



ELEKTRIZITÄTSLEHRE

Alex Gertsch

Physik-Skript für die Promotion 154

Zürich im Februar 2024

Inhaltsverzeichnis

I	Elektrischer Strom	1
1	Der einfache Stromkreis – eine Einführung	3
1.1	Lernziele zum Kapitel 1	4
1.2	Der Taschenlampen-Stromkreis – ein Einstiegsbeispiel	5
1.3	Elektrische Ladung – ein Ausflug in die Welt der Teilchen	9
1.4	Elektrisch geladene Körper und elektrische Pole	10
1.5	Elektrischer Strom, Ladungsträger, Leiter und Isolatoren	11
1.6	Wirkungen des elektrischen Stromes	12
2	Elektrische Spannung und elektrische Stromstärke	16
2.1	Lernziele zum Kapitel 2	17
2.2	Elektrische Verschiebungsarbeit und Spannungsdefinition	18
2.3	“Spannung als Ursache für den elektrischen Strom”	21
2.4	Die Definition der elektrischen Stromstärke	22
2.5	Spannungsquellen, Gleich- und Wechselstrom	24
3	Der elektrische Widerstand	26
3.1	Lernziele zum Kapitel 3	27
3.2	Die Definition des elektrischen Widerstandes	28
3.3	Ohm’sche Leiter und das Ohm’sche Gesetz	29
3.4	Nicht-Ohm’sche Leiter	30
3.5	Die Serieschaltung (= Reihenschaltung) von Widerständen	32
3.6	“Spannung, Widerstand, Stromstärke” – eine Rekapitulation	34
4	Die elektrische Leistung	35
4.1	Lernziele zum Kapitel 4	36
4.2	Repetition: “Leistung ist Energieumsatz pro Zeit”	36
4.3	Herleitung der Formel für die elektrische Leistung	38
4.4	Die elektrische Leistung bei Ohm’schen Leitern	39
4.5	Die Gefährlichkeit elektrischer Kurzschlüsse	40
5	Die Parallelschaltung elektrischer Widerstände	41
5.1	Lernziele zum Kapitel 5	42
5.2	Die Parallelschaltung von Widerständen	42
5.3	Die Verschachtelung von Serie- und Parallelschaltungen	45

II	Elektromagnetismus	46
6	Ferromagnetismus	47
6.1	Lernziele zum Kapitel 6	48
6.2	Definition und Eigenschaften von Magnetpolen	48
6.3	Magnetisierung	50
6.4	Elementarmagnete	51
7	Das magnetische Feld (\vec{B}-Feld)	52
7.1	Lernziele zum Kapitel 7	53
7.2	Einführung des Feldbegriffes	54
7.3	Magnetische Feldlinienbilder	55
8	Oersteds Erkenntnis: Ströme erzeugen Magnetfelder	58
8.1	Lernziele zum Kapitel 8	58
8.2	Die magnetische Flussdichte B	59
8.3	Die Rechte-Hand-Regel (RHR)	60
8.4	Flussdichten um verschiedene Leiteranordnungen	61
9	Die Lorentzkraft \vec{F}_L	64
9.1	Lernziele zum Kapitel 9	64
9.2	Qualitative Beschreibung der Lorentzkraft	65
9.3	Der Betrag der Lorentzkraft	67
9.4	Die Definition des Amperes	68
10	Lorentzkräfte bei einzelnen geladenen Teilchen	70
10.1	Lernziele zum Kapitel 10	70
10.2	Lorentzkräfte auf geladene Teilchen in Magnetfeldern	71
10.3	Kreisbewegung – eine kurze Repetition der Mechanik	72
10.4	Kreisbewegungen elektrisch geladener Teilchen	73
10.5	Ein kurzer historischer Exkurs zur spezifischen Ladung	74
10.6	Massenspektroskopie, Fadenstrahlrohr und Polarlicht	74
11	Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen	76
11.1	Induktion durch Lorentzkräfte auf Leitungselektronen	78
11.2	Negative Rückkoppelung und Lenz'sche Regel	79
11.3	Wechsel des Bezugssystems – ein toller Trick	80
12	Das elektrische Feld – ein fundamentaler Nachtrag	82
12.1	Das Konzept des elektrischen Feldes	83
12.2	Elektrische Feldlinienbilder	84
12.3	Die Wirkung eines E -Feldes auf elektrische Ladungen	85
12.4	Wichtige Anmerkungen zu elektrischen Feldlinienbildern	85
13	Das Faraday'sche Gesetz	88
13.1	Induktion durch ein sich veränderndes Magnetfeldes – das Faraday'sche Gesetz	89
13.2	Beispiel 1: Der hängende Aluminiumring	92
13.3	Die Lenz'sche Regel beim Faraday'schen Gesetz	95
13.4	Beispiel 2: Ein klassischer Dynamo	96

14 Das Induktionsprinzip	98
14.1 Der magnetische Fluss Φ	99
14.2 Induktionsprinzip und Induktionsgesetz	101
14.3 Alte Regeln neu verpackt.	102
14.4 Wechsel des Bezugssystems	103
A Farbcodes bei Kohleschichtwiderständen	104
B Die Kirchhoff'schen Gesetze	105
C Magnetismus auf atomarer Ebene	109
C.1 Die zwei Ursachen von Magnetismus auf Ebene der Teilchen	109
C.2 Verschiedene Arten von Magnetismus	110
D Die Definition der magnetischen Flussdichte B	112
E Der Aufbau einer einfachen Elektronenkanone	113
F Ergänzungen zum Begriff des elektrischen Feldes	115
F.1 Elektrische Kräfte in der bisherigen Betrachtungsweise	115
F.2 Die Definition der elektrischen Feldstärke E	116
G Wie viel Wasser fließt in einem Bach durch eine Drahtschleife?	117

Teil I

Elektrischer Strom

Kapitel 1

Der einfache Stromkreis – eine Einführung

Elektrischer Strom ist ein ungeheuer alltägliches Phänomen. Wir benutzen im Laufe eines Tages mit Sicherheit mindestens zehn verschiedene elektrische Geräte, ohne uns allzu sehr darüber zu wundern, dass das alles so gut funktioniert. Stecker rein und es läuft!

Wie aber funktioniert "Strom"? Was ist Strom genau? Wie und wann entsteht er? Wie kann er genau genutzt werden? Was hat er mit **Energie** zu tun? Welche **Gefahren** birgt er? Was ist **Stromverbrauch**? Wie betreibt der Strom all diese elektrischen und elektronischen **Geräte** (vom Stabmixer über den Fernseher und den Computer bis zum Handy)? Diesen und weiteren Fragen werden wir im ersten Teil der Elektrizitätslehre nachgehen.

In diesem einführenden Kapitel starten wir mit einem einfachen praktischen Beispiel, wie es in einer normalen **Taschenlampe** realisiert ist: Eine **Batterie** betreibt ein **Glühlämpchen** – oder allgemeiner formuliert: eine **Spannungsquelle** versorgt einen einzelnen **Verbraucher**. Wir legen also direkt mit der Anwendung los und werden zentrale Begriffe, wie z.B. **Spannung**, **Stromstärke** oder **Widerstand**, verwenden, ohne die präzisen, aber teilweise eben etwas abstrakten physikalischen Definitionen dazu bereits kennengelernt zu haben. Selbstverständlich werden wir dieses Versäumnis in den folgenden Kapiteln nachholen, denn für ein tiefer gehendes physikalisches Verständnis sind die genauen Definitionen dieser Begriffe sehr wichtig.

Von Beginn weg wollen wir **elektrische Stromkreise** als etwas Greifbares und Praktisches verstehen. Dazu werden wir bereits viele Aspekte anschneiden, z.B.:

- Welche **Bedingungen** müssen erfüllt sein, damit ein elektrischer Strom fließt?
- Woran sieht man, dass das Fließen eines elektrischen Stromes mit einem **Energieumsatz** resp. einem **Energietransport** verbunden ist?
- Wie stellt man einen Stromkreis in einem **Schaltschema** dar?
- An welchen **Wirkungen** erkennt man eigentlich das Fließen eines elektrischen Stromes?
- Wie kann man sich den elektrischen Strom auf **atomarer Größenordnung** vorstellen? Wie müssen demnach **elektrisch leitende Materialien (= Leiter)** beschaffen sein und wodurch zeichnen sich im Gegensatz dazu **Isolatoren** aus?
- Was ist der Unterschied zwischen **Gleichstrom** und **Wechselstrom**?

1.1 Lernziele zum Kapitel 1

- Ich kenne die Bedingungen für das Fließen eines **elektrischen Stromes**: Erstens muss eine **Spannungsquelle** (z.B. Netzgerät, Steckdose, Batterie, Solarzelle, ...) vorhanden sein, zweitens braucht es einen durch leitende Materialien **geschlossenen Stromkreis**.
- Unter dem Begriff **Spannungsquelle** verstehe ich eine **“Strompumpe”**, also den “Antrieb” eines elektrischen Stromes. **Elektrische Spannungen** und somit auch die “Stärke” von Spannungsquellen werden in der **SI-Grundeinheit Volt V** angegeben.
- Ich kann einfache **Schaltschemata** interpretieren und kenne die **Symbole** für die wichtigsten **Schaltelemente**.
- Auf einem **Steckbrett** kann ich einfache Stromkreise zusammenbauen. Insbesondere weiß ich, welche Steckplätze innerhalb des Bretts miteinander verbunden sind.
- Ich weiß, dass **Atome** aus **Protonen p** , **Neutronen n** und **Elektronen e^-** aufgebaut sind und wo diese Teilchen im Atom zu finden sind.
- Ich habe verstanden, dass die **elektrische Ladung** eine **Eigenschaft von Materie** ist, die man Protonen und Elektronen zuschreibt, um die Phänomene der Elektrizitätslehre zu erklären. Jedes Elektron ist **einfach negativ** und jedes Proton **einfach positiv geladen**. D.h., jedes Elektron trägt eine negative und jede Proton eine positive **Elementarladung**: $q_e = -e$ und $q_p = +e$. Neutronen sind **elektrisch neutral**: $q_n = 0$. Da sich die Welt aus lauter p , n und e^- zusammensetzt, ist die Elementarladung e die kleinstmögliche Ladungsmenge. Ihren Wert, nämlich $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, kenne ich auswendig.
- Ich weiß, dass die **elektrische Ladung eines Gegenstandes** auf ein Ungleichgewicht zwischen Protonen und Elektronen zurückzuführen ist. Einen Ort mit einem **Elektronenüberschuss** bezeichnet man als **negativen Pol** und umgekehrt ist ein Ort mit einem **Elektronenmangel** ein **positiver Pol** (z.B. bei den Polen einer Spannungsquelle).
- Die **elektrische Ladung eines Gegenstandes** kürze ich mit dem Symbol Q ab, für **Ladungen einzelner Teilchen** verwende ich hingegen das kleine q .
- Ich kenne das **Coulomb C** als **SI-Grundeinheit** der elektrischen Ladung.
- Ich kenne die qualitativen Eigenschaften der **Coulombkraft** zwischen zwei elektrischen Ladungen (Anziehung/Abstoßung, Abnahme mit zunehmender Distanz).
- Ich weiß, dass der Ausdruck **elektrischer Strom** für die **kollektive Bewegung elektrisch geladener Teilchen** steht. Daraus leite ich ab, dass **elektrisch leitende Stoffe frei bewegliche Ladungsträger** enthalten müssen: in Metallen handelt es sich um **Leitungselektronen** (ca. 1 Leitungselektron pro Atom), in Flüssigkeiten und Gasen um **Ionen**. Umgekehrt kann es in **elektrischen Isolatoren** keine frei beweglichen Ladungsträger geben.
- Ich kenne drei Wirkungen des elektrischen Stromes: die **elektromagnetische (em-)**, die **Wärmewirkung (Joule’sche Wärme)** und die **chemische Wirkung**. Ich kann spontan einige Beispiele und Anwendungen dieser Wirkungen beschreiben.

1.2 Der Taschenlampen-Stromkreis – ein Einstiegsbeispiel

Ein **Steckbrett** ist so aufgebaut, dass sich darauf in einfacher Weise elektrische und elektronische Schaltungen stecken lassen. Innerhalb des Steckbrettes sind im Innenbereich jeweils 5, in den Außenleisten jeweils 25 Steckpositionen miteinander verbunden (vgl. Abb. 1.1).

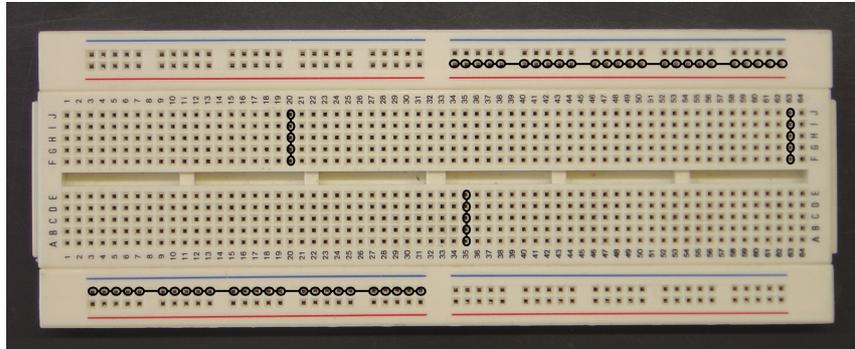


Abbildung 1.1: Beispiele von Verbindungen innerhalb eines Steckbrettes.

Auf einem solchen Steckbrett stecken wir uns mit einem **Batterieblock**, einem **Schalter** und einem **Glühlämpchen** einen einfachen **Stromkreis** zusammen (Abb. 1.2). Mit dem Schalter lässt sich das Lämpchen ein- und ausschalten.

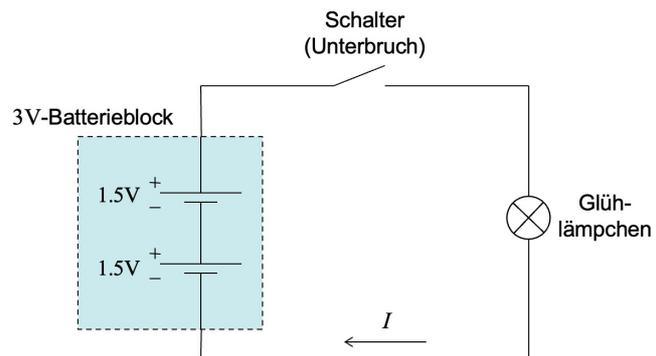
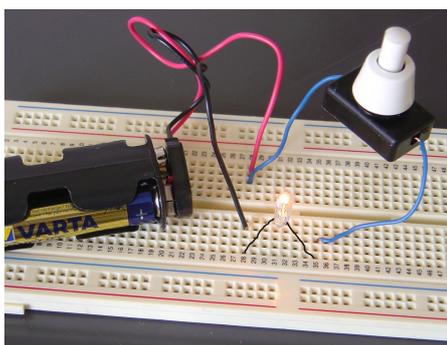


Abbildung 1.2: Der Taschenlampen-Stromkreis und das zugehörige Schalterschema.

Bereits anhand dieses einfachen Beispiels lässt sich eine Vielzahl teilweise sehr grundlegender und allgemeiner Aussagen zum elektrischen Strom machen:

Der geschlossene Stromkreis: Nur solange ein Stromkreis geschlossen ist, fließt Strom. D.h., die beiden Anschlüsse des Batterieblocks müssen durch elektrisch **leitende Elemente** (Kabel, Lämpchen, etc.) miteinander verbunden sein. Sobald der Stromkreis unterbrochen ist, fließt kein Strom mehr.

Der Schalter unterbricht den Stromkreis ("Lämpchen aus") oder er schließt ihn ("Lämpchen an"). Dabei spielt es keine Rolle, an welcher Stelle der Schalter in den Stromkreis eingebaut wird ("vor" oder "hinter" dem Glühlämpchen). Im Schalterschema dürfte man die Positionen von Lämpchen und Schalter vertauschen, ohne dass sich an der Funktionsweise der Schaltung irgendetwas verändern würde.

Die Spannungsquelle: Neben dem geschlossenen Stromkreis braucht es für das Fließen eines elektrischen Stromes einen "Antrieb". In unserem Beispiel ist dies die Batterie.

Allgemeiner spricht man bei solchen den Strom antreibenden Elementen von **Spannungsquellen**. Dabei gibt es einen Unterschied zwischen **Gleichstrom-** und **Wechselstrom-**Spannungsquellen. Unsere Batterie ist eine Gleichstrom-Spannungsquelle, weil die **Polung** an ihren Ausgängen ständig gleich bleibt: Es gibt einen **positiven Pol (+)** und einen **negativen Pol (-)**. Auch **Plus-** und **Minuspol** sind erlaubte Namen.¹

Bei den Wechselstrom-Spannungsquellen verändert sich die Polung ihrer Anschlüsse andauernd. Dies ist z.B. bei Steckdosen der Fall. Kapitel 2 widmet sich dem Spannungsbegriff ausführlicher. Im Moment merken wir uns:

Bedingungen für das Fließen eines elektrischen Stromes

Ein elektrischer Strom fließt genau dann, wenn...

1. ein **geschlossener Stromkreis** besteht, und...
2. in diesem Stromkreis eine **Spannungsquelle** vorhanden ist.

