\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{0.781\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$$

(b) Es handelt sich um eine **gleichmässig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit** (gmbBmA).

Gegeben: $a = 0.7808\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $s = 187\,\mathrm{m}$ und $t = 12.16\,\mathrm{s}$.

Gesucht: Anfangsgeschwindigkeit v_0, Endgeschwindigkeit v.

Mit einer der bekannten Bewegungsgleichungen zur gmbBmA lässt sich direkt auf die Anfangsgeschwindigkeit schliessen: (2 Punkte)

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 \overset{1}{=} \left(s - \frac{a}{2} t^2\right) : t$$

$$= \left(187\,\mathrm{m} - \frac{0.7808\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \cdot (12.16\,\mathrm{s})^2\right) : (12.16\,\mathrm{s}) = 10.63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \overset{1}{\simeq} \underline{\underline{10.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

Damit folgt für die Endgeschwindigkeit: (1 Punkt)

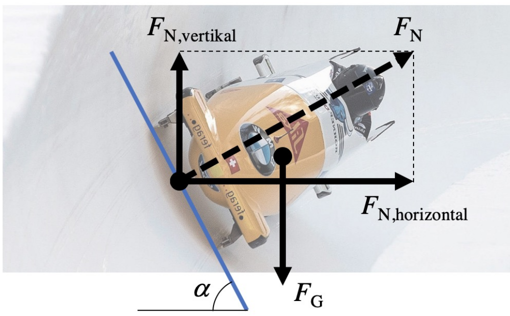
$$v = v_0 + a \cdot t = 10.63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0.7808\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 12.16\,\mathrm{s} = 20.12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \overset{1}{\simeq} \underline{\underline{20.1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

Mit dem Ersatzwert $a = 0.815\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ ergibt sich $v_0 = 10.42\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \simeq \underline{\underline{10.4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$ und $v = 20.33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \simeq \underline{\underline{20.3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$.

(c) Solange die Kraftsituation gleich bleibt ($F_{\mathrm{res}} = \mathrm{konstant}$), ändert sich gemäss dem Aktionsprinzip auch nichts am Wert der Beschleunigung ($a = \frac{F_{\mathrm{res}}}{m} = \mathrm{konstant}$) und die Beschleunigung ist somit gleichförmig. (1 Punkt)

Teil B: Kurvenfahrt im Horse-Shoe

(d) Die resultierende resp. Zentripetalkraft zeigt in die Mitte der Kreisbahn, in der Skizze also nach rechts. Mit der Zerlegung der Normalkraft ergibt sich: (2 Punkte)



$F_{\mathrm{N,vert}} = F_{\mathrm{G}}$ (1 Punkt)

$F_{\mathrm{N,horiz}} = F_{\mathrm{Z}}$ (1 Punkt)

Nun lassen sich die beiden Komponenten der Normalkraft berechnen: (1 Punkt)

$$F_{\mathrm{N,vert}} = F_{\mathrm{G}} = m \cdot g = 385\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 3777\,\mathrm{N}$$

$$F_{\mathrm{N,horiz}} = F_{\mathrm{Z}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \overset{0.5}{=} \frac{385\,\mathrm{kg} \cdot \left(26.39\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{14.8\,\mathrm{m}} \overset{0.5}{=} 18\,117\,\mathrm{N}$$

Mit dem Satz des Pythagoras folgt für die Normalkraft insgesamt: (1 Punkt)

$$F_{\mathrm{N}} = \sqrt{F_{\mathrm{N,horiz}}^2 + F_{\mathrm{N,vert}}^2} = \sqrt{(18\,117\,\mathrm{N})^2 + (3777\,\mathrm{N})^2} \overset{1}{=} 18\,507\,\mathrm{N}$$

Daraus folgt für die Anzahl gespürter g's: (1 Punkt)

$$x \overset{0.5}{=} \frac{F_{\mathrm{N}}}{F_{\mathrm{G}}} = \frac{18\,507\,\mathrm{N}}{3777\,\mathrm{N}} = 4.90 \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{4.9}}$$

Teil C: Abbremsen hinter der Ziellinie

(e) Setzen wir das Nullniveau auf die Höhe der Ziellinie, so verfügt der Bob dort ausschliesslich über kinetische Energie. Bis zum Stillstand geht diese Energie teilweise in potenzielle Energie über, vor allem aber wird sie zur Verrichtung von Reibungsarbeit verwendet. Dafür folgt: (2.5 Punkte)

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{R}} &\overset{1.5}{=} E_{\mathrm{kin},1} - E_{\mathrm{pot},2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} - m \cdot g \cdot h_2 \\ &\overset{0.5}{=} \frac{385\,\mathrm{kg} \cdot \left(40.28\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2} - 385\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 19\,\mathrm{m} = 312\,327\,\mathrm{J} - 71\,760\,\mathrm{J} \overset{0.5}{=} 240\,567\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Dies entspricht der vom Rechen verrichteten Reibungsarbeit. Mit der goldenen Regel der Mechanik folgt für die Reibungskraft des Rechens: (1.5 Punkte)

$$F_{\mathrm{R}} \overset{1}{=} \frac{W_{\mathrm{R}}}{s} = \frac{240\,567\,\mathrm{J}}{245\,\mathrm{m}} = 982\,\mathrm{N} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{980\,\mathrm{N}}}$$

2 The iFön (7 Punkte)

(a) Aus Leistung und Spannung folgt die notwendige Stromstärke: (1 Punkt)

$$I \overset{0.5}{=} \frac{P}{U} = \frac{950\,\mathrm{W}}{5.0\,\mathrm{V}} \overset{0.5}{=} 190\,\mathrm{A}$$

Daraus schliesst man auf den Widerstandswert des iFöns: (1 Punkt)

$$R = \frac{U}{I} = \frac{5.0\,\mathrm{V}}{190\,\mathrm{A}} = 0.0263\,\Omega \overset{1}{\simeq} \underline{\underline{26\,\mathrm{m}\Omega}}$$

(b) Wir haben unter (a) bereits die Stromstärke berechnet. Damit folgt aus der Batterieladung sofort die Laufzeit: (2 Punkte)

$$\Delta t \overset{0.5}{=} \frac{Q}{I} = \frac{2500\,\mathrm{mAh} + 18\,700\,\mathrm{mAh}}{190\,\mathrm{A}} \overset{0.5}{=} 112\,\mathrm{mh} \overset{0.5}{=} 403\,\mathrm{s} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{6\,\mathrm{min}\,40\,\mathrm{s}}}$$

(c) Der Gesamtwiderstand von Akku und iFön-Bauteil beträgt: (0.5 Punkte)

$$R = R_{\mathrm{Batterie}} + R_{\mathrm{Föhn}} = 4.5\,\Omega + 0.0263\,\Omega \overset{0.5}{=} 4.5263\,\Omega$$

Daraus folgt für die Stromstärke: (0.5 Punkte)

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5.0\,\mathrm{V}}{4.5263\,\Omega} \overset{0.5}{=} 1.105\,\mathrm{A}$$

Und damit folgt für den Leistungsumsatz im Föhn-Bauteil: (1 Punkt)

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = 0.0263\,\Omega \cdot (1.105\,\mathrm{A})^2 \overset{0.5}{=} 0.0321\,\mathrm{W} \overset{0.5}{=} \underline{\underline{32\,\mathrm{mW}}}$$

Die Leistungsaufnahme des Föhn-Bauteils wäre minimal. Er würde **gar nicht funktionieren**. Stattdessen würde vor allem im Akku Leistung umgesetzt, was zu dessen beobachtbaren **Erwärmung** führen würde. (1 Punkt)