Das Schaltschema: Den logischen Aufbau eines Stromkreises stellt man in einem **Schaltschema** dar. Dabei besitzt jedes **Schaltelement** ein ganz bestimmtes Symbol. In Abb. 1.7 auf Seite 15 siehst du eine Auswahl solcher Symbole. Abb. 1.3 zeigt, wie ein komplizierteres Schaltschema aussehen kann. Diese Schaltung lässt abwechslungsweise zwei **Leuchtdioden (LEDs)** aufleuchten (Blinker).²

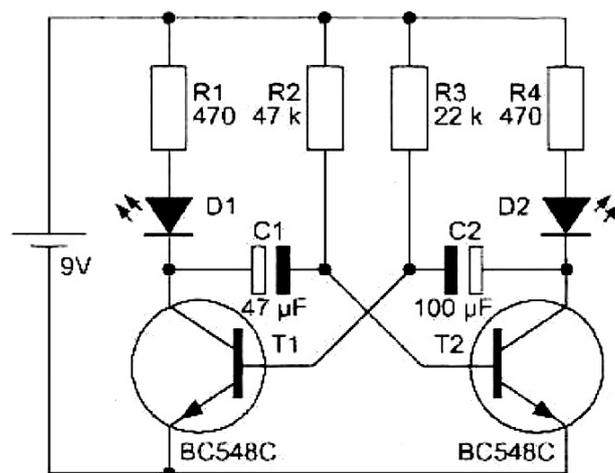


Abbildung 1.3: Eine Blinkerschaltung: Die beiden LEDs D1 und D2 leuchten abwechslungsweise auf. Zur Steuerung bedarf es weiterer Schaltelemente wie Kondensatoren (C1 und C2) und Transistoren (T1 und T2). In vielen Schaltschemata sind die Schaltelemente direkt mit näheren Spezifikationen angeschrieben. Hier handelt es sich z.B. um Transistoren des Typs BC548C.

¹Auf einer Batterie sind die Pole in der Regel angeschrieben. Bei einem Gleichstrom-Netzgerät ebenfalls, wobei zusätzlich Farben verwendet werden. Rot kennzeichnet den positiven Pol, Blau oder Schwarz den negativen.

²In der Blinkerschaltung (Abb. 1.3) entdeckst du zwei für die Elektronik enorm wichtige Schaltelemente: den **Kondensator** (z.B. C1) und den **Transistor** (z.B. T1). Insbesondere die Transistoren sind von großer Bedeutung. Auf ihnen basiert die gesamte moderne Prozessoren-Elektronik (Rechner, Computer-Chip, Handy, etc.)!

Die Stromrichtung im Gleichstromkreis: Die Polung unserer Batterien bleibt stets dieselbe (Gleichstrom-Spannungsquelle). Als Folge davon fließt auch der Strom im Stromkreis immer in dieselbe Richtung, weshalb wir von **Gleichstrom** sprechen.

Im Prinzip ganz willkürlich wurde festgelegt, dass die Stromrichtung **vom positiven zum negativen Pol der Spannungsquelle** führt. Dies ist die Richtung des sogenannten **technischen Stromes**. Wir zeichnen diese Richtung nicht immer ein, weil sie meistens gar nicht so wichtig ist. Gegebenenfalls beschriften wir den Stromrichtungspfeil mit einem I , dem Symbol für die **Stromstärke** (vgl. Kap. 2).

Achtung! Diese technische Stromrichtung bedeutet nicht, dass in der Realität immer eine Ladungsbewegung vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle stattfindet – im Gegenteil! In den meisten Stromkreisen werden metallene Leiter verwendet und in diesen sind es die **Leitungselektronen**, die vom Minus- zum Pluspol der Spannungsquelle fließen. Unser Taschenlampen-Stromkreis ist das beste Beispiel dafür. Dort besteht nämlich die gesamte Leitung aus Metall, inkl. dem Glühdraht des Lämpchens! Mehr zu den verschiedenen Arten der elektrischen Leitung erfährst du im Abschnitt 1.5.

Also nochmals: Der technische Strom ist einfach ein theoretisches Konstrukt, er fließt per Definition vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle.³

Elektrische Energie – eine wichtige Überlegung: Betrachten wir zwei kugelförmige Körper. Der eine trage eine positive Ladung, der andere eine negative (vgl. Abb. 1.4). Aufgrund der **Coulombkraft** – elektrische Ladungen mit gleichem Vorzeichen stoßen sich gegenseitig ab, Ladungen verschiedenen Vorzeichens ziehen sich gegenseitig an – ziehen sich diese beiden Körper an (vgl. Abschnitt 1.3). Somit muss man Arbeit verrichten resp. Energie aufwenden, um den Abstand zwischen ihnen zu vergrößern. Wir sagen: **„Jede Ladungstrennung ist mit einem Energieaufwand verbunden.“**

Diese Arbeit ist als sogenannte **elektrische Energie** E_{el} im Zustand der **voneinander getrennten Ladungen** enthalten. Wir bekommen diese Energie zurück, wenn sich die beiden Körper wieder annähern. Diesen Vorgang bezeichnen wir als **Ladungsausgleich**: **„Bei jedem Ladungsausgleich wird elektrische Energie freigesetzt.“**

Elektrische Energie ist also eine **Energie der Lage** – genauer: Es kommt auf die relative Lage elektrischer Ladungen an. Eine solche Energie der Lage bezeichnet man allgemein als **potenzielle Energie**. Aus der Mechanik kennen wir bereits die potenzielle gravitative Energie E_{pot} , bei der es auf die relative Lage von Massen ankommt. Nun haben wir mit der potenziellen elektrischen Energie E_{el} gesehen, dass man auch bei elektrischen Ladungen von einer Energie der relativen Lage sprechen kann.

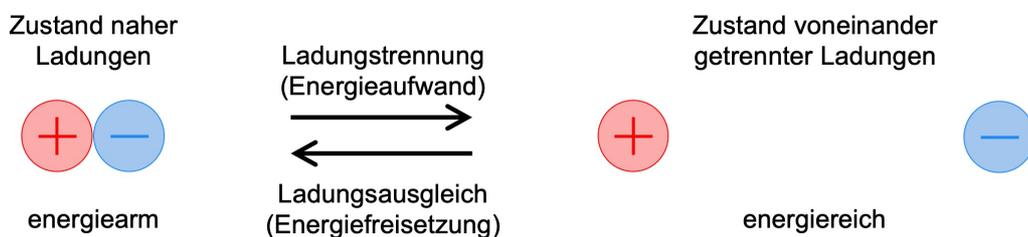


Abbildung 1.4: Ladungstrennung und -ausgleich – das Verständnis der elektrischen Energie.

³Für die "Gmerkigen": Innerhalb der Batterie fließt der technische Strom vom Minus- zum Pluspol.

Energietransport von der Spannungsquelle zum Verbraucher: Jede Spannungsquelle besitzt **elektrische Pole**, also voneinander getrennte positive und negative Ladungen. D.h., jede Spannungsquelle beinhaltet **elektrische Energie**. Lässt man den Ladungsausgleich zwischen ihren Polen über einen Stromkreis ablaufen, so kann die dabei freigesetzte elektrische Energie für den Betrieb von Geräten (Verbraucher) genutzt werden:

Ein Stromkreis befördert Energie von der Spannungsquelle zum Verbraucher!

In unserem Beispiel dient die Batterie als Spannungs- resp. Energiequelle, währenddem das Lämpchen die Rolle des Verbrauchers übernimmt. Dort wird die elektrische Energie in innere Energie (Wärme) umgesetzt. Der extrem dünne Glühdraht wird dadurch so heiß, dass er weiß glüht (ca. 3000°C !) und deshalb Licht aussendet.

“Reibungsverluste”: Idealerweise sollte die von der Spannungsquelle abgegebene Energie komplett im Verbraucher umgesetzt werden. Verluste im restlichen Stromkreis sind unerwünscht, aber leider auch unvermeidbar!

Glücklicherweise sind **Metalle sehr gute Leiter**, sodass in ihnen über kurze Strecken hinweg und bei geringen Stromstärken kein großer Energieverlust entsteht. In unserem Taschenlampenstromkreis geht in der Leitung durch Kabel, Schalter und Steckbrett praktisch keine Energie verloren.

Wie auch immer, auch metallene Leiter sind nicht komplett widerstandsfrei. Innerhalb des Metalls “reibt der Strom” – die Leitungselektronen “stoßen an die Atomrümpfe”. Wie stark diese Reibung ist, hängt einerseits von der Metallsorte ab, andererseits davon, wie dünn und wie lange das betreffende Metallkabel ist. Z.B. ist der Glühdraht im Glühlämpchen so dünn, dass er einen erheblichen Engpass für den elektrischen Strom darstellt. Nur deswegen wird dort so viel Energie freigesetzt.

In nicht-metallinen Leitern ist der Leitungswiderstand deutlich größer und es geht unterwegs mehr Energie verloren.

“Stromverbrauch” – definitiv der falsche Ausdruck! Als elektrischen Strom bezeichnen wir die kollektive Bewegung elektrisch geladener Teilchen. In den Metalldrähten unseres Taschenlampen-Stromkreises wird der Strom durch die Bewegung der Leitungselektronen ausgemacht. Diese Bewegung startet aber nicht bei der Batterie und endet auch nicht beim Lämpchen. Im ganzen Stromkreis fließt überall ein gleich starker Strom. Nirgendwo wird in diesem Sinne “Strom verbraucht”.

Der Alltagsbegriff “Stromverbrauch” ist also missverständlich. Für den Physikunterricht sollten wir ihn streichen resp. konsequent durch den treffenderen Ausdruck **Verbrauch von elektrischer Energie** ersetzen.

Verdeutlichung: Am negativen Pol der Batterie besitzen die Leitungselektronen mehr elektrische Energie als am positiven. Die Batterie selber (resp. der chemische Prozess in ihrem Innern) hat sie mit dieser Energie versorgt. Auf ihrem Weg durch den Stromkreis geben die Elektronen diese elektrische Energie ab – hauptsächlich beim Lämpchen.

Bei seriell geschalteten Spannungsquellen addieren sich die Spannungen: So nebenbei wollen wir mitnehmen, dass sich die Spannungen zweier hintereinander geschalteter Spannungsquellen zu einer Gesamtspannung aufaddieren. Am Batterieblock wird insgesamt eine Spannung von 3 V gemessen, wenn die beiden darin enthaltenen Batterien je eine Spannung von 1.5 V erzeugen.

Dem hintereinander Legen zweier Schaltelemente sagt man **Reihen-** oder **Serieschaltung**. Bei der Serieschaltung mehrerer Spannungsquellen ist die Gesamtspannung also die Summe der Einzelspannungen.

1.3 Elektrische Ladung – ein Ausflug in die Welt der Teilchen

Alle Materie, mit der wir es zu tun haben, ist aus **Atomen** aufgebaut. Diese wiederum enthalten lediglich drei Sorten von Teilchen: das **Elektron** e^- , das **Proton** p und das **Neutron** n .⁴ Protonen und Neutronen bilden gemeinsam die **Atomkerne**, währenddem die Elektronen die um einen Faktor 10 000 bis 100 000 größeren **Atomhüllen** ausmachen.

Elektrische Ladung ist eine **Eigenschaft dieser Materieteilchen** selbst: Jedes Proton trägt eine positive **Elementarladung** ($q_p = +e$). Man sagt, es ist **einfach positiv geladen**, während jedes Elektron **einfach negativ geladen** ist ($q_e = -e$). Neutronen tragen keine Ladung, sie sind **elektrisch neutral** ($q_n = 0$).

Die Elementarladung e

Sämtliche elektrischen Ladungsmengen, die wir antreffen, sind ganzzahlige Vielfache der Elementarladung e . Diese besitzt einen Wert von:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

auswendig lernen!

Anmerkungen zur elektrischen Ladung

- Die **elektrische Ladung** ist eine **physikalische Größe**, genau wie z.B. die Masse m oder die Geschwindigkeit v . Deshalb erhält sie zur Abkürzung ein eigenes Symbol, Q , und eine eigene SI-Grundeinheit, das **Coulomb** C.

Wenn wir von einzelnen Teilchen, z.B. von Elektronen sprechen, wird statt des großen Q 's in der Regel das kleine q als Symbol für die elektrische Ladung verwendet.

- Das Auftreten der Elementarladung, also einer kleinsten, nicht weiter teilbaren Ladungsmenge, ist recht erstaunlich und hat fundamentale Bedeutung. Entsprechend wichtig ist ihr Wert, den du **stets auswendig präsent** haben solltest.
- Zwischen zwei elektrischen Ladungen herrscht stets eine **Coulombkraft**: zwei Ladungen mit gleichem Ladungsvorzeichen stoßen sich gegenseitig ab, zwei Ladungen mit verschiedenem Ladungsvorzeichen ziehen sich an.

Das **Coulombgesetz** beschreibt, wie stark die Coulombkraft F_{el} zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 , die sich im Abstand r voneinander befinden:

$$F_{\text{el}} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \text{mit} \quad k = 8.988 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \quad (1.1)$$

Wegen der Proportionalität zu $\frac{1}{r^2}$ wird die Coulombkraft mit zunehmendem Ladungsabstand r rasch schwächer, besitzt aber im Prinzip dennoch eine unendliche Reichweite.

Auf dem Phänomen "Coulombkraft" basiert praktisch die gesamte Chemie: Elektronen werden durch die Coulombkraft an Atomkerne gebunden und mehrere Atome fügen sich aufgrund der Coulombkraft zu **chemischen Verbindungen** zusammen, also zu Stoffen mit neuen Eigenschaften.

Auch der elektrische Strom lässt sich sehr häufig auf die Coulombkraft zurückführen. Mehr dazu im nächsten Kapitel.

⁴Es gibt durchaus noch weitere Teilchen, vielleicht sogar solche, die wir noch gar nicht kennen. Was aber die Materie angeht, mit der wir es in der Regel so zu tun haben, so besteht sie zu über 99.999 % aus p , n und e^- .

1.4 Elektrisch geladene Körper und elektrische Pole

Die elektrische Ladung **makroskopischer** Gegenstände (= Gegenständen alltäglicher resp. sichtbarer Größenordnung) führen wir auf unterschiedliche Anzahlen von Protonen und Elektronen zurück. Dabei muss ein Körper nicht gleichmäßig geladen sein, sondern er kann Stellen unterschiedlicher Ladungsvorzeichen und -konzentrationen aufweisen:

Elektrisch geladene Körper

Ein **positiv** geladener Körper beinhaltet mehr Protonen als Elektronen.
Man spricht von einem **Elektronenmangel**.

Ein **negativ** geladener Körper beinhaltet mehr Elektronen als Protonen.
Man spricht von einem **Elektronenüberschuss**.

Ein elektrisch **neutraler** resp. **nicht geladener** Körper beinhaltet gleich viele Elektronen wie Protonen.

Elektrische Pole

Eine **positiv** geladene Stelle an einem Körper, also eine Stelle mit einem Elektronenmangel, bezeichnen wir als **positiven Pol**.

Umgekehrt ist ein **negativer Pol** eine Stelle mit einem Elektronenüberschuss, also mit negativer Ladung.

Gut zu wissen

- Eine **Spannungsquelle** ist ein gutes Beispiele für einen makroskopischen Körper mit elektrischen Polen. Sobald irgendwo durch Reibung statische Elektrizität vorhanden ist, hat man es ebenfalls mit elektrischen Polen zu tun.
- Makroskopische Körper können nicht beliebig stark geladen sein, denn:
 - Erstens wird es mit zunehmender Ladung an einem Ort immer aufwändiger, die **Ladungskonzentration** weiter zu erhöhen.
Sitzten beispielsweise viele Elektronen in einem kleinen Volumen, so ist das Hinzu-geben weiterer e^- in dieses Volumen schwierig, denn diese werden von der großen negativen Ladung der bereits vorhandenen e^- stark abgestoßen (Coulombkraft).
Auf diese Weise wird z.B. bei der **Influenzmaschine** (vgl. Abb. 1.5) die Erzeugung beliebig starker Ladungen verhindert.
 - Zweitens wird bei hohen Ladungskonzentrationen und nicht zu großem Abstand zum nächsten Körper die Luft zwischen diesen Körpern leitend und es findet ein Ladungsausgleich statt.
Dieses Phänomen kennst du bestens unter dem Namen **Blitz**.
Werden die beiden Pole der Influenzmaschine genügend nahe zueinander gebracht, so lässt sich dieser Blitz beobachten.

Gegenstände alltäglicher Größenordnung tragen niemals mehr als 10^{-6} C (= 1 Millionstel Coulomb). In Wolken können durch Reibungselektrizität aber durchaus Ladungsmengen in der Größenordnung ganzer Coulombs entstehen.

An diesen Beispielen erkennen wir, dass das **Coulomb** eine **enorm große Einheit** ist.

- Einzelne Atome und Moleküle (= Teilchen, die aus ein paar wenigen Atomen bestehen) nehmen je nach Zusammensetzung gerne ein bis drei Elektronen auf oder geben gerne ein bis drei Elektronen ab. Man spricht dann von einem geladenen Atom resp. Molekül und verwendet dafür den Oberbegriff **Ion**. Ein Ion ist also ein Teilchen atomarer Größenordnung, das ein bis drei positive oder negative Elementarladungen trägt.

Z.B. haben das Cl^- -Ion oder das OH^- -Ion je ein zusätzliches Elektron aufgenommen und sind deshalb einfach negativ geladen. Umgekehrt haben das H_3O^+ -Ion oder das Mg^{2+} -Ion ein resp. zwei Elektronen abgegeben und sind nun einfach resp. doppelt positiv geladen.

- Die **Erde** ist insgesamt eine mehr oder weniger elektrisch neutrale und leitende Kugel. Wegen ihrer Größe darf man sie als beinahe unendliches Ladungsreservoir ansehen.

Eine **Erdung**, also ein elektrisch leitender Kontakt mit dem Erdboden, neutralisiert einen geladenen Körper. Die Erde kann beliebig viele Elektronen aufnehmen oder abgeben.

Da wir Menschen in der Regel ebenfalls elektrisch neutral sind – wofür mitunter ein praktisch ständiger Kontakt mit der Erde sorgt – herrscht zwischen uns und der Erde normalerweise keine Spannung. Geerdete Gegenstände sind somit für uns elektrisch gefahrlos und Erdungen sind Schutzvorrichtungen. Das mittlere Steckdosenloch ist eine solche Erdung.

Über Erdungen lassen sich Stromkreise schließen, was z.B. beim Morseapparat oder bei Kuhdrähten ausgenutzt wird.

- Mit einer **Glimmlampe** (vgl. Abb. 1.5) lassen sich Ladungssorten voneinander unterscheiden. Lässt man den Ladungsausgleich zwischen zwei Körpern über die Glimmlampe ablaufen, so leuchtet sie auf der Seite auf, welche elektrisch negativer geladen war.

Ist die eine Seite mit einer Erdung, also mit eine elektrisch neutralen Ort verbunden, so sieht man auf diese Weise, ob die andere Seite positiv oder negativ geladen war.



Abbildung 1.5: Influenzmaschine und Glimmlampe.

1.5 Elektrischer Strom, Ladungsträger, Leiter und Isolatoren

Manche Stoffe – und zwar nicht nur Festkörper, sondern durchaus auch Flüssigkeiten und manchmal sogar Gase – leiten den elektrischen Strom, andere nicht. Weshalb? Worin unterscheiden sich denn leitende und nicht-leitende Stoffe? Um diese Frage zu beantworten, muss zuerst gesagt werden, was elektrischer Strom überhaupt ist:

Welche Vorstellung hat die Physik vom elektrischen Strom?

Elektrischer Strom ist die **kollektive Bewegung elektrischer Ladungsträger**, also von elektrisch geladenen Teilchen.

Diesen simplen Satz vor Augen wird nun klar, welche Bedingung ein Stoff auf der Ebene der Teilchen erfüllen muss, um elektrisch leitend zu sein!

Wann leitet ein Stoff den elektrischen Strom?

Ein Stoff **leitet** den elektrischen Strom genau dann, wenn es in ihm **frei bewegliche elektrische Ladungsträger** gibt. Man spricht von einem **elektrischen Leiter**.

Sind umgekehrt alle Ladungsträger an ihren Ort im Material gebunden oder besteht der Stoff überhaupt nur aus elektrisch neutralen Teilchen, so leitet er nicht und wir sprechen von einem **elektrischen Isolator**.

Leitungseigenschaften verschiedener Stoffe

In vielen **Metallen** gibt es etwa **1 Leitungselektron pro Atom**, welches sich frei im Material bewegen kann, solange die Lücke, die es hinterlässt durch ein anderes Leitungselektron aufgefüllt wird. Metalle sind daher sehr gute elektrische Leiter!

In **Flüssigkeiten** und **Gasen** müssen **Ionen**, also einzelne geladene Atome oder Atomverbände, vorhanden sein, wenn der Stoff leitend sein soll. Salzlösungen, Säuren und Basen leiten deshalb recht gut. Reines Wasser hingegen leitet sehr schlecht!

In **Isolatoren** gibt es **keine frei beweglichen Ladungsträger**. Alle geladenen Teilchen sind an ihren Ort gebunden. Die meisten Kunststoffe isolieren gut, ebenso Keramiken.

1.6 Wirkungen des elektrischen Stromes

Elektrischer Strom bedeutet Energietransport von einer Spannungsquelle an einen Verbraucher. Dort muss sie natürlich auch umgesetzt werden. Was für Energieumsetzungen sind das? Was kann man mit elektrischem Strom anstellen? Anders gefragt: Welche Wirkungen kann elektrischer Strom haben? An welchen Phänomenen lässt er sich erkennen? Hier die drei für den Alltag wichtigsten Antworten:

Die Wärmewirkung: Jeder Leiter setzt dem elektrischen Strom einen bestimmten Widerstand entgegen. Z.B. ist das Fließen der Elektronen im Innern eines Drahtes mit Reibung verbunden! Durch diese innere Reibung erwärmt sich der Leiter. Man spricht von der **Wärmewirkung des elektrischen Stromes** oder von der **Joule'schen Wärme**.⁵

Meistens ist die Wärmewirkung des Stromes eher unerwünscht, da sie einen Energieverlust bedeutet. Z.B. wäre es schön über Computer zu verfügen, die nicht heiß werden. Man bräuchte dann keine Kühlung. Im konventionellen Elektroherd, im Haarföhn, im Bügeleisen und in Glühlampen wird die Joule'sche Wärme hingegen bewusst genutzt.

⁵Seit 1911 kennt man ein Phänomen, bei welchem die Wärmewirkung eines Stroms komplett verschwindet, die **Supraleitung**. Werden bestimmte Leitermaterialien unter eine vom Material abhängige Sprungtemperatur abgekühlt, so fällt die Wärmewirkung des Stromes ganz weg und der Leiter ist total widerstandsfrei. Allerdings sind diese Sprungtemperaturen bei allen bekannten supraleitenden Materialien derart tief, dass eine technische Ausnutzung des Phänomens für den Alltag bis heute nicht in Betracht kommt.

Die elektromagnetische Wirkung: Elektrizität und Magnetismus sind eng miteinander verbunden. Im Laufe des 19. Jahrhunderts wurde dieser Zusammenhang theoretisch so weit entwickelt, dass Magnetismus seither nur noch als Teil der Elektrizitätslehre angesehen wird und nicht mehr als eigenständiges Gebiet der Physik gilt.⁶ Elektrische Ströme erzeugen und wechselwirken mit magnetischen Phänomenen. Wir sprechen von der **elektromagnetischen Wirkung des elektrischen Stromes**, abgekürzt: **em-Wirkung**.

Die Alltagsanwendungen des Elektromagnetismus sind zahlreich und für unsere Zivilisation von großer Bedeutung. Z.B. beruht die Funktionsweise aller **Elektromotoren** auf der em-Wirkung. Und dass in Kraftwerken Strom erzeugt werden und über Hochspannungsleitungen zu uns in die Haushalte geliefert werden kann, geht ebenfalls auf die em-Wirkung zurück. Sowohl **Generatoren**, als auch **Transformatoren** bedienen sich der em-Wirkung. Sie bilden das Rückgrat unserer modernen, elektrifizierten Gesellschaft!

Eine der einfachsten Anwendung der em-Wirkung ist der **Elektromagnet**. Durch mehrfache Wicklung eines Drahtes zu einer **Spule** wird die em-Wirkung des Stromes verstärkt. Ebenso durch einen Eisenkern im Inneren der Spule. Das Tolle am Elektromagneten ist, dass er sich durch Knopfdruck ein- und ausschalten lässt.

Die chemische Wirkung: Chemische Reaktionen sind Umplatzierungen von Elektronen auf der Größenordnung von Atomen. Diese Umplatzierungen sind mit einem Umsatz an elektrischer Energie verbunden, welche man in diesem Zusammenhang häufig als chemische Energie bezeichnet. Das Fließen eines Stromes hat ebenfalls mit einem Umsatz an elektrischer Energie zu tun. Ladungsträger bewegen sich, weil sie dabei elektrische Energie abgeben können. Es erstaunt daher nicht, dass elektrischer Strom mit chemischen Reaktionen einhergehen kann. Strom kann eine **chemische Wirkung** zeigen.

Typische Beispiele dafür sind die **Elektrolyse** – die Aufspaltung von Wasser in Sauerstoff und Wasserstoff – aber auch die herkömmliche **Batterie**, bei deren Betrieb umgekehrt das Ablaufen einer chemischen Reaktion den Strom hervorruft. Beim Aufladen eines Akkus lässt dann der Strom den chemischen Prozess in die Gegenrichtung ablaufen.

Im Alltag bemerken und verwenden wir vor allem die Wärme- und die em-Wirkung. Die chemische Wirkung ist – mit Ausnahme von Batterien – weniger präsent.⁷

Die wichtigsten Auswirkungen des elektrischen Stromes

- **Joule'sche resp. Wärmewirkung**

Der elektrische Strom erwärmt den Leiter, in welchem er fließt.

- **Elektromagnetische resp. em-Wirkung**

Elektrischer Strom zeigt magnetische Wirkungen und wird umgekehrt durch Magnetismus beeinflusst.

- **Chemische Wirkung**

Elektrischer Strom kann chemische Reaktionen hervorrufen und umgekehrt selber durch solche Reaktionen erzeugt werden.

⁶In diesem Physik-Skript widmet sich der gesamte zweite Teil dem **Elektromagnetismus**.

⁷Im Grunde genommen sind alle Wirkungen des elektrischen Stromes elektromagnetisch. Die vorliegende Aufzählung ist lediglich ein Versuch die verschiedenen Wirkungen etwas zu gliedern, sodass wir einfach darüber reden können.

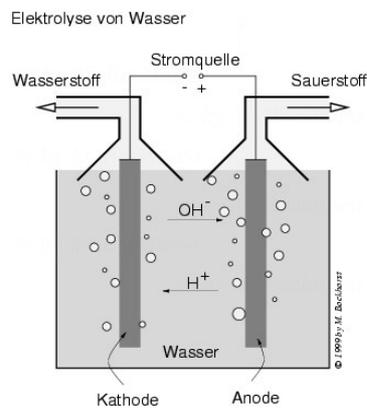
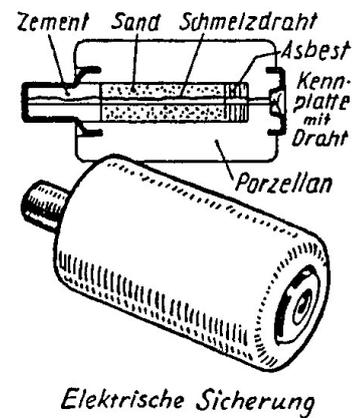
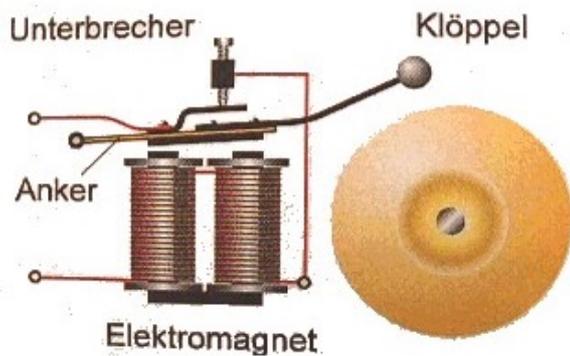


Abbildung 1.6: Verschiedene Wirkungen des elektrischen Stroms:
 Die Joule'sche Wärme (Wärmewirkung) wird z.B. beim Bügeleisen, der Glühlampe, aber auch bei der Schmelzdrahtsicherung ausgenutzt.
 Die em-Wirkung wird bei Elektromagneten, aber auch bei Hausklingeln oder – ganz wichtig – in Elektromotoren ausgenutzt, z.B. auch im Staubsauger.
 Bei der Elektrolyse von Wasser werden die H₂O-Moleküle in Wasserstoff und Sauerstoff aufgespaltet (chemische Wirkung).

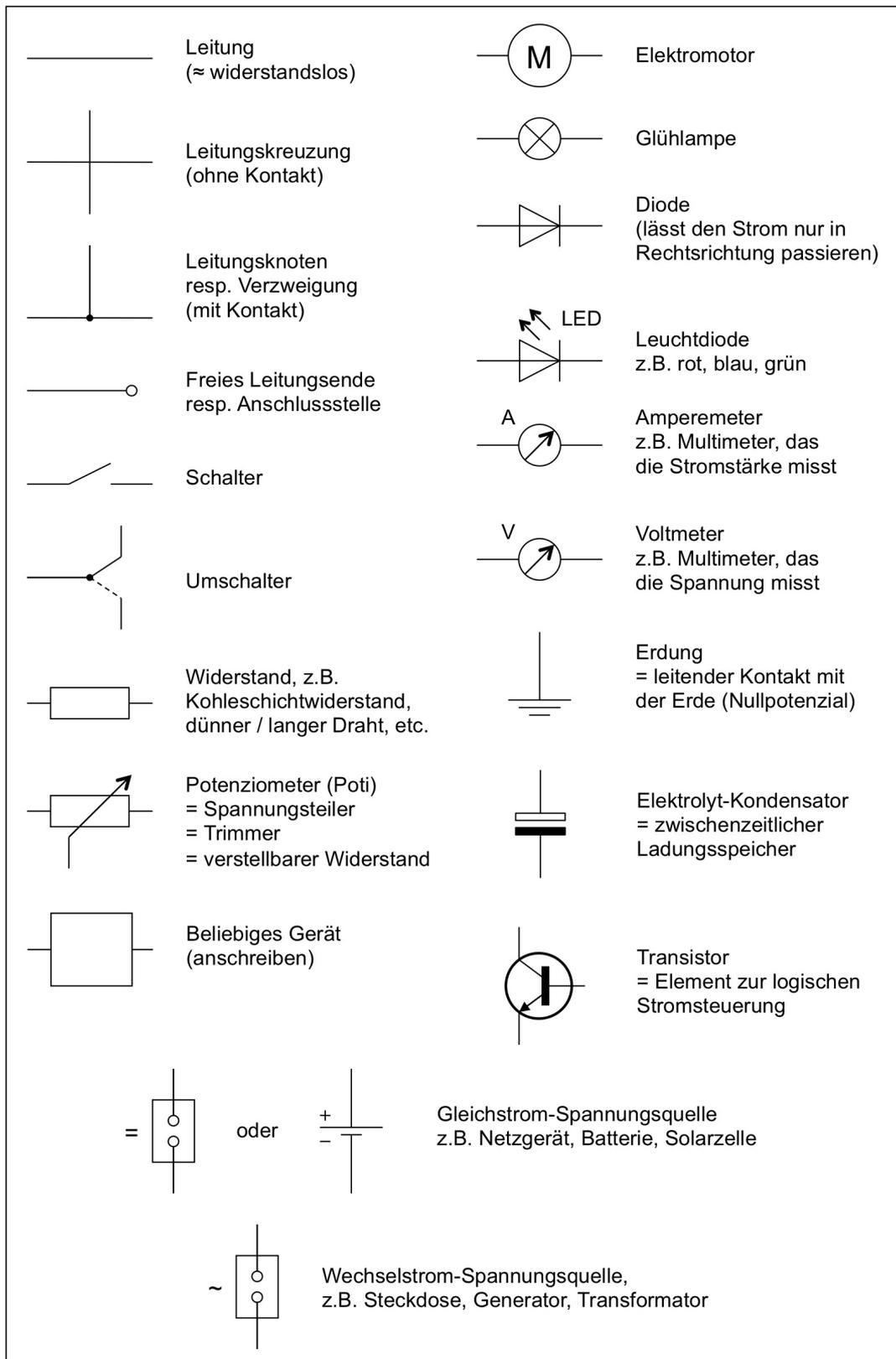


Abbildung 1.7: Eine Auswahl verschiedener Schaltsymbole und ihrer Bedeutungen.

Kapitel 2

Elektrische Spannung und elektrische Stromstärke

“Für das Fließen eines elektrischen Stromes ist eine Spannungsquelle notwendig.” Dieser Aussage aus dem Kapitel 1 soll nun genauer auf den Grund gegangen werden. Was ist denn eine **elektrische Spannung** überhaupt? In diesem Kapitel lernen wir diesen ganz zentralen Begriff der Elektrizitätslehre kennen. So erfährst du z.B.:

- **Repetition:** Die Spannung zwischen den beiden **Polen einer Spannungsquelle** ist anschaulich darauf zurückzuführen, dass diese Pole unterschiedliche elektrische Ladungen tragen. In den meisten von uns betrachteten Fällen, z.B. bei einer Batterie oder einem Gleichstrom-Netzgerät, herrscht am einen Pol ein Elektronenüberschuss (= negativer Pol) und am anderen ein Elektronenmangel (= positiver Pol).
- Muss **Arbeit** resp. **Energie** aufgewendet werden, um eine elektrische Ladung von einem Ort A zu einem Ort B zu bewegen, so herrscht zwischen diesen beiden Orten eine elektrische Spannung. Z.B. braucht es Energie, um die Pole einer Batterie aufzubauen, um also Elektronen vom positiven zum negativen Pol zu bewegen und somit die Ladungstrennung zu bewirken. “Energieförderer” ist der chemische Prozess im Batterieinnern.

Tatsächlich bildet diese Aussage die Grundlage zur eigentlichen Definition der Spannung: **Die elektrische Spannung U zwischen zwei Orten ist gegeben durch den für die Verschiebung der Ladungsmenge Q benötigten Energieumsatz ΔE :**

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \quad \text{“Spannung ist Energieumsatz pro Ladung.”}$$

- Umgekehrt wird die Energiemenge ΔE freigesetzt, wenn sich die Ladung Q von B nach A bewegt:

$$\Delta E = U \cdot Q$$

Auf diese Weise erklären wir die Freisetzung von Energie beim Fließen eines elektrischen Stromes: Die Ladungsträger (meistens Elektronen) bewegen sich von dem für sie energetisch höher liegenden zum energetisch tiefer liegenden Pol der Spannungsquelle.

Im zweiten Teil des Kapitels richtet sich dann der Fokus auf die **elektrische Stromstärke I** . Damit beschreiben wir, wie viel Ladung sich gerade durch einen Leiter bewegt, wie stark also das Fließen resp. die Bewegung der elektrischen Ladung ist.

Beide Größen, elektrische Spannung U und elektrische Stromstärke I sind äusserst wichtige und zentrale Größen der Elektrizitätslehre. Versuche von Anfang an ein genaues Verständnis dafür zu entwickeln!