3 Minimaler Blutdruck (3 Punkte)

Geschätzt beträgt die Höhendifferenz zwischen Herz und höchstem Punkt im Hirn etwa $45\,\mathrm{cm}$. Der Blutdruck muss mindestens dem Schweredruck entsprechen, den eine Wassersäule dieser Höhe erzeugen würde. Um diesen Druck direkt in mmHg anzugeben, setzt man den Wasserschweredruck einem entsprechenden Quecksilberschwerdruck gleich:

$$\begin{aligned}
& & p_{\mathrm{Blut}} &\overset{0.5}{=} p_{\mathrm{Hg}} & &|\, p = \varrho \cdot g \cdot h \\
&\Rightarrow & \varrho_{\mathrm{H_2O}} \cdot g \cdot h_{\mathrm{Hirn}} &\overset{0.5}{=} \varrho_{\mathrm{Hg}} \cdot g \cdot h_{\mathrm{Hg}} & &|\, : (g \cdot \varrho_{\mathrm{Hg}}) \\
&\Leftrightarrow & h_{\mathrm{Hg}} &\overset{0.5}{=} \frac{\varrho_{\mathrm{H_2O}} \cdot h_{\mathrm{Hirn}}}{\varrho_{\mathrm{Hg}}} & &|\,\text{Werte einsetzen} \\
& & &\overset{0.5}{=} \frac{998\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 450\,\mathrm{mm}}{13\,546\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 33.2\,\mathrm{mm} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{33\,\mathrm{mm}}}
\end{aligned}$$

Der Blutdruck muss also mindestens $40\,\mathrm{mmHg}$ betragen! (0.5 Punkte)

4 BYOD & CTouch: Eine aktuelle Unterrichtsthematik (4 Punkte)

Angenommen die mittlere Schulklassengrösse betrage z.B. 23 Schülerinnen und Schüler, so ergeben sich für den Kanton Zürich etwa: (0.5 Punkte)

$$\frac{16\,000}{23} = 696$$

Klassen an Gymnasien. Die elektrische Leistung, die während dem Unterricht mit einer solchen Klasse bezogen wird, beträgt inkl. Lehrperson etwa: (0.5 Punkte)

$$P = 24 \cdot 20\,\mathrm{W} + 400\,\mathrm{W} \overset{0.5}{=} 880\,\mathrm{W}$$

Daraus folgt für den Energiebedarf für eine Lektion ($\frac{3}{4}\,\mathrm{h}$): (1 Punkt)

$$\Delta E_{\mathrm{Lektion}} \overset{0.5}{=} P \cdot \Delta t = 880\,\mathrm{W} \cdot \frac{3}{4}\,\mathrm{h} \overset{0.5}{=} 660\,\mathrm{Wh}$$

Nehmen wir an, gut die Hälfte der Lektionen werden im Klassenunterricht mit CTouch und BYOD abgehalten. Das sind pro Woche z.B. etwa 20 Lektionen. Der wöchentliche Energiebedarf für eine Klasse beträgt somit: (0.5 Punkte)

$$\Delta E_{\mathrm{Woche}} = 20 \cdot \Delta E_{\mathrm{Lektion}} = 20 \cdot 660\,\mathrm{Wh} = 13\,200\,\mathrm{Wh} \overset{0.5}{=} 13.2\,\mathrm{kWh}$$

Daraus erhalten wir den jährlichen Energiebedarf für eine Klasse (39 Schulwochen): (0.5 Punkte)

$$\Delta E_{\mathrm{Jahr}} = 39 \cdot \Delta E_{\mathrm{Woche}} = 39 \cdot 13.2\,\mathrm{kWh} \overset{0.5}{=} 515\,\mathrm{kWh}$$

Dieser Wert ist mit der Anzahl Klassen zu multiplizieren: (0.5 Punkte)

$$\Delta E_{\mathrm{total}} = 696 \cdot \Delta E_{\mathrm{Jahr}} = 696 \cdot 515\,\mathrm{kWh} \overset{0.5}{=} 358\,000\,\mathrm{kWh}$$

Diesen Wert können wir nun mit dem durchschnittlichen Strombedarf des 4-köpfigen Haushaltes vergleichen:

$$\frac{358\,000\,\mathrm{kWh}}{4000\,\mathrm{kWh}} \simeq \underline{\underline{90}}$$

Die benötigte Energie würde also etwa dem Strombedarf von knapp **100 vierköpfigen Haushalten** entsprechen. (0.5 Punkte)

Natürlich dürfen leicht andere Zahlen mit relativ grosser Toleranz verwendet werden und die Aufgabe wird immer noch als richtig gewertet.