2.1 Lernziele zum Kapitel 2

- Ich weiß, dass eine **Ladungstrennung** einen **Energieaufwand** bedeutet, der aber wieder frei wird, wenn die Ladungen wieder zusammen gebracht werden.
- Ich kann begründen, warum die Bewegung einer elektrischen Ladung vom einen Pol einer Spannungsquelle zum anderen mit einem **Umsatz ΔE** an **elektrischer Energie** verbunden ist. In diesem Zusammenhang kenne ich die Begriffe **Verschiebungsarbeit** und **Energiefreisetzung** resp. **Energieumsatz**.
- Ich kenne die **Definitionen von elektrischer Spannung und elektrischer Stromstärke** durch die Gleichungen (2.1) und (2.3) **auswendig** und kann sie in Berechnungen einzeln oder kombiniert anwenden. Ebenso kann ich damit erklären, was unter den beiden zugehörigen **SI-Grundeinheiten Volt V** und **Ampere A** zu verstehen ist.
- In **Serieschaltungen** entspricht die Gesamtspannung der Summe der Teilspannungen. Diese Gleichung verwende ich bei Rechnungen in derartigen Schaltung als zusätzlichen quantitativen Zusammenhang.
- Das Verständnis zur elektrischen Spannung kann ich am Beispiel von **Spannungsquellen** wie Batterien, Netzgeräten und Steckdosen erläutern.
- Ich kann erklären, warum das Vorhandensein einer elektrischen Spannung eine **notwendige Bedingung für das Fließen eines elektrischen Stromes** ist.
- Ich weiß, dass die **elektrische Stromstärke in einem nicht-verzweigten Stromkreis überall gleich groß** ist. In diesem Zusammenhang ist mir bewusst, dass der Alltagsausdruck **“Stromverbrauch”** physikalisch gesehen falsch ist und richtigerweise vom **“Verbrauch der elektrischen Energie”** die Rede sein müsste.
- Ich weiß, dass der **technische Strom** per Definition stets in die Richtung fließt, die ein frei beweglicher, positiver Ladungsträger nehmen würde. Ich verwechsle diese Stromrichtung nicht mit der Richtung des **Elektronenstroms** in einem metallenen Leiter, der genau in die entgegengesetzte Richtung fließt.
- Ich bin der Lage, mit einem **Multimeter** sowohl **Spannungs-**, als auch **Stromstärkemessungen** vorzunehmen. Ich weiß, dass ich dabei stets mit der größten Messbereichseinstellung beginnen muss.
- Ich kenne zwei Typen von Spannungsquellen: **Gleichspannungsquellen**, z.B. Batterien, geben fixe Pole mit normalerweise konstantem Spannungswert vor. Bei **Wechselspannungsquellen**, z.B. Steckdosen, wechselt die Polung regelmäßig.
- Ich kenne die Eckdaten der **Schweizerischen Stromversorgung (Steckdosen)**: sinusförmiger Wechselstrom mit einer **Netzspannung** von 230 V (= mittlerer Spannungsbetrag) und einer **Netzfrequenz** von 50 Hz.
- Ich kann über die Anschlüsse in einer **normalen Steckdose** Auskunft geben. Ich weiß, was der **Polleiter (Phase)**, der **Neutralleiter** und der **Schutzleiter (Erdung)** sind und welche dieser Buchsen lebensgefährlich ist. Zudem bin ich mit Hilfe eines **Phasenprüfers** in der Lage, die Polung einer Steckdose zu überprüfen.

2.2 Elektrische Verschiebungsarbeit und Spannungsdefinition

Zwischen elektrischen Ladungen wirken Coulombkräfte: eine negative Ladung wird von anderen negativen Ladungen abgestoßen und umgekehrt von positiven Ladungen angezogen. Dies führt bei der Bewegung von Ladungen zu **Energieumsätzen** ΔE , wie wir nun in wenigen Gedankenschritten anhand von Abb. 2.1 sehen werden.

Am Ende dieser Betrachtungen steht die enorm wichtige **Definition der elektrischen Spannung** U . Versuche deshalb die folgenden Ausführungen ganz genau und Punkt für Punkt zu verstehen!

Erläuterungen und weiterführende Überlegungen zur Abb. 2.1

Situation: Zwischen einer negativ geladenen Platte links und einer positiv geladenen Platte rechts befindet sich ein positiv geladenes, kleines Kügelchen mit **Ladung** Q .¹

Elektrische Kraft: Aufgrund der Coulombkräfte wird das Kügelchen von der rechten Platte abgestoßen und von der linken Platte angezogen. Insgesamt entsteht so eine **elektrische Kraft** F_{el} nach links.

Wichtig: Die Coulombkräfte, welche die Ladung Q von den beiden Platten erfährt, sind proportional zu Q selber – Repetition: Die Coulombkraft, welche die Ladung Q von einer zweiten Ladung Q_2 erfährt, beträgt:

$$F_{\text{el}} = k \cdot \frac{Q \cdot Q_2}{r^2} \quad (\sim Q!)$$

Das bedeutet, je größer Q , umso stärker ist F_{el} :

$$F_{\text{el}} \sim Q$$

Verschiebungsarbeit/Energieumsatz: Soll das Kügelchen nach rechts verschoben werden, so verläuft diese Verschiebung entgegengesetzt zur Richtung der Kraft F_{el} . Die Bewegung der Ladung vom Ort A zum Ort B ist also nicht "gratis"! Sie erfordert einen **Energieaufwand** oder **-umsatz** ΔE , der in diesem Zusammenhang auch als die am Kügelchen verrichtete **Verschiebungsarbeit** bezeichnet wird.

Je stärker F_{el} ist, umso größer wird ΔE sein, denn bei einer stärkeren Kraft F_{el} ist die Verschiebung von A nach B ja logischerweise strenger resp. aufwändiger! Und da F_{el} proportional zu Q ist, muss dies auch für ΔE gelten:

$$\Delta E \sim Q$$

Proportionalität → **Gleichung:** Die Proportionalität zweier Größen x und y lässt sich mathematisch stets in eine einfache Gleichung fassen:

$$y \sim x \quad \Rightarrow \quad y = m \cdot x \quad \text{mit} \quad m = \frac{y}{x} = \text{konst.}$$

Dabei ist m eine sogenannte **Proportionalitätskonstante**, also ein konstanter Wert, der durch Multiplikation den y -Wert zu einem bestimmten x liefert.

¹Im Vergleich zu den Ladungen der beiden Platten soll die Ladung Q sehr klein sein!

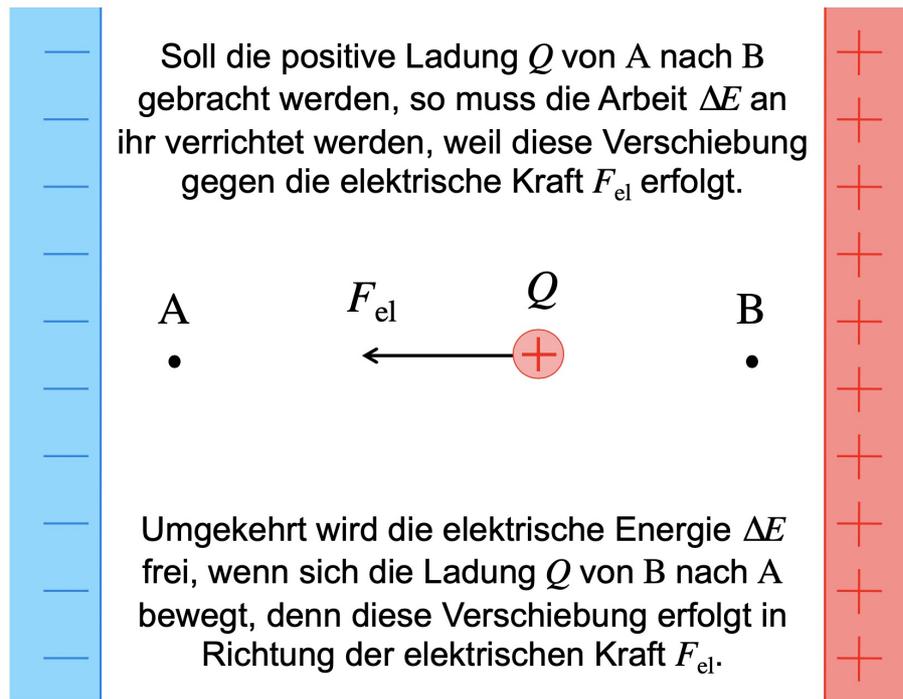


Abbildung 2.1: Arbeitsaufwand und Energiefreisetzung bei einer Ladungsverschiebung.

Spannungsdefinition: Wie wir eben gesehen haben, sind bei der Verschiebung des Kugelchens vom Ort A zum Ort B der Energieumsatz ΔE und die Ladung Q des Kugelchens proportional zueinander. Daher gibt es eine Proportionalitätskonstante U , mit der man schreiben kann:

$$\Delta E \sim Q \quad \Rightarrow \quad \Delta E = U \cdot Q \quad \text{mit} \quad U = \frac{\Delta E}{Q} = \text{konst.}$$

Die Konstante $U = \frac{\Delta E}{Q}$ beschreibt den **Energieumsatz pro Ladungsmenge**, welche von A nach B verschoben wird. Sie hängt wegen der Proportionalität von ΔE und Q selber nicht mehr von der effektiv verschobenen Ladungsmenge Q ab, sondern beschreibt einen allgemeinen **“elektrisch-energetischen Unterschied”** zwischen den beiden Orten A und B. Wir bezeichnen diese Angabe als die zwischen A und B herrschende **elektrische Spannung U** .

Definition der elektrischen Spannung

Wird bei der Verschiebung der elektrischen Ladung Q vom Ort A zum Ort B die elektrische Energie ΔE umgesetzt, so ist die **elektrische Spannung U** zwischen diesen beiden Orten gegeben durch:

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \quad (2.1)$$

Merke: “Elektrische Spannung = Energieumsatz pro Ladung.”

Anmerkungen zur Spannungsdefinition

- Die **SI-Einheit** der elektrischen Spannung heißt **Volt** V. Aus (2.1) folgt:

$$[U] = \frac{[\Delta E]}{[Q]} = \frac{\text{J}}{\text{C}} =: \text{Volt} = \text{V} \quad \text{“1 V} = 1 \text{ J Energie pro 1 C Ladung.”}$$

Der Name “Volt” geht auf den italienischen Physiker **Alessandro Volta** (vgl. Abb. 2.2) zurück.² Er war der Erfinder der ersten Batterie, also der ersten stabilen Spannungsquelle, und hat dadurch ganz entscheidend zum Beginn des Zeitalters der Elektrizität beigetragen.

- “Elektrische Energie = gespeicherte Verschiebungsarbeit”**

In Abb. 2.1 wurde zuerst die positive Ladung Q vom Ort A zum Ort B verschoben. Dafür war ein Arbeitsaufwand notwendig, weil diese Verschiebung gegen die elektrische Kraft F_{el} erfolgte.

Der für diese Verschiebung aufgebrauchte Energieumsatz ΔE ist aber keineswegs verloren. Vielmehr ist diese Energiemenge in der **Lage** der Ladung Q am Ort B gespeichert. Wir sagen: am Ort B besitzt die Ladung Q mehr **elektrische Energie** als am Ort A.

Die elektrische Energie einer Ladung hängt also von deren Aufenthaltsort ab. Sie ist, wie gerade geschildert, eine **Energie der Lage**, also eine Form von **potenzieller Energie**.³

- Berechnung von Energieumsätzen**

Bei jeder Bewegung einer Ladung Q vom Ort A zum Ort B, zwischen welchen die Spannung U herrscht, wird die Energiemenge ΔE umgesetzt, d.h. von der Ladung aufgenommen oder abgegeben. Es gilt die Umformung von (2.1):

$$\Delta E = U \cdot Q \quad \text{“Energieumsatz} = \text{Spannung mal Ladung”} \quad (2.2)$$

- Beispiel einer Spannung:** Bei einer 9 V-Batterie stehen die 9 V für die elektrische Spannung zwischen den beiden Batteriepolen. Konkret bedeutet dieser Wert:

Pro Coulomb Ladung, welche sich beim Fließen eines elektrischen Stromes vom einen zum anderen Batteriepol bewegt, wird eine Energie von 9 J freigesetzt.

Andersrum: Möchte ich die 9 V-Batterie aufladen, so muss pro Coulomb Ladung, das anschließend für den Strom zur Verfügung stehen soll, eine Energie von 9 J zugeführt werden.

- Man bemerke:** Eine Spannung wird immer **zwischen zwei Orten** angegeben! Das muss so sein, denn sie bezieht sich gemäß ihrer Definition immer auf den Energieumsatz bei einer Ladungsverschiebung vom einen zum andern Ort.

Man kann also nicht sagen: “Die Spannung an der Stelle A beträgt 3 V.” **Diese Aussage ergibt so keinen Sinn, weil sie sich nur auf einen einzigen Ort bezieht!**

²Voltas vollständiger Name lautete: **Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Graf von Volta**.

³Du kennst nun also bereits zwei Arten von Lage- oder eben potenziellen Energien, nämlich erstens die **gravitative** und zweitens die **elektrische** potenzielle Energie.

Bei der gravitativen potenziellen Energie geht es um Massen. Deren Verschiebung ist immer dann mit einem Energieumsatz verbunden, wenn sie mit oder gegen die Gewichtskraft erfolgt.

Und neu gibt es nun eben auch die elektrische potenzielle Energie, bei der Energieumsatz mit Ladungsverschiebungen mit oder gegen die elektrische Kraft F_{el} einhergehen.

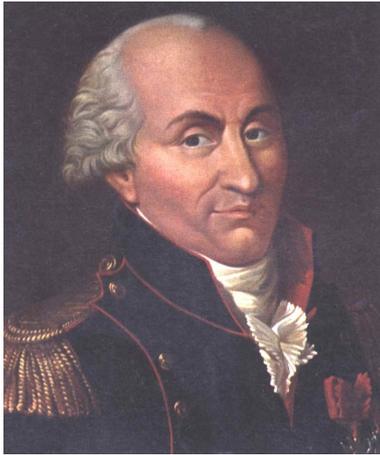


Abbildung 2.2: Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806), Alessandro Volta (1745 – 1827). Nebenbei: Auf Voltas Bild sieht man im Hintergrund rechts ein seltsam anmutendes, stapelartiges Objekt. Dies ist eine **Volta'sche Säule**, also eben eine dieser ersten brauchbaren Batterien! Rechts wird dieses historische Objekt noch etwas größer und als Fotografie gezeigt.

2.3 “Spannung als Ursache für den elektrischen Strom”

Nochmals zu Abb. 2.1: Zwischen A und B besteht eine elektrische Spannung U , weil die Verschiebung der Ladung Q von A nach B eine Verschiebungsarbeit erfordert. Dies wiederum ist nur der Fall, weil die Ladung Q im Gebiet zwischen den beiden geladenen Platten eine elektrische Kraft F_{el} erfährt. Das Bestehen einer elektrischen Spannung U ist also an das Vorhandensein von elektrischen Kräften F_{el} geknüpft.

Die Spannung U zwischen A und B wiederum macht eine Aussage über den elektrischen Energieumsatz ΔE , der stattfindet, wenn eine Ladung von A nach B oder in die Gegenrichtung verschoben wird:

$$\Delta E = U \cdot Q$$

In Abb. 2.1 muss Verschiebungsarbeit am Kügelchen verrichtet werden, wenn man es von A nach B bewegt, und umgekehrt wird **elektrische Energie** frei, wenn das Kügelchen von B nach A verschoben wird.

Und was macht das Kügelchen von sich aus, wenn man es nicht festhält und keine Hindernisse im Weg stehen?

Aufgrund von F_{el} wird es sich ganz bestimmt in Richtung von A bewegen. Energetisch betrachtet strebt das Kügelchen also offenbar danach seine elektrische Energie abzugeben. Ganz allgemein gilt: Elektrische Ladungen streben danach ihre elektrische Energie zu verringern.⁴

Genau dieser Unterschied an elektrischer Energie hat aber eben mit der elektrischen Spannung zwischen den beiden Orten A und B zu tun!

Fassen wir zusammen: Die Spannung U geht mit dem Vorhandensein der elektrischen Kraft F_{el} einher und kann daher ebenso gut wie die Kraft selber als Ursache für die Ladungsbewegung, also für den elektrischen Strom aufgefasst werden!

⁴Vergleiche dazu: “Weshalb fällt ein Stein herunter, wenn man ihn loslässt?” Erstens, weil er durch die Gewichtskraft von der Erde angezogen wird. Eine zweite, ebenso gute Begründung lautet, dass er beim Fallen potenzielle Energie abgeben kann. Massen streben nach Zuständen möglichst geringer potenzieller Energie!

Zwei äquivalente Aussagen zur Ursache von Ladungsbewegungen (Strom)

Eine elektrische Ladung wird vom Ort B in Richtung von Ort A bewegt, weil sie . . .

1. im Gebiet zwischen A und B eine elektrische Kraft F_{el} in Richtung A erfährt,
2. auf dem Weg von B nach A elektrische Energie abgeben kann.

Grund dafür ist die zwischen A und B vorhandene elektrische Spannung U .

“Die Ursache jedes elektrischen Stromes ist eine elektrische Spannung zwischen zwei Orten. Durch das Strömen vom einen zum anderen Ort können die Ladungsträger ihre elektrische Energie abgeben, was wir als eigentliche Ursache der Ladungsbewegung, also des Stromes ansehen.”

Damit werden wir weiterarbeiten. Ladungsbewegungen durch Coulombkräfte zu begründen, wie wir das z.B. im Abschnitt 2.2 zwischendurch gemacht haben, wird ab jetzt sekundär.⁵

2.4 Die Definition der elektrischen Stromstärke

Elektrischer Strom besteht aus sich bewegenden Ladungsträgern, wie z.B. Leitungselektronen in Metallen. An jedem beliebigen Ort in einem Leiter können wir die dort vorbeikommenden Teilchen resp. ihre Ladungen zählen. Die Angabe der “vorbei geströmten Ladungsmenge Q pro Zeitabschnitt Δt ” nennen wir die **elektrische Stromstärke I** (vgl. Abb. 2.3).

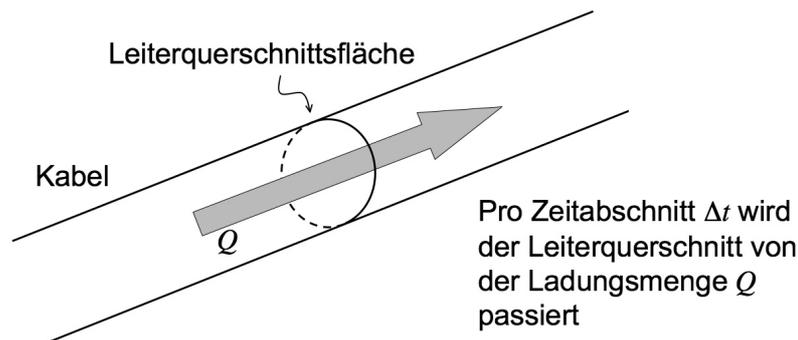


Abbildung 2.3: Vorstellung und Definition der Stromstärke.

Definition der elektrischen Stromstärke

Fließt in einem Leiter ein elektrischer Strom, so wird seine **elektrische Stromstärke I** definiert als die Ladungsmenge Q , welche pro Zeitabschnitt Δt eine Leiterquerschnittsfläche passiert:

$$I := \frac{Q}{\Delta t} \quad (2.3)$$

“Stromstärke = Ladung pro Zeit.”