5 Spielereien mit einem hängenden Magneten (8 Punkte)

(a) Das Material darf nicht magnetisierbar sein. Ungeeignete Metalle wären z.B. Stahl, Eisen oder Legierungen, die Nickel, Cobalt oder Eisen enthalten. Geeignet wäre z.B. Kupfer. (1 Punkt)

(b) Im Moment besitzt die Spule **oben einen Südpol und unten einen Nordpol**, denn wenn man mit dem Daumen der rechten Hand dem Strom nachfährt (von oben gesehen im Uhrzeigersinn), so zeigen die Feldlinien im Spuleninneren nach unten **(Oersted, Rechte-Hand-Regel)**. D.h., sie führen oben in die Spule hinein, was einem Südpol entspricht. (1.5 Punkte)

Somit zieht die Spule den Stabmagneten an. Diese Anziehung fällt weg, wenn der Strom ausgeschaltet wird. Die Schwingbewegung beginnt also **in Aufwärtsrichtung**. (0.5 Punkte)

(c) Zwei Erklärungsmöglichkeiten:

Mit Lorentzkraft und Wechsel des Bezugssystems: Ich betrachte den Magneten beispielsweise in einem Moment, wo er sich **nach oben bewegt**. (0.5 Punkte)

Im **Spulensystem** kann bezüglich Induktion nicht mit Lorentzkräften auf Leitungselektronen argumentiert werden, weil diese sich gar nicht bewegen. Es braucht also einen **Wechsel des Bezugssystems**. Das **Magnetsystem** bietet sich dafür an. In diesem System bewegt sich die Spule in diesem Moment nach unten. (1 Punkt)

Betrachten wir nun ein **Leitungselektron am rechten Rand der Spule**, so bewegt sich dieses nach unten in einem nach rechts unten zeigenden Magnetfeld (**Dipolfeld des Stabmagneten**). Folglich erfährt dieses Leitungselektron gemäss **3FR (linke Hand)** eine **Lorentzkraft nach hinten**. (1 Punkt)

Damit fliesst in der Spule in diesem Moment von oben gesehen ein **Induktionsstrom (technischer Strom) im Uhrzeigersinn**. (0.5 Punkte)

Dieser wiederum erzeugt gemäss **RHR (Oersted'sche Regel) oben an der Spule einen Südpol**. (Die Feldlinien des durch den Induktionsstrom erzeugten Magnetfeldes führen von oben nach unten durch die Spule hindurch.) (1 Punkt)

Der Südpol an der Spulenoberseite **zieht den Nordpol des Permanentmagneten an** und **bremst** somit dessen **Aufwärtsbewegung**. (1 Punkt)

Mit der Lenz'schen Regel: In der Spule muss wohl ein Induktionsstrom erzeugt werden, denn aus der Sicht des Magneten wird mit der Spule eben **ein elektrischer Leiter durch ein Magnetfeld bewegt (Lorentzkräfte)**. (1 Punkt)

Gemäss **Lenz'scher Regel** muss ein **Induktionsstrom elektromagnetisch seiner Ursache entgegenwirken.** (1 Punkt)

Die Ursache ist in diesem Fall die Bewegung des Stabmagneten. (0.5 Punkte)

Betrachten wir z.B. einen Moment, in welchem sich der **Stabmagnet nach oben bewegt**, so muss die Spule aufgrund des Induktionsstromes in diesem Moment an ihrer **Oberseite einen Südpol** aufweisen, der den **Nordpol des Magneten anzieht** und ihn damit bremst. (1.5 Punkte)

Damit die Spule oben einen Südpol aufweist, muss in ihr gemäss **RHR (Oersted'sche Regel)** von oben her gesehen ein Induktionsstrom im Uhrzeigersinn fliessen. (1 Punkt)

6 Physik-Streifzug im Multiple Choice (6 Punkte)

A. Für Nicht-Ohm'sche Leiter gilt:	**richtig**	**falsch**
(a) Sie dürfen nur an Gleichspannungsquellen betrieben werden.	☐	☒
(b) Stromstärke und Spannung sind keine proportionalen Grössen.	☒	☐
(c) Die umgesetzte elektrische Leistung bleibt unabhängig von der angeschlossenen Spannungsquelle konstant.	☐	☒
(d) Leuchtdioden sind ein gutes Beispiel für solche Leiter.	☒	☐

B. Die Feldlinien eines Magnetfeldes...	**richtig**	**falsch**
(e) treten bei Permanentmagneten stets aus einem Pluspol aus und gehen bei einem Minuspol in ihn hinein.	☐	☒
(f) bilden stets geschlossene Kurven.	☒	☐
(g) zeigen mit ihrer Richtung an, wohin eine Kompassnadel am jeweiligen Ort mit ihrer Nordspitze zeigt.	☒	☐

C. Bei der Kernspaltung in Schweizer Kernkraftwerken...	**richtig**	**falsch**
(h) entstehen β^--strahlende radioaktive Abfälle, weil die grossen, sich aufspaltenden Kerne einen Neutronenüberschuss besitzen.	☒	☐
(i) erhitzen vor allem die bei den Spaltungen entstehenden heissen Tochterkerne das durch den Reaktor strömende Wasser.	☐	☒
(j) wird als Spaltmaterial praktisch ausschliesslich U–235 verwendet.	☒	☐
(k) findet im Reaktor zum Teil auch Wasserstoffbrennen statt.	☐	☒

D. Ein in einem Trinkglas voll Wasser schwimmender Eiswürfel...	**richtig**	**falsch**
(l) erfährt eine grössere Auftriebskraft als die eigene Gewichtskraft.	☐	☒
(m) würde in einer auf der Mondoberfläche stehenden Raumstation weniger tief im Wasser liegen.	☐	☒
(n) erfährt eine grössere Auftriebskraft, wenn ich ihn mit dem Daumen unter Wasser drücke.	☒	☐
(o) wird beim Schmelzen dazu führen, dass der Wasserspiegel im Glas ansteigt (vgl. Anstieg des Meeresspiegels als Folge des Abschmelzens der Polkappen).	☐	☒

Bewertung

Korrekte Ankreuzungen	≤ 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	≥ 14
Punktzahl	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0

7 Das RHU – ein radioaktives Heizelement (12 Punkte)

(a) Es handelt sich um einen α-**Zerfall** (0.5 Punkte). Die Zerfallsreaktion lautet vollständig: (0.5 Punkte)

$$^{238}_{94}\mathrm{Pu} \quad \longrightarrow \quad ^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{234}_{92}\mathrm{U}$$

(b) Es gilt die beim Zerfall frei werdende Bindungsenergie zu berechnen. Diese hängt vom Massenverlust ab. Dafür berechnen wir: (2.5 Punkte)

$$\begin{aligned}
\Delta M &\overset{0.5}{=} M_{\text{Edukte}} - M_{\text{Produkte}} \\
&\overset{0.5}{=} m_{\text{Kern}}\big({}^{238}_{94}\mathrm{Pu}\big) - m_{\text{Kern}}\big({}^{4}_{2}\mathrm{He}\big) - m_{\text{Kern}}\big({}^{234}_{92}\mathrm{U}\big) \\
&\overset{0.5}{=} \Big(m_{\text{A}}\big({}^{238}_{94}\mathrm{Pu}\big) - 94\,m_e\Big) - \Big(m_{\text{A}}\big({}^{4}_{2}\mathrm{He}\big) - 2\,m_e\Big) - \Big(m_{\text{A}}\big({}^{234}_{92}\mathrm{U}\big) - 92\,m_e\Big) \\
&= m_{\text{A}}\big({}^{238}_{94}\mathrm{Pu}\big) - m_{\text{A}}\big({}^{4}_{2}\mathrm{He}\big) - m_{\text{A}}\big({}^{234}_{92}\mathrm{U}\big) \; \underbrace{+92\,m_e + 2\,m_e - 94\,m_e}_{=0} \\
&\overset{0.5}{=} m_{\text{A}}\big({}^{238}_{94}\mathrm{Pu}\big) - m_{\text{A}}\big({}^{4}_{2}\mathrm{He}\big) - m_{\text{A}}\big({}^{234}_{92}\mathrm{U}\big) \\
&= (238.049\,558 - 4.002\,603\,3 - 234.040\,950) \cdot \mathrm{u} \overset{0.5}{=} 9.971 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg}
\end{aligned}$$