⁵Nebenbei: Die **Minimierung der elektrischen Energie** erklärt auch die Existenz **chemischer Bindungen**. Die Elektronen der beteiligten Atome sind in der Verbindung einfach energetisch günstiger positioniert, als wenn die Atome separiert sind. Bei **exothermen** chemischen Reaktionen wird Energie frei, weil sich dabei Elektronen so umpositionieren, dass sie weniger elektrische Energie besitzen. Man sagt: “Die Lage der Elektronen in der neuen Verbindung ist energetisch günstiger.”

Bemerkungen zur elektrischen Stromstärke

- Die SI-Einheit zur elektrischen Stromstärke erhält wiederum einen eigenen Namen:

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{C}{s} = \text{Ampere} = A$$

Das **Ampere A** ist eine der 7 **Basiseinheiten** des SI. Es wurde lange Zeit über die em-Wirkung des Stromes definiert, wie wir im Teil II des Skripts (Elektromagnetismus) erfahren werden.

- Ein Beispiel:** Fließt in einem Draht ein elektrischer Strom der Stärke 0.5 A , so kommt pro Sekunde an jeder Stelle des Drahtes eine Ladungsmenge von 0.5 C in Form von Leitungselektronen vorbei. Wir können daraus z.B. folgern, wie viele Elektronen N pro Sekunde an jeder Stelle des Drahtes vorbei driften – eine nicht ganz kleine Zahl:

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{0.5\text{ C}}{1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C}} = 3.1 \cdot 10^{18}$$

- “In einem nicht-verzweigten Stromkreis herrscht überall dieselbe Stromstärke.”**

Überlegung: Würde an zwei Stellen ein- und desselben Drahtes eine unterschiedliche Stromstärke gemessen, so müsste sich in jeder Sekunde im Drahtstück zwischen diesen beiden Stellen die negative Ladungsmenge vergrößern oder verkleinern. Folge davon wäre die Ausbildung eines makroskopisch erfassbaren elektrischen Poles, also eines Elektronenüberschusses oder -mangels. Dies wird allerdings nicht beobachtet. Ein stromdurchflossener Leiter bleibt an allen Stellen elektrisch neutral.⁶

Die Geschichte von der Stromrichtung – der technische Strom I

In Metallkabeln sind es, wie wir bereits wissen, die frei beweglichen **Leitungselektronen**, welche den Stromfluss ausmachen. Diese “Art von Strom” treffen wir im Alltag, aber auch im Physikunterricht mit Abstand am häufigsten an.

Elektrischer Strom wurde allerdings untersucht, lange bevor man eine Ahnung von Elektronen hatte. D.h., man wusste lange Zeit nicht, was denn da genau strömt – nur dass es sich dabei um elektrische Ladung handeln sollte. Aufgrund der damals bekannten Phänomene konnte nicht ermittelt werden, ob sich beim Strom durch ein Metallkabel positive Ladungen vom positiven zum negativen Pol, oder umgekehrt negative Ladungen in die Gegenrichtung bewegen. Trotzdem wollte man dem elektrischen Strom I eine Richtung zuweisen und so hat man definiert, dass diese sogenannte **technische Stromrichtung** stets die Richtung ist, in welche sich eine positive Ladung bewegen würde. Der technische Strom führt also stets vom positiven zum negativen Pol einer Spannungsquelle!

Auch als man schließlich erkannte, dass es bei der Metallleitung negativ geladene Teilchen sind, die sich bewegen, hat man diese Stromrichtungsdefinition beibehalten.⁷

⁶Man könnte natürlich die Hypothese aufstellen, dass es im Draht eine Stelle gibt, an welcher elektrische Ladung erzeugt oder vernichtet wird. Eine solche Hypothese widerspricht allerdings allen Messungen und dem theoretischen Grundprinzip der **Erhaltung der elektrischen Ladung**: Die Summe über alle elektrischen Ladungen bleibt in einem elektrisch abgeschlossenen System erhalten.

⁷Das mag man nun reichlich komisch finden, aber so daneben ist es gar nicht. Neben der **Elektronenleitung** in Metallen gibt es ja durchaus noch andere Arten, wie ein elektrischer Strom geleitet werden kann. Z.B. sind es bei der **Ionenleitung** in Salzlösungen mitunter auch positive geladene Teilchen, die sich bewegen. Es wäre also genauso willkürlich, die Stromrichtung vom negativen zum positiven Pol einer Spannungsquelle zeigen zu lassen.

In Metallkabeln unterscheiden wir folglich zwischen dem **technischen Strom I** – ein rein theoretisches Konstrukt – und dem tatsächlich vorhandenen **Elektronenstrom**. Ersterer führt vom positiven zum negativen Pol einer Spannungsquelle, letzterer gerade in die Gegenrichtung. In Schaltschemata zeichnen wir in der Regel die Richtung des technischen Stromes ein.

Technischer Strom und Elektronenstrom

Die Richtung des (technischen) Stromes I ist stets die Richtung, in die sich positive Ladungsträger bewegen würden. Der technische Strom führt also stets vom positiven zum negativen Pol einer Spannungsquelle und wird in Gleichstromkreis-Schemata so eingezeichnet.

*Andererseits spricht man in metallischen Leitern vom **Elektronenstrom**. Damit meint man die Elektronenfließrichtung, welche stets entgegengesetzt zum technischen Strom verläuft.*

Kommt in einem Text der Ausdruck “Stromrichtung” ohne weitere Erläuterung vor, so ist damit stets die Richtung des technischen Stromes gemeint, ansonsten müsste explizit vom Elektronenstrom die Rede sein.

2.5 Spannungsquellen, Gleich- und Wechselstrom

Batterien, also **elektrochemische Spannungsquellen**, geben ihre beiden Pole und die dazwischen herrschende Spannung fix vor.⁸ Etablieren wir einen Stromkreis mit einer Batterie als Spannungsquelle, so wird aufgrund dieser fest vorgegebenen Polung der elektrische Strom stets in die gleiche Richtung fließen. Wir sprechen deshalb von **Gleichstrom** und bezeichnen Batterien als **Gleichspannungsquellen**.

Steckdosen hingegen sind **Wechselspannungsquellen**. Treibt eine Steckdose den Stromkreis an, so wechselt der elektrische Strom darin pro Sekunde 100mal seine Richtung. Die Elektronen fließen 50mal pro Sekunde in die eine und 50mal pro Sekunde in die entgegengesetzte Richtung. Wir sprechen von einem **Wechselstrom** mit einer für unsere Netzversorgung charakteristischen Wechselfrequenz von 50 Hz (Hertz).

Grund für den Wechselstrom ist die Art, wie unsere Netzspannung erzeugt wird, nämlich durch **Generatoren**. Dies sind Maschinen, in welchen die kinetische Energie einer Drehbewegung in elektrische Energie umgewandelt wird. Sie funktionieren elektromagnetisch. Im zweiten Teil dieses Skripts werden wir darauf zu sprechen kommen.

Die drei Buchsen einer Schweizerischen Steckdose (vgl. Abb. 2.4)

- Eine der beiden äußeren Buchsen einer Steckdose wird **Polleiter**, **Phasenleiter** oder einfach **Phase** genannt. Die Phase gibt die aktuelle Polung vor. Ein direkter Kontakt mit ihr ist für uns Menschen **lebensgefährlich!**
- Die andere äußere Buchse heißt **Neutralleiter**. Sie ist **geerdet**, steht also in direktem Kontakt mit dem Ladungsreservoir “Erde”. Damit ist sie stets **elektrisch neutral** und ist deshalb für uns **ungefährlich**.

⁸Der Spannungswert einer Batterie wird durch die elektrochemischen Prozesse in der Batterie definiert.

- Der **Schutzleiter** in der Mitte ist ebenfalls eine direkte **Erdung**, welche im angeschlossenen Gerät in der Regel mit dem Gehäuse verbunden wird, um allfällige Fehlströme bei Defekten abzuleiten. Im Prinzip bräuchte es in einer Steckdose zum Betrieb von Geräten nur den Pol- und den Neutralleiter. Diese beiden Buchsen sind an die Wechselpolung des Elektrizitätswerks angeschlossen. Der Schutzleiter ist eine reine Sicherheitsvorkehrung. So gibt es denn auch diverse Geräte, die nur mit einem Eurostecker und nicht mit einem Stecker des Typs J ausgestattet sind (vgl. Abb. 2.4).

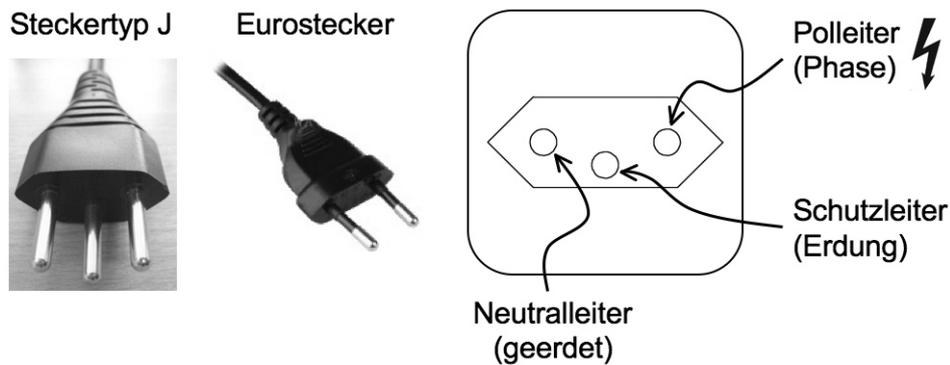


Abbildung 2.4: Die in der Schweiz üblichen Steckdosen sind für den Steckertyp J konstruiert. Auch sogenannte Eurostecker passen in unsere Steckdosen.

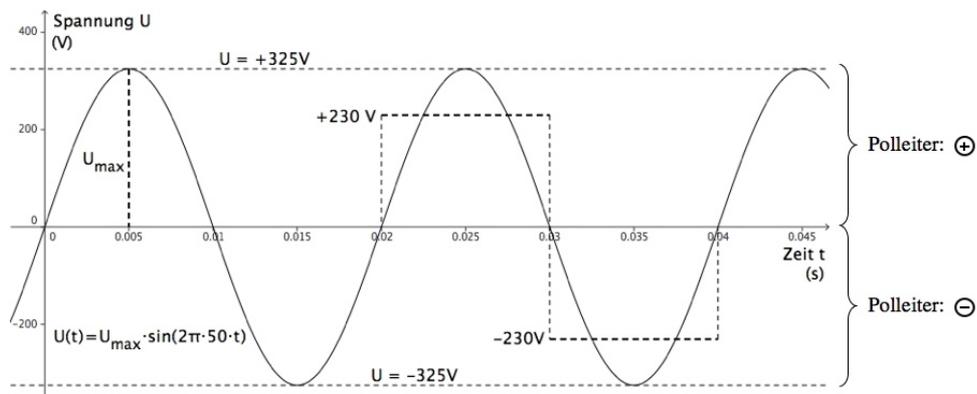


Abbildung 2.5: Der zeitliche Verlauf der Spannung zwischen dem Pol- und dem Neutralleiter bei einer 230 V-Steckdose. Es handelt sich um eine sinusförmige Wechselspannung.

Zwischen Pol- und Neutralleiter besteht eine **sinusförmige Wechselspannung**, deren Amplitude $U_{\max} = 325 \text{ V}$ beträgt. Als Mittelwert des Spannungsbetrages ergeben sich 230 V . Mit diesem Mittelwert lassen sich viele Berechnungen zu Wechselströmen genau gleich wie bei Gleichströmen durchführen – es geht dann einfach stets um Mittelwerte. Die Momentanwerte variieren ununterbrochen.

Die meisten Geräte arbeiten problemlos mit Wechselspannung und wo es nötig ist, kommen sogenannte **Gleichrichter** zum Einsatz. Außerdem ist die in den Generatoren der Kraftwerke erzeugte Wechselspannung für unsere Stromversorgung sehr praktisch. Die Überlandleitungen zur Übertragung der elektrischen Energie sind nämlich nur bei Hochspannung effizient, und die Spannungstransformation ist mit Wechselstrom sehr einfach zu bewerkstelligen.

Kapitel 3

Der elektrische Widerstand

Die elektrische Spannung U haben wir nun hinlänglich als Ursache für den elektrischen Strom kennengelernt. Wie viel Strom effektiv durch einen Leiter fließt, d.h., welchen Wert die Stromstärke I aufweist, hängt aber nicht alleine von der angelegten Spannung U ab. Es kommt klarerweise auch auf die **Leitfähigkeit** des Leiters an!

Im Einführungskapitel haben wir die Leitfähigkeit verschiedener Stoffe bereits **qualitativ** diskutiert. Wir erinnern uns: Ein Stoff leitet den elektrischen Strom, wenn in ihm frei bewegliche elektrische Ladungsträger vorhanden sind. Metalle sind aufgrund ihrer Leitungselektronen sehr gute Leiter, Salzlösungen sind als Ionenleiter etwas schlechter und v.a. nimmt ihre Leitfähigkeit mit der Zeit ab. Ganz schlechte Leiter, also Isolatoren, sind Stoffe mit keinen frei beweglichen Ladungsträgern, wie z.B. Luft, Styropor oder Plastik.

In diesem Kapitel wollen wir die Leitfähigkeit von Körpern nun auch **quantitativ** untersuchen. Dabei werden wir bei einer Vielzahl von Leitern eine **Proportionalität** zwischen der angelegten Spannung U und dem daraus resultierenden Strom I entdecken: Ver- x -fache ich die Spannung über einem Leiter, so wächst die Stromstärke ebenfalls um den Faktor x an. Leiter mit dieser Proportionalitätseigenschaft nennen wir **Ohm'sch**. Bei **nicht-Ohm'schen Leitern** ist der Zusammenhang zwischen U und I nicht proportional.

Als **Widerstand** R eines Körpers definieren wir das Verhältnis aus angelegter Spannung und daraus hervorgehender Stromstärke:

$$R := \frac{U}{I} \quad \text{“Widerstand ist Spannung pro Stromstärke.”}$$

Besitzt ein Leiter einen großen Widerstand, so muss über ihm eine große Spannung angelegt werden, um in ihm eine bestimmte Stromstärke zu erzeugen.

Bei Ohm'schen Leitern ist der elektrische Widerstand R ein konstanter Wert, bei nicht-Ohm'schen Leitern beobachten wir bei unterschiedlichen Spannungen resp. Stromstärken wieder einen neuen Widerstandswert.

Zum Schluss dieser Einleitung ein konkretes Beispiel: Am Farbcode eines **Kohleschichtwiderstandes** lese ich einen Widerstandswert von $82\ \Omega$ ab. Wollte ich durch diesen Widerstand einen Strom der Stärke $1\ \text{A}$ fließen lassen, so müsste ich dafür theoretisch eine Spannung von $82\ \text{V}$ über ihm anlegen:

$$82\ \Omega = 82 \frac{\text{V}}{\text{A}} \quad \text{“82 Volt Spannung pro 1 Ampere Stromstärke.”}$$

Allerdings würde dieser Kohleschichtwiderstand diese Stromstärke niemals aushalten. Sie würde zu viel Energie in ihm freisetzen, sodass er innert kürzester Zeit verbrennen würde. Tatsächlich sind Kohleschichtwiderstände nur in Bereichen sehr geringer Stromstärken einsetzbar und auch nur dort in guter Näherung Ohm'sch.

3.1 Lernziele zum Kapitel 3

- Ich kenne die Definition des **elektrischen Widerstandes** eines Leiters durch Gleichung (3.1) **auswendig** und kann in einfachen Worten erläutern, was unter dieser physikalischen Größe zu verstehen ist.
- Ich weiß, dass das Leitungsverhalten eines Leiters durch eine **Kennlinie** in einem *I-U-Diagramm* beschrieben werden kann. Solche Diagramme kann ich interpretieren.
- Ich kann in einfachen Worten beschreiben, was man unter einem **Ohm'schen** und einem **nicht-Ohm'schen Leiter** versteht. Für beide Fälle kann ich mindestens zwei typische Beispiele nennen.
- Ich weiß, dass für **Ohm'sche Leiter** das **Ohm'sche Gesetz** (3.2) gilt. Dieses kenne ich **auswendig**, kann es in Worten erläutern und in Berechnungen anwenden. Diese Berechnungen können auch umfangreicher sein und Schritte beinhalten, in denen die Gleichungen für Spannung und Stromstärke, (2.1) und (2.3), zur Anwendung kommen.
- Ich weiß, dass der elektrische Widerstand von nicht allzu dünnen oder langen **Metall-drähten** resp. **-kabeln** sehr klein ist und in der Regel vernachlässigt werden darf.
- Mit Hilfe einer Farbcodeübersicht (vgl. Anhang A) bin ich in der Lage den Widerstandswert eines **Kohleschichtwiderstandes** zu bestimmen.
- Sobald ich eine nicht-verzweigte Schaltung (= **Serieschaltung**) vor mir habe, weiß ich, dass sich die Widerstandswerte der hintereinander liegenden Schaltelemente zum **Gesamtwiderstand** addieren; die Gesamtspannung ist die Summe der Teilspannungen über den einzelnen Schaltelementen, währenddem die Stromstärke in allen Elementen dieselbe ist.



Abbildung 3.1: Georg Simon Ohm (1787 – 1854), Entdecker des Ohm'schen Gesetzes.

3.2 Die Definition des elektrischen Widerstandes

Über einem Leiter (= irgendein Element in der Schaltung) liegt die Spannung U an (vgl. Abb. 3.2). Aufgrund dieser Spannung wird ein elektrischer Strom durch den Leiter fließen. Handelt es sich um einen guten Leiter, so wird die Stromstärke I groß sein. Bei einem schlechten Leiter ist sie klein. Umgekehrt kann man sagen: Besitzt der Leiter einen großen **elektrischen Widerstand**, so entsteht bei vorgegebener Spannung U eine geringe Stromstärke I , bei kleinem Widerstand hingegen ist die Stromstärke groß.

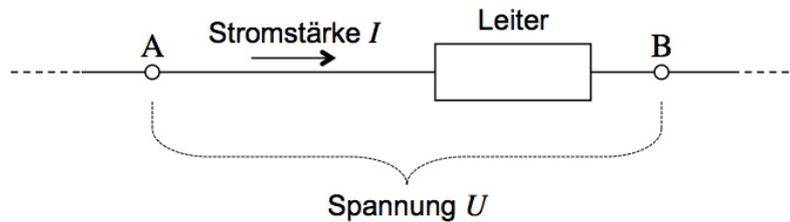


Abbildung 3.2: Illustration zur Idee des elektrischen Widerstandes: Aufgrund der über ihm angelegten Spannung U lässt ein Leiter eine bestimmte Stromstärke I zu. Der Leiter besitzt einen "elektrischen Widerstand", der bestimmt, wie viel Strom bei welcher Spannung fließt.

Definition des elektrischen Widerstandes

Über einem elektrischen Leiter herrsche eine elektrische Spannung U , welche in ihm einen elektrischen Strom der Stärke I hervorruft. Dann definieren wir den **elektrischen Widerstand** R des Leiters als:

$$R := \frac{U}{I} \quad (3.1)$$

"Widerstand = Spannung pro Stromstärke."

Anmerkungen zur Definition des elektrischen Widerstandes

- Mit der Definition des elektrischen Widerstandes wird auch erklärt, wie sich die SI-Einheit dieser Größe, das **Ohm** Ω , zusammensetzt:¹

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{\text{V}}{\text{A}} =: \text{Ohm} = \Omega$$

Wenn du dir diese Einheitenkombination merkst, kannst du dir immer vor Augen führen, was der elektrische Widerstand eines Leiters beschreibt. Es wird die Frage beantwortet, wie viele Volt Spannung an den Leiter angelegt werden müssen, um eine bestimmte Stromstärke in Ampere zu erreichen ("Volt pro Ampere").

- **Ein Beispiel:** Der Widerstandswert eines Kohleschichtwiderstands betrage $R = 1.2 \text{ k}\Omega$. Das bedeutet, dass man pro Ampere Stromstärke, das man durch diesen Widerstand fließen lassen möchte, eine Spannung von 1200 V anzulegen hätte ($\Omega = \frac{\text{V}}{\text{A}}$).²

¹Diese Einheit geht auf den deutschen Gymnasiallehrer **Georg Simon Ohm** (vgl. Abb. 3.1) zurück, der als erster die physikalischen Zusammenhänge zwischen Spannung und Stromstärke untersuchte.

Das Symbol dieser Einheit ist ein griechisches großes Omega: Ω .

²Natürlich wird man das in der Realität nicht versuchen, denn ein Kohleschichtwiderstand ist nicht für so

3.3 Ohm'sche Leiter und das Ohm'sche Gesetz

Ohm'sche Leiter und das Ohm'sche Gesetz

Ein **Ohm'scher Leiter** ist ein Leiter, dessen elektrischer Widerstand R konstant ist. D.h., der Widerstandswert R eines Ohm'schen Leiters ist unabhängig von der angelegten Spannung resp. der Stärke I des durch ihn fließenden Stromes.

Bei Ohm'schen Leitern sind also Spannung U und Stromstärke I proportional zueinander. Der elektrische Widerstand R ist die Proportionalitätskonstante, welche Spannung und Stromstärke miteinander verknüpft:

$$U = R \cdot I \quad \text{Merke: } \underline{\mathbf{Z U E R I}} \quad (3.2)$$

Diese Gleichung bezeichnen wir als das **Ohm'sche Gesetz**.

Anmerkungen zu Ohm'schen Leitern und zum Ohm'schen Gesetz

- **Eselsbrücken zum Ohm'schen Gesetz:** Der Kantonsname **URI** enthält die Symbole im Ohm'schen Gesetz in der richtigen Reihenfolge. Der Kantonsname **ZUERI** verrät durch das E zudem, wo das Gleichheitszeichen sitzt. Also: **ZUERI** ist besser als **URI**! ☺
- Als **Kennlinie** eines Leiters bezeichnen wir den zu diesem Leiter gehörenden Graphen in einem I - U -Diagramm. Man kann daraus ablesen, welche Spannung U an den Leiter anzuschließen ist, um durch ihn einen Strom der Stärke I fließen zu lassen.
Bei Ohm'schen Leitern ist diese Kennlinie stets eine **Ursprungsgerade**, da Spannung U und Stromstärke I proportional zueinander sind. Der elektrische Widerstand R des Leiters gibt die Steigung der Kennlinie an.
- **Kohleschichtwiderstände** und **nicht zu dünne Metalldrähte** resp. **-kabel** sind gute Beispiele für Ohm'sche Leiter, wie es die zugehörigen Kennlinien in Abb. 3.3 illustrieren.
- Kohleschichtwiderstände für die Elektronik lassen sich heutzutage mit praktisch beliebigem Widerstandswert anfertigen. In einem Elektroladen erhält man fast gratis Widerstände von ein paar Ω bis hin zu einigen $M\Omega$ (Megaohm).
Anhang A gibt darüber Auskunft, wie man aus dem **Farbcode** auf einem Kohleschichtwiderstand auf dessen Widerstandswert schließen kann.
- **Metalldrähte weisen ganz allgemein sehr kleine Widerstandswerte auf.** Nur bei enorm langen oder sehr dünnen Drähten werden die zugehörigen Widerstandswerte relevant, ansonsten dürfen wir sie **vernachlässigen**.
Eine Referenzgröße: Der Widerstand eines 1 mm dicken und 1 m langen Kupferdrahtes beträgt ziemlich genau $22 \text{ m}\Omega$ ($= 0.022 \Omega$) – also praktisch nichts.

große Stromstärken wie 1 A gebaut. Bei dieser Stromstärke würde der Kohleschichtwiderstand sofort zerstört, da in ihm die riesige Energiemenge von 1200 J pro Sekunde in Form von Joule'scher Wärme umgesetzt würde. . .

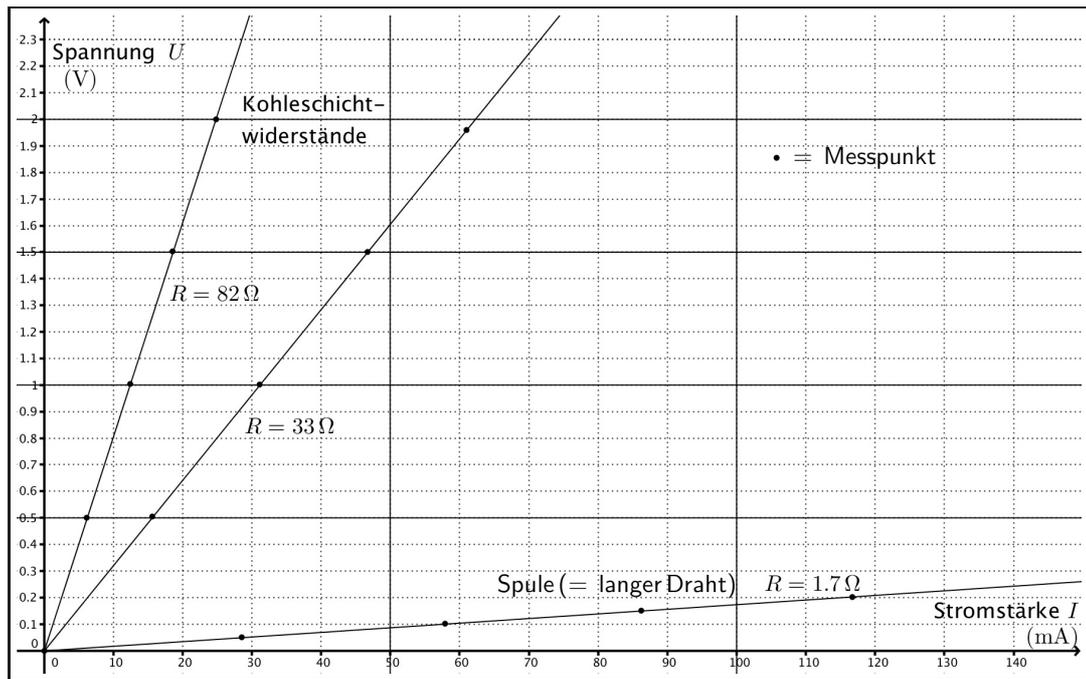


Abbildung 3.3: Kennlinien zweier Kohleschichtwiderstände und einer Spule.

3.4 Nicht-Ohm'sche Leiter

Viele Leiter des elektrischen Stromes verhalten sich **nicht-Ohm'sch**. Das bedeutet, angelegte Spannung U und Stärke I des fließenden Stromes sind nicht proportional zueinander. Hier einige allgemeine Anmerkungen zu solchen nicht-Ohm'schen Leitern:

- Die Kennlinie eines nicht-Ohm'schen Leiters verläuft zwar weiterhin durch den Ursprung des I - U -Diagramms³, ist aber keine Gerade mehr.

Abb. 3.4 zeigt die Kennlinie eines Glühlämpchens für maximal 10 V. Man sieht gut, wie sich auch eine Gesetzmäßigkeit, aber ganz offensichtlich keine Proportionalität ergibt.

In der Regel ist es nicht selbstverständlich, dass sich ein solcher von der Proportionalität abweichender Zusammenhang mathematisch geschlossen durch eine Funktionsgleichung $U(I)$ beschreiben lässt. In Abb. 3.4 zeigt die gezeichnete Kurve den Versuch, eine mathematisch wohldefinierte Kennlinie durch die Messpunkte zu legen – das gelingt in diesem Fall gar nicht so schlecht.⁴

- Nicht-Ohm'sche Leiter sind z.B. Glühdrähte, Dioden, Luft, der menschliche Körper, u.v.a.
- **Es gibt keine Leiter, die sich unter allen Umständen Ohm'sch verhalten!**

Richtig ist vielmehr die Aussage, dass manche Leiter sich über einen gewissen Spannungsbereich hinweg in guter Näherung Ohm'sch verhalten. Das gilt auch für Kohleschichtwiderstände und Metalldrähte.

³Klar: Ohne Spannung kein Strom!

⁴Bei der gezeichneten Kurve handelt es sich um den Graphen einer Potenzfunktion $U(I) = k \cdot I^n$, deren Parameter k und n so gewählt wurde, dass der Graph möglichst gut durch die Messpunkte verläuft. Für die beiden Parameter wurden die Werte $k = \frac{57.76}{100\,000}$ und $n = 1.83$ ermittelt, sodass man für die Funktionsgleichung insgesamt schreiben kann: $U(I) = \frac{57.76}{100\,000} \text{ V} \cdot \left(\frac{I}{\text{mA}}\right)^{1.83}$.

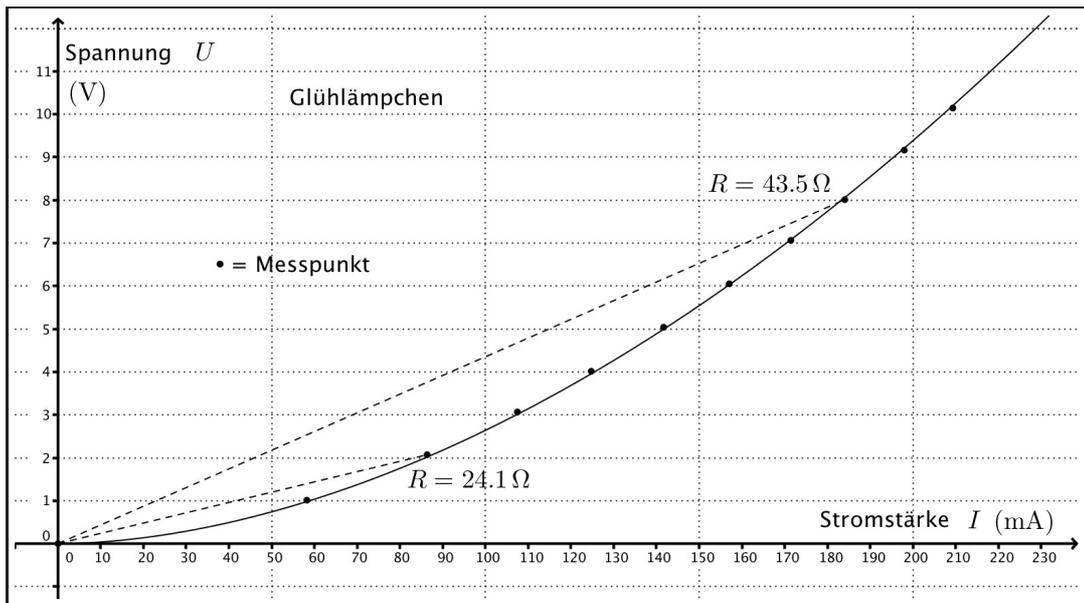


Abbildung 3.4: Kennlinie eines Glühlämpchens.

- Das Leitungsverhalten ist im Übrigen **temperaturabhängig**. Verändert sich die Temperatur eines Leiters, so hat dies in der Regel Einfluss auf dessen Leitfähigkeit.

Das sehen wir sehr schön bei der Kennlinie des Glühlämpchens in Abb. 3.4. Will man die Stromstärke immer weiter erhöhen, so braucht man dafür überproportional mehr Spannung. Das heißt, der Widerstand des Lämpchens ist bei großen Spannungs- und Stromstärkewerten deutlich größer als bei geringen. Grund dafür ist die große Temperatur des Glühdrahtes, die das Fließen der Leitungselektronen im Metall erschwert.

- Wir halten fest: Bei nicht-Ohm'schen Leitern ist die Beschreibung des Leitungsverhaltens durch eine Funktionsgleichung $U(I)$ schwierig.

Was aber immer geht, ist eine punktuelle Angabe des elektrischen Widerstands R : Mit Gleichung (3.1) kann durch eine gleichzeitige Messung von Spannung U und Stromstärke I der elektrische Widerstand R bei genau dieser Spannung resp. Stromstärke bestimmt werden. Der erhaltene Wert gilt dann aber eben nur für genau diese Einstellung.

So beträgt z.B. der elektrische Widerstand des Glühlämpchens in Abb. 3.4 bei verschiedenen Einstellungen (Auswahl von Messpunkten):

Spannung U (V)	0	2.08	4.01	6.05	8.01	10.14
Stromstärke I (mA)	0	86.3	124.7	157.1	184.1	209.4
Widerstand $R = \frac{U}{I}$ (Ω)	–	24.1	32.2	38.5	43.5	48.42

Im Diagramm erkennt man die unterschiedlichen Widerstandswerte bei verschiedenen Spannungseinstellungen daran, dass die direkten Verbindungslinien zwischen Ursprung und Messpunkt verschiedene Steigungen aufweisen. Diese Steigungen haben jeweils eben den Wert $R = \frac{U}{I}$. Zwei Beispiele sind in Abb. 3.4 eingetragen.

3.5 Die Serieschaltung (= Reihenschaltung) von Widerständen

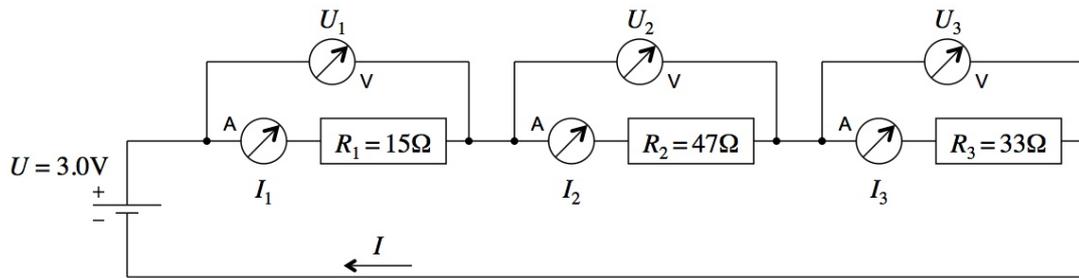


Abbildung 3.5: Eine Serieschaltung von drei Widerständen. Alle Messgeräte sind ideal gedacht. D.h., durch die Voltmeter fließt gar kein Strom und die Amperemeter sind komplett widerstandsfrei, beeinflussen den Stromfluss selber also nicht.

Abb. 3.5 zeigt drei hintereinander geschaltete Widerstände: R_1 , R_2 und R_3 . Wir sprechen von einer **Reihen-** oder **Serieschaltung**.

Über der Schaltung als Ganzes liegt eine **Gesamtspannung** von $U = 3.0\text{V}$ an, bei der ein Strom der Stärke I fließt. Welche Zusammenhänge gelten nun für die elektrischen Größen bei einer solchen Aneinanderreihung mehrerer Widerstände? Das soll hier beleuchtet werden.

Überlegungen zur Serieschaltung (Reihenschaltung) von Widerständen

Punkt Stromstärke: Jeder Ladungsträger (z.B. jedes Elektron) muss alle drei Widerstände durchqueren, um vom einen zum anderen Batteriepol zu gelangen. Es gibt keine anderen Wege. Daraus folgt:

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

“In einer Serieschaltung herrscht überall dieselbe Stromstärke.”

Punkt Spannung: Die Quellenspannung U bestimmt, welche Energie ΔE eine bestimmte Ladungsmenge Q auf ihrem Weg durch die Schaltung insgesamt abgibt:

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \Rightarrow \Delta E = U \cdot Q$$

In Abb. 3.5 sind das 3.0J Energie pro Coulomb Ladung ($U = 3.0\text{V} = 3.0 \frac{\text{J}}{\text{C}}$).

Dieses Freiwerden von Energie passiert in Etappen. Der Anteil ΔE_1 wird in R_1 , der Anteil ΔE_2 in R_2 und der Anteil ΔE_3 in R_3 umgesetzt. Insgesamt kann aber nicht mehr Energie abgegeben werden, als der Ladungsmenge Q aus der Spannungsquelle zur Verfügung steht (\rightarrow **Energieerhaltung**). Es muss offenbar gelten:

$$\Delta E \stackrel{!}{=} \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3$$

Dividiert man diese Gleichung durch die Ladungsmenge Q , so ergibt sich eine Beziehung zwischen der Gesamtspannung U und den Teilspannungen U_1 , U_2 und U_3 :

$$U = \frac{\Delta E}{Q} = \frac{\Delta E_1}{Q} + \frac{\Delta E_2}{Q} + \frac{\Delta E_3}{Q} = U_1 + U_2 + U_3$$

“In einer Serieschaltung addieren sich die Teilspannungen zur Gesamtspannung.”

Punkt Widerstände: Es macht Sinn, der Serieschaltung als Ganzes einen Widerstandswert zuzuweisen, denn schließlich stellen wir ja fest, dass sie bei der Spannung U eine ganz bestimmte Stromstärke I zulässt:

$$R := \frac{U}{I} \quad \text{Ersatzwiderstand} := \frac{\text{Gesamtspannung}}{\text{(Gesamt-)Stromstärke}}$$

Unter dem Ersatzwiderstand R verstehen wir denjenigen Widerstandswert, den man anstelle der Serieschaltung aus R_1 , R_2 und R_3 an die Gesamtspannung U anschließen könnte, um die gleiche Stromstärke I zu erhalten.

Da für jeden einzelnen Widerstand das Ohm'sche Gesetz gilt ($U_1 = R_1 \cdot I$, $U_2 = R_2 \cdot I$, $U_3 = R_3 \cdot I$), folgt aus der Spannungsgleichung von oben:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + U_3 && | \text{4 x Ohm'sches Gesetz} \\ \Rightarrow R \cdot I &= R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I && | : I \\ \Leftrightarrow R &= R_1 + R_2 + R_3 \end{aligned}$$

“In einer Serieschaltung addieren sich die Widerstände zum Ersatzwiderstand.”

Übersicht zur Serieschaltung elektrischer Widerstände

Gegeben sei eine Serieschaltung aus n Widerständen R_1, \dots, R_n , durch welche Ströme mit den Stärken I_1, \dots, I_n fließen, und über welchen die Teilspannungen U_1, \dots, U_n anliegen. Legt man über der Schaltung die Gesamtspannung U an, so fließe ein Gesamtstrom der Stärke I und wir können den Ersatzwiderstand R der Schaltung bestimmen aus $R = \frac{U}{I}$.

Unter diesen Voraussetzungen gelten die folgenden Regeln:

$$I = I_1 = \dots = I_n \quad (3.3)$$

“In einer Serieschaltung herrscht überall dieselbe Stromstärke.”

$$U = U_1 + \dots + U_n \quad (3.4)$$

“Bei einer Serieschaltung addieren sich die Teilspannungen zur Gesamtspannung.”

$$R = R_1 + \dots + R_n \quad (3.5)$$

“Bei einer Serieschaltung addieren sich die Widerstände zum Ersatzwiderstand.”

Der Ersatzwiderstand R einer Serieschaltung ist stets größer als jeder einzelne der darin enthaltenen Widerstände R_1, \dots, R_n .

In unserer Beispielschaltung aus Abb. 3.5 ergibt sich für den Ersatzwiderstand:

$$R \stackrel{(3.5)}{=} R_1 + R_2 + R_3 = 15 \Omega + 47 \Omega + 33 \Omega = 95 \Omega$$

Mit diesem Wert kann man nun aus der Gesamtspannung auf die Stromstärke schließen:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{3,0 \text{ V}}{95 \Omega} = 0,0316 \text{ A} = 31,6 \text{ mA}$$

Aus der Gesamtstromstärke und dem Ohm'schen Gesetz folgen nun auch die Spannungen über den drei einzelnen Widerständen:

$$U_1 = R_1 \cdot I = 15 \Omega \cdot 0.0316 \text{ A} = 0.47 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I = 47 \Omega \cdot 0.0316 \text{ A} = 1.5 \text{ V}$$

$$U_3 = R_3 \cdot I = 33 \Omega \cdot 0.0316 \text{ A} = 1.0 \text{ V}$$

Bei Serieschaltungen wird im größten Widerstand stets am meisten Energie umgesetzt!

3.6 “Spannung, Widerstand, Stromstärke” – eine Rekapitulation

Zum Schluss dieses Kapitels soll der Zusammenhang von Spannung, Widerstand und Stromstärke im elektrischen Stromkreis nochmals auf den Punkt gebracht werden. Du solltest sicherstellen, dass du diesen Abschnitt genau verstanden hast, denn er ist so etwas wie die allen Stromkreisen zugrunde liegende Idee!

Wodurch wird die Stromstärke in einem Stromkreis festgelegt?

1. Die **Spannung** U einer Quelle schiebt/zieht die beweglichen **Ladungsträger** durch den Stromkreis. Der Spannungswert ist ein Mass für die Stärke dieses Schiebens/Ziehens.
2. Die Bewegung der Ladungsträger ist allerdings nicht gratis, denn im Stromkreis gibt es Hindernisse, eben **Widerstände**.

Selbst Metalldrähte sind solche Hindernisse, wenn auch nur ganz kleine im Vergleich zu anderen Schaltelementen. Deshalb vernachlässigen wir den elektrischen Widerstand von Metallkabeln in der Regel.

3. Der **Gesamtwiderstand** R einer Schaltung bestimmt, wie viel Strom bei der Spannung U fließt, wie groß also die **Stromstärke** I wird:

$$I = \frac{U}{R}$$

Das haben wir neuerdings bei der **Serieschaltung** mehrerer Widerstände gesehen. Jeder einzelne Widerstand in einer Serieschaltung bewirkt, dass insgesamt weniger Strom fließt. Dabei spielt es keine Rolle, an wie vielter Stelle er eingebaut ist.

4. Und als Folgeüberlegung resp. als Überleitung zum nächsten Kapitel: Indem der Widerstand eines Gerätes steuert, wie viel Strom durch dieses fließt, regelt er auch gerade, wie viel **Leistung**, also **Energie pro Zeit** es abbekommt. Wie wir in Kapitel 4 sehen werden, gilt nämlich:

$$\text{Leistung} = P = \text{Energieumsatz pro Zeitspanne} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$$

Je geringer der Widerstand eines Gerätes ist, desto mehr Leistung wird es von der (direkt über ihm angelegten) Spannung beziehen, weil es aufgrund dieses geringeren Widerstandes eben mehr Strom fließen lässt.

Kapitel 4

Die elektrische Leistung

Die Ursache eines elektrischen Stromes ist stets eine elektrische Spannung – so haben wir es nun schon seit einiger Zeit gesehen und angewendet. Die Ladungen fließen durch eine Leitung, weil sie dabei elektrische Energie abgeben können. Das Fließen eines Stromes ist also zwangsläufig mit einem Energieumsatz verbunden.

Wenn wir genau wissen, wie viel “Ladung pro Zeiteinheit” unterwegs ist (= Angabe der Stromstärke I) und wie viel “Energie pro Ladungseinheit” frei wird (= Angabe der elektrischen Spannung U), so muss sich daraus bestimmen lassen, wie viel “elektrische Energie pro Zeiteinheit” abgegeben wird. Diese Angabe bezeichnen wir mit dem Namen **elektrische Leistung** P_{el} . Wir werden in diesem Kapitel feststellen, dass dafür gilt:

$$P_{\text{el}} = U \cdot I$$

Wie jede physikalische Leistung, so beschreibt auch die elektrische Leistung den zeitlichen Energieumsatz in einem Prozess, es gilt also nach wie vor:

$$P_{(\text{el})} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \text{mit} \quad [P] = \text{Watt} = \text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}} \stackrel{\text{neu!}}{=} \text{V} \cdot \text{A}$$

Die Gleichung $P_{\text{el}} = U \cdot I$ gibt nicht nur an, wie sich eine elektrische Leistung errechnen lässt. Vielmehr beschreibt sie ganz allgemein, wie der Energietransport in elektrischen Leitungen funktioniert: Eine bestimmte Leistung kann entweder durch eine schwache Spannung und eine große Stromstärke (geringer Leitungswiderstand), oder durch eine schwache Stromstärke und eine große Spannung (großer Leitungswiderstand) zustande kommen.

Die zweite Variante ist für unsere Stromversorgung von zentraler Bedeutung: Bei großen Stromstärken ist der Energieverlust in Leitungen überproportional groß, weil dann besonders viel Joule’sche Wärme erzeugt wird. Niedrige Stromstärken reduzieren diesen auf die Wärmewirkung zurückzuführenden Energieverlust massiv! Deshalb ist es zweckmäßig, für den Energietransport zwischen Kraftwerken und Verbrauchern **Hochspannungsleitungen** zu verwenden. Die extrem hohen Spannungen ermöglichen den Leistungstransport bei geringen Stromstärken. Nur so rentieren sich lange Stromleitungen überhaupt.

4.1 Lernziele zum Kapitel 4

- Ich kenne die **allgemeine Leistungsdefinition** durch Gleichung (4.1) **auswendig** und kann sie in ein paar Sätzen erläutern.
- Ich kann mit der Leistungseinheit **Watt** und der Energieeinheit **Kilowattstunde kWh** umgehen. Ich bin in der Lage rasch abzuschätzen, wie viele kWh ein Gerät mit einer bestimmten Leistungsaufschrift über eine bestimmte Betriebszeit hinweg benötigt.
- Ich weiß, welchen **Preis** elektrische Energie bei uns etwa hat: Die kWh kostet im **Normaltarif der Schweizer Elektrizitätswerke** derzeit knapp 20 Rp..
- Ich kenne die Gleichung (4.2) für die **elektrische Leistung auswendig** und beherrsche den rechnerischen Umgang damit. Zudem kann ich diese Gleichung in Worte fassen und anschaulich erklären, weshalb die in einem Gerät umgesetzte elektrische Leistung das Produkt aus der Spannung über dem und der Stromstärke durch das Gerät sein muss.
- Ich kann erklären, weshalb eine Stromversorgung nur mit **Hochspannungsleitungen** effizient funktionieren kann. Diese Hochspannungsleitungen bringen die elektrische Energie von den Kraftwerken zu den Verbrauchsorten.
- Durch eine Leistungsberechnung kann ich erklären, weshalb Geräte an einer **anderen Spannung** als der vorgesehenen schlecht oder gar nicht funktionieren.
- Bei **Serieschaltungen** bin ich nun in der Lage, **umfangreiche Berechnungen** mit elektrischer Ladung, Stromstärke, Spannung, Energieumsatz und Leistung durchzuführen.
- Ich kann die Gefährlichkeit von **Kurzschlüssen** fachlich korrekt begründen und weiß, wie solche Kurzschlüsse im Alltag vermieden werden.

4.2 Repetition: “Leistung ist Energieumsatz pro Zeit”

In allen Arten von Prozessen wird Arbeit verrichtet und/oder Wärme übertragen. Energie geht von einem auf einen anderen Körper über und wechselt von einer Form in eine andere, etc.

Kurz: **Alle Vorgänge sind mit Energieumsätzen ΔE verbunden.**

Mit der **Leistung P** (engl. *power*) gibt man an, wie rasch ein solcher Energieumsatz abläuft:

Die Definition der Leistung

Ist ΔE der Energieumsatz während der Zeitspanne Δt , so definieren wir die **Leistung P** durch:

$$P := \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (4.1)$$

“Leistung = Energieumsatz pro Zeitspanne.”

Anmerkungen zur Definition der Leistung

- Zur Leistung gehört die SI-Einheit **Watt**:

$$[P] = \frac{[E]}{[t]} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} =: \text{Watt} = \text{W}$$

- Die Zusammensetzung des Watts aus SI-Basiseinheiten ($\text{W} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$)¹ ist in der Anwendung nicht besonders wichtig, dafür umso mehr der Zusammenhang mit der Energieeinheit Joule:

$$\text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}} \quad \text{“1 Watt entspricht einem Energieumsatz von 1 Joule pro Sekunde.”}$$

$$\text{J} = \text{W} \cdot \text{s} \quad \text{“1 Joule ist 1 Wattsekunde.”}$$

- Mit der Leistungseinheit Watt wird eine weitere, sehr gebräuchliche und große **Energieeinheit** eingeführt, die **Kilowattstunde** (kWh). Es gilt:

$$\text{Kilowattstunde} = \text{kWh} = \text{k} \cdot \text{W} \cdot \text{h} = 1000 \cdot \text{W} \cdot 3600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J} = 3.6 \text{ MJ}$$

Bitte merke dir: Es sind **immer Kilowattstunden** (kWh), niemals Kilowatt pro Stunde (kW/h). Diese Einheit gibt es nicht. Sie ist einfach falsch.

- Das Elektrizitätswerk rechnet die bezogene Energie in **Kilowattstunden** (kWh) ab.

Warum ist die Abrechnung in dieser Einheit praktisch? Weil jedefrau sofort selber ausrechnen kann, wie viel Energie bei der Benutzung eines Gerätes bezogen wird.

Ein Beispiel: Ein Elektroofen beziehe während dem Backen eines Kuchens eine Leistung von 1500 W. Die Backzeit betrage 40 min = $\frac{2}{3}$ h. Daraus ergibt sich eine bezogene Energiemenge von:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 1500 \text{ W} \cdot \frac{2}{3} \text{ h} = 1000 \text{ Wh} = 1 \text{ kWh}$$

Die Energieberechnung kann ohne große Umrechnungen im Kopf durchgeführt werden, da die Stunden für Alltagsgebrauchszeiten die richtige Größenordnung besitzen.

- **Stromkosten:** Aktuell kostet 1 kWh elektrische Energie bei den Elektrizitätswerken etwa 20 Rp. im **Normaltarif**. Für 20 Rp. erhalten wir 3 600 000 J!² Das Backen des Kuchens von oben ist also enorm billig und fällt bei dessen Kosten kaum ins Gewicht – wir genießen als Wohlstandsgesellschaft eine ungeheuer günstige Energieversorgung! Im **Nachttarif** ist die elektrische Energie übrigens nochmals billiger, nämlich ca. halb so teuer.

Bezieht man **Ökostrom**, so kommt keine andere elektrische Energie aus der Steckdose. Vielmehr gibt man dadurch, dass man mehr zahlt, dem Elektrizitätswerk den Auftrag nachhaltige Stromerzeugungsmethoden zu fördern und finanziell zu unterstützen. Ökostrom wird in der Regel drei- bis viermal so teuer verkauft.

¹Z.B.: Ein Watt ist die Leistung, mit der man einen Körper von 1 kg Masse innerhalb von genau einer Sekunde auf eine Geschwindigkeit von $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigen kann.

²Zur Erinnerung: 1 J \approx Energiemenge, mit der man 1 Tafel Schokolade um 1 m anheben kann.

Außerdem: 4200 J \approx Energiemenge, mit der man 1 Liter Wasser um 1 °C erwärmen kann.

4.3 Herleitung der Formel für die elektrische Leistung

Betrachte Abb. 4.1. Über irgendeinem Leiter (Lämpchen, Gerät, etc.) herrscht die Spannung U und es fließt ein Strom der Stärke I .

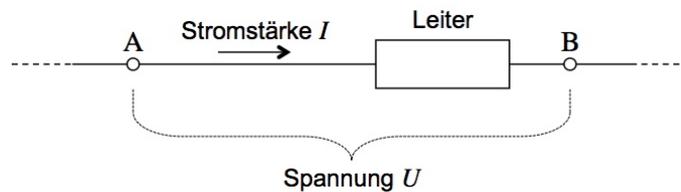


Abbildung 4.1: Zum Verständnis der elektrischen Leistung.

Erinnern wir uns an die Spannungsdefinition (2.1): Die Spannung U über einem Leiter gibt an, welche Energiemenge ΔE umgesetzt wird pro Ladungsmenge Q , welche den Leiter durchquert:

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \quad \text{“Spannung ist Energieumsatz pro Ladung.”}$$

Ebenso haben wir die Definition der Stromstärke (2.3) im Kopf: Die Stromstärke I beschreibt, welche Ladungsmenge Q pro Zeitabschnitt Δt eine beliebige Stelle in der Leitung passiert:

$$I := \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{“Stromstärke ist Ladung pro Zeitabschnitt.”}$$

Multiplizieren wir diese beiden Größen miteinander, so stellen wir fest, dass das Produkt eine Leistungsangabe ergibt, also eine Aussage über den Energieumsatz pro Zeitabschnitt:

$$U \cdot I = \frac{\Delta E}{Q} \cdot \frac{Q}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Die Ladungsmenge Q kürzt sich weg. D.h., beim resultierenden Ausdruck kommt es gar nicht darauf an, auf welche Ladungsmenge Q der Energieumsatz ΔE verteilt wird. Wichtig ist nur, dass wir nun über eine Angabe verfügen, die uns mitteilt, in welchem Zeitabschnitt Δt die Energiemenge ΔE umgesetzt wird. Und dies entspricht eben einer Leistungsangabe.

Die Berechnung der elektrischen Leistung

Fließt in einem Leiter ein elektrischer Strom der Stärke I und herrscht über diesem Leiter eine elektrische Spannung U , so gibt die **elektrische Leistung** P_{el} den zeitlichen Energieumsatz $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ im Leiter an. Es gilt:

$$P_{\text{el}} = U \cdot I \quad (4.2)$$

“Elektrische Leistung = Spannung mal Stromstärke.”

Anmerkung zu den Einheiten

Für die elektrische Leistung ergibt sich (klarerweise) dieselbe SI-Einheit wie für alle anderen Leistungen, nämlich das **Watt**.

Neuerdings wissen wir also, dass sich das Watt auch aus den elektrischen Einheiten Volt und Ampere zusammensetzen lässt:

$$[P] = \text{W} = \text{V} \cdot \text{A} = [U] \cdot [I] \quad \text{denn:} \quad \text{V} \cdot \text{A} = \frac{\text{J}}{\text{C}} \cdot \frac{\text{C}}{\text{s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$$

4.4 Die elektrische Leistung bei Ohm'schen Leitern

Im Kapitel 3 haben wir gesehen, dass der Strom in einem Leiter in der Regel stärker wird, wenn wir die über dem Leiter anliegende Spannung vergrößern. Bei Ohm'schen Leitern sind die beiden Größen direkt proportional zueinander. Der Widerstand R im Ohm'schen Gesetz $U = R \cdot I$ ist in diesem Fall eine Konstante. Daraus können wir für die elektrische Leistung Ohm'scher Leiter allgemein folgern:

$$U = R \cdot I \quad \Rightarrow \quad P_{\text{el}} = U \cdot I = R \cdot I \cdot I = I^2 \cdot R$$

$$I = \frac{U}{R} \quad \Rightarrow \quad P_{\text{el}} = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Die elektrische Leistung bei Ohm'schen Leitern

Ist ein Ohm'scher Leiter mit Widerstand R an eine elektrische Spannung U angeschlossen und bezeichnet I die durch ihn fließende Stromstärke, so ist die in ihm umgesetzte elektrische Leistung gegeben durch:

$$P_{\text{el}} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R \quad (4.3)$$

Joule'sche Wärme in Stromleitungen

Metallene Leiter verhalten sich Ohm'sch, wenn ihre Temperatur konstant gehalten werden kann. Solange nicht so viel Energie im Draht umgesetzt wird, dass die Wärmeabgabe an die Umgebung nicht mehr nachkommt, bleibt ihr elektrischer Widerstand also derselbe.

Die in einem solchen Leiter umgesetzte elektrische Leistung erzeugt **Joule'sche Wärme** (vgl. Abschnitt 1.6). Je mehr Strom durch den Leiter fließt, umso größer wird diese Wärmeproduktion, was im letzten Ausdruck von (4.3) deutlich zum Vorschein kommt. Die umgesetzte Leistung ist proportional **zum Quadrat** der Stromstärke: $P_{\text{el}} = I^2 \cdot R$!

Will man also den Verlust durch Joule'sche Wärme gering halten, so sollte man um kleine Stromstärken bemüht sein, denn diese sind massgeblich für diesen Verlust verantwortlich. Mit $P_{\text{el}} = U \cdot I$ kann man direkt folgern, dass elektrische Energie also nach Möglichkeit unter Verwendung großer Spannungen, aber kleiner Ströme übertragen werden sollte.

Und genau so machen wir es bei Überlandleitungen. Diese werden erst durch die Verwendung von **Hochspannung** (bis zu 380 kV!) wirklich effizient und sinnvoll.³

³Diese ganze Überlegung darf man nicht mit $P_{\text{el}} = \frac{U^2}{R}$ durchführen, denn die am Leiter angelegte Spannung U ist, ganz besonders im Falle einer Hochspannungsleitung, viel geringer als die Spannung der Quelle. Die Stromstärke im Leiter ist allerdings dieselbe wie diejenige durch die Quelle, weshalb die Überlegung so stimmt.

4.5 Die Gefährlichkeit elektrischer Kurzschlüsse

“**Kurzschließen**” bedeutet, die beiden Pole einer Spannungsquelle mit einer guten Leitung, z.B. mit einem Metalldraht, direkt miteinander zu verbinden. Bei einem Kurzschluss gibt es zwischen den beiden Polen einer Spannungsquelle fast keinen elektrischen Widerstand mehr ($R \rightarrow 0$). Dies hat eine enorme Stromstärke I zur Folge.

Die Konsequenz einer großen Stromstärke wiederum ist die rasche Freisetzung einer großen Menge elektrischer Energie ($P_{el} = U \cdot I$ wird groß!). Außerdem erfolgt diese Energiefreisetzung in der Regel in Form von **Joule'scher Wärme**. Dies bedeutet, dass es irgendwo heiß wird und damit werden Kurzschlüsse potentiell gefährlich!

Batterie: Eine kurzgeschlossene Batterie erwärmt sich sehr stark. Grund dafür ist ihr **Innenwiderstand**, der in der Regel deutlich größer als der Widerstand der Kurzschlussleitung ist. Somit wird die Energie mehrheitlich in der Batterie selber freigesetzt.

Der Kurzschluss führt zu einer raschen **Entleerung** der Batterie. Das ist zwar für das Porte-monnaie schlecht, normalerweise aber nicht besonders gefährlich.

Stabile Spannungsquellen: Wird eine Steckdose oder ein Netzgerät kurzgeschlossen, so kann die große Leistungsabgabe über längere Zeit aufrecht erhalten werden. Dann wird es gefährlich, denn nun erhitzen sich auch die Kurzschlussleitungen. Dies kann bei offenen Leitungen zum Glühen, allenfalls zum Durchschmelzen führen.

Besonders schlimm wird es bei Kurzschlüssen in eingebauten Leitungen (in den Wänden). Dann können die Erhitzungen zu Kabel- und Schwelbränden innerhalb des Gebäudes führen. Diese sind schwierig zu lokalisieren und zu bekämpfen.

Sicherungen zum Schutz vor Kurzschlüssen

Es ist sinnvoll sich gegen anhaltende Kurzschlüsse abzusichern. Dazu sind Sicherungen da. Diese unterbrechen den Stromfluss automatisch, wenn zu viel Strom fließt.

Ältere Sicherungen funktionieren mit dünnen Schmelzdrähten, die bei zu starkem Strom einfach durchschmelzen. Solche Sicherungen gibt es auch für einzelne Geräte (z.B. Netzgeräte und Multimeter). Schmelzdrahtsicherungen müssen nach einmaligem Auslösen ersetzt werden.

Neuere Sicherungen verwenden die em-Wirkung des Stromes zum Umlegen eines Schalters. Deshalb lassen sie sich mehrfach verwenden.

Normalerweise verfügt jedes Zimmer eines Hauses über eine eigene Sicherung, die typischerweise maximal 10 A Stromstärke zulässt. In einem normalen Zimmer kann somit total eine maximale elektrische Leistung von 2300 W bezogen werden:

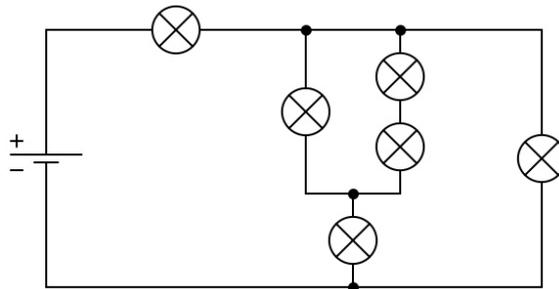
$$P_{el,max} = U \cdot I_{max} = 230 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} = 2300 \text{ W}$$

Wundere dich also nicht, dass plötzlich der Strom ausfällt, wenn du gleichzeitig einen Haarföhn und einen Staubsauger benutzen möchtest.

Kapitel 5

Die Parallelschaltung elektrischer Widerstände

Wie verteilt sich eigentlich der elektrische Strom an einem Knoten? Wodurch wird festgelegt, durch welche Teile einer verzweigten Schaltung viel und durch welche wenig Strom fließt? Welches Lämpchen leuchtet beispielsweise in der folgenden Schaltung am hellsten?



Mit dem Inhalt dieses Kapitels wirst du dir die Antwort selber geben können. Sicher kennst du die alltägliche Redewendung:

“Der Strom nimmt den Weg des geringsten Widerstandes.”

Das tönt zwar gut und einprägsam, ist aber nur bedingt richtig. Eine etwas bessere Variante wäre:

“Die Stromstärke ist auf dem Weg des geringsten Widerstandes am größten.”

Auch auf den schlechter leitenden Wegen sind also messbare Ströme vorhanden! Der am besten leitende Weg führt einfach am meisten Strom.

In diesem Kapitel lernen wir diese Aussage nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ kennen. Schließlich können wir in Stromkreisen, welche sich aus ineinander verschachtelten Serie- und Parallelschaltungen zusammensetzen, sämtliche Teilspannungen und -stromstärken voraussagen.

Bei allen Untersuchungen von Schaltkreisen ist zentral, dass wir verstehen: Über jedem Schaltelement A muss eine Spannung U_A herrschen, damit durch A ein Strom der Stärke I_A fließt. Das heißt, für jedes einzelne Schaltelement lässt sich das Ohm'sche Gesetz separat aufstellen:

$$U_A = R_A \cdot I_A$$

5.1 Lernziele zum Kapitel 5

- Ich weiß, dass in einer **Parallelschaltung** die Spannung über allen Stromwegen dieselbe ist und dass sich die Teilstromstärken zur Gesamtstromstärke addieren.
- Ich bin in der Lage, den **Ersatzwiderstand** für eine Parallelschaltung zu bestimmen.
- Bei einer größeren Schaltung kann ich den **Gesamtwiderstand** berechnen, wenn diese sich aus verschachtelten Serie- und Parallelschaltungen zusammensetzt. Bei einer solchen Schaltung kann ich auch berechnen, welche Spannungen über und Stromstärken in den einzelnen Schaltelementen vorherrschen, wenn dafür ausreichende Daten zur Verfügung stehen.

5.2 Die Parallelschaltung von Widerständen

Abb. 5.1 zeigt eine Parallelschaltung aus drei Widerständen mit $R_1 = 15\ \Omega$, $R_2 = 47\ \Omega$ und $R_3 = 33\ \Omega$. Über der Schaltung liegt eine (Gesamt-)spannung von $U = 3\ \text{V}$ an. Der Gesamtstrom I verteilt sich auf die drei zur Verfügung stehenden Wege. Wodurch diese Stromverteilung genau festgelegt wird, soll nun überlegt werden.

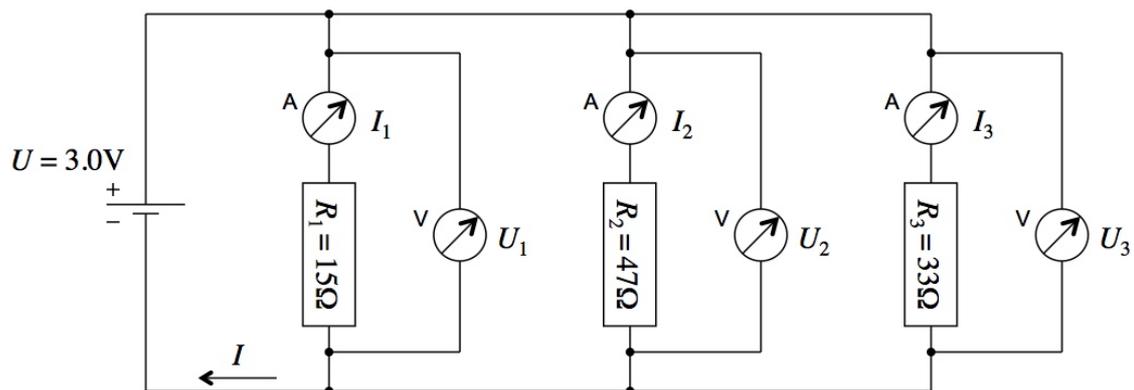


Abbildung 5.1: Eine Parallelschaltung von drei Widerständen. Die Messgeräte sollen ideal sein. D.h., durch die Voltmeter fließt gar kein Strom ($R_V = \infty$) und die Amperemeter sind komplett widerstandsfrei, beeinflussen den Stromfluss selber also nicht ($R_A = 0$).

Überlegungen zur Parallelschaltung von Widerständen

Punkto Stromstärke: In Abb. 5.1 kann jedes vom Minuspol der Quelle kommende Elektron genau einen der drei Wege "wählen". Vor und hinter der Parallelschaltung treffen wir aber genau gleich viele zu- wie abfließende Elektronen an (\rightarrow **Ladungserhaltung**). Daraus folgt:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

"Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Teilstromstärken zur Gesamtstromstärke."

Punkto Spannung: Egal, welchen der drei Wege ein Elektron nun tatsächlich beschreitet, es hat insgesamt nur genau einen einzigen Widerstand zu durchqueren, um vom Minus- zum Pluspol der Spannungsquelle zu gelangen. Eine aus mehreren Elektronen bestehende Ladungsmenge Q muss ihre von der Spannungsquelle erhaltene Energie $\Delta E = U \cdot Q$ loswerden, egal durch welchen Widerstand sie nun fließt (\rightarrow **Energieerhaltung**). Die pro Ladungsmenge umgesetzte Energie ist also stets dieselbe, egal welcher Weg beschritten wird. D.h., über den drei Widerständen herrscht dieselbe Spannung (3.0 V in Abb. 5.1):

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

"Bei einer Parallelschaltung sind die Spannungen über allen Widerständen (d.h. Stromwegen) gleich groß."

Punkto Widerstände: Auch der Parallelschaltung kann als Ganzes ein Widerstandswert zugewiesen werden, denn auch hier wird bei einer Spannung U eine ganz bestimmte Gesamtstromstärke I hervorgerufen:

$$R := \frac{U}{I}$$

Auch hier bezeichnen wir R als **Ersatzwiderstand** für die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 . Es ist wiederum derjenige Widerstandswert, den man anstelle der Parallelschaltung aus den drei Einzelwiderständen an die Spannung U anschließen könnte, um die gleiche Gesamtstromstärke I zu erhalten.

Aus der Stromstärkengleichung von oben folgt:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 && | \text{4 x Ohm'sches Gesetz} \\ \Rightarrow \frac{U}{R} &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} && | : U \\ \Leftrightarrow \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{aligned}$$

"Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte der Einzelwiderstände zum Kehrwert des Ersatzwiderstandes."

Im Beispiel aus Abb. 5.1 erhalten wir demzufolge für den Ersatzwiderstand der drei parallel geschalteten Widerstände:

$$R = \left(\frac{1}{R} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{15\Omega} + \frac{1}{47\Omega} + \frac{1}{33\Omega} \right)^{-1} = 8.46\Omega$$

Man beachte das rechnerische Vorgehen!

Übersicht zur Parallelschaltung elektrischer Widerstände

Gegeben sei eine Parallelschaltung aus n Widerständen R_1, \dots, R_n , durch welche Ströme mit den Stärken I_1, \dots, I_n fließen, und über welchen die Spannungen U_1, \dots, U_n anliegen. Legt man über der Schaltung die Gesamtspannung U an, so fließe ein Gesamtstrom der Stärke I und wir können der Schaltung via $R = \frac{U}{I}$ den Ersatzwiderstand R zuordnen. Es gilt:

$$I = I_1 + \dots + I_n \quad (5.1)$$

“Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Teilströme zum Gesamtstrom.”

$$U = U_1 = \dots = U_n \quad (5.2)$$

“Bei einer Parallelschaltung sind die Spannungen über allen Widerständen (d.h. Stromwegen) gleich groß.”

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (5.3)$$

“Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte der Einzelwiderstände zum Kehrwert des Ersatzwiderstandes.”

Der Ersatzwiderstand R einer Parallelschaltung ist stets kleiner als jeder einzelne der darin enthaltenen Widerstände R_1, \dots, R_n .

Weitere Anmerkungen zur Parallelschaltung

- Die Stromstärke in jedem einzelnen Widerstand ist unabhängig von den Strömen durch die anderen Widerstände! Wenn ich einen zusätzlichen Widerstand parallel anschlieÙe, bezieht dieser von der Spannungsquelle einfach zusätzlichen Strom, ohne dass die Stromstärken in den anderen Widerstände dadurch abnehmen würden.¹ Der Gesamtstrom nimmt um den entsprechenden Betrag zu.

- “Bei einer Parallelschaltung ist der Ersatzwiderstand stets kleiner als jeder darin enthaltene Einzelwiderstand.”

Klar: Wenn ich zu einer bestehenden Leitung parallel einen zusätzlichen Weg öffne, dann kann insgesamt mehr Strom fließen. Egal, wie gut der zusätzliche Kanal selber leitet, die neue Schaltung leitet insgesamt sicher besser als die alte.

- Rechnen wir zum Schluss das Beispiel von Abb. 5.1 zuende: Für die Gesamt- und die Teilstromstärken folgt (oben berechneter Ersatzwiderstand $R = 8.46 \Omega$):

$$\text{Teilstrome:} \quad I_1 = \frac{U}{R_1} = 200 \text{ mA} \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = 64 \text{ mA} \quad I_3 = \frac{U}{R_3} = 91 \text{ mA}$$

$$\text{Gesamtstrom:} \quad I = \frac{U}{R} = \frac{3 \text{ V}}{8.46 \Omega} = 0.355 \text{ A} = 355 \text{ mA} = I_1 + I_2 + I_3$$

Da die Spannung über allen Widerständen gleich groß ist, wird im kleinsten Widerstand am meisten Energie umgesetzt, denn dort fließt der stärkste Strom ($P_{\text{el}} = U \cdot I$).

¹Dies gilt allerdings nur, solange die Spannungsquelle nicht überlastet ist. Bei Batterien ist es z.B. so, dass bei zu starkem Strombezug die Spannung einzubrechen beginnt. Dann hätte natürlich die parallele Zuschaltung jedes weiteren Widerstandes Einfluss auf die Ströme durch die anderen Widerstände.

5.3 Die Verschachtelung von Serie- und Parallelschaltungen

Bei umfangreicheren Schaltungen lassen sich die darin auftretenden Teilstromstärken und Teilspannungen in vielen Fällen durch konsequente Anwendung der eben gefundenen Gesetzmäßigkeiten ermitteln. Dies sei hier an einem Beispiel (Abb. 5.2) durchdiskutiert.

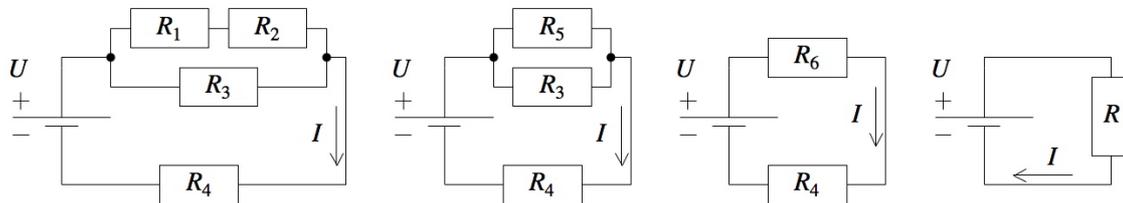


Abbildung 5.2: Eine kompliziertere Schaltung und ihre Vereinfachung durch schrittweise Einführung von Ersatzwiderständen.

Bekannte Werte: $R_1 = 1.8 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 390 \Omega$, $R_3 = 1.5 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 820 \Omega$ und $U = 12 \text{ V}$.

Durch **sukzessives Zusammenfassen zu Ersatzwiderständen** **“von innen nach aussen”** bringen wir es fertig, den **Gesamtwiderstand