Mit der Masse-Energie-Äquivalenz folgt für die beim Zerfall freigesetzte Energiemenge: (0.5 Punkte)

$$\Delta E_{\text{B}} = \Delta M \cdot c^2 = 9.971 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg} \cdot c^2 \overset{0.5}{=} 8.961 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}$$

Die Leistung muss durch diese Energiemenge geteilt werden, um die sekündliche Zerfallszahl zu erhalten: (1 Punkt)

$$\text{Zerfallsrate} = A \overset{0.5}{=} \frac{P}{\Delta E_{\text{B}}} = \frac{1.0\,\mathrm{W}}{8.961 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}} = 1.12 \cdot 10^{12}\,\frac{1}{\mathrm{s}} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{1.1 \cdot 10^{12}\,\mathrm{Bq}}}$$

(c) Aus der Gleichung für die Aktivität ergibt sich für die Anzahl Kerne in der RHU: (1.5 Punkte)

$$N_0 \overset{0.5}{=} \frac{A \cdot T_{1/2}}{\ln 2} \overset{0.5}{=} \frac{1.12 \cdot 10^{12}\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 87.7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s}}{\ln 2} \overset{0.5}{=} 4.47 \cdot 10^{21}$$

Das einzelne $\mathrm{PuO_2}$-"Teilchen" besitzt eine Masse von: (1 Punkt)

$$m(\mathrm{PuO_2}) \overset{0.5}{=} 238.0\,\mathrm{u} + 2 \cdot 16.0\,\mathrm{u} = 270.0\,\mathrm{u} \overset{0.5}{=} 4.48 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg}$$

Somit beträgt die Gesamtmasse des im Pellet enthaltenen $\mathrm{PuO_2}$: (1 Punkt)

$$m = N \cdot m(\mathrm{PuO_2}) = 4.47 \cdot 10^{21} \cdot 4.48 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg} \overset{0.5}{=} 0.002\,00\,\mathrm{kg} \overset{0.5}{=} 2.00\,\mathrm{g}$$

Mit der Gesamtmasse des Pellets erhalten wir einen prozentualen Anteil von: (0.5 Punkte)

$$\text{Anteil PuO}_2 = \frac{2.00\,\mathrm{g}}{2.7\,\mathrm{g}} = 0.741 \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{74\,\%}}$$

Mit dem Alternativwert von $A = 1.29 \cdot 10^{12}$ ergeben sich Zwischenresultate von $N_0 = 5.15 \cdot 10^{21}$ und $m = 2.31\,\mathrm{g}$, sowie ein Schlussresultat von $0.856 \simeq \underline{\underline{86\,\%}}$.

(d) Wir berechnen ganz klassisch mit dem Zerfallsgesetz, nach welcher Zeit nur noch $85\,\%$ (0.5 Punkte) der ursprünglichen Aktivität vorhanden sind: (2.5 Punkte)

$$\begin{aligned}
& & A(t) &\overset{0.5}{=} 0.85\,A_0 && |\,\text{Zerfallsgesetz einsetzen} \\
&\Rightarrow & A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} &= 0.85\,A_0 && |\ :A_0 \\
&\Leftrightarrow & \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} &\overset{0.5}{=} 0.85 && |\ \log_{0.5}(\ldots) \\
&\Leftrightarrow & \frac{t}{T_{1/2}} &\overset{0.5}{=} \log_{0.5} 0.85 && |\ \cdot T_{1/2} \\
&\Leftrightarrow & t &\overset{0.5}{=} T_{1/2} \cdot \log_{0.5} 0.85 && |\,\text{Werte einsetzen} \\
& & &= 87.7\,\mathrm{a} \cdot \log_{0.5} 0.85 = 20.56\,\mathrm{a} \overset{0.5}{\simeq} \underline{\underline{21\,\mathrm{a}}}
\end{aligned}$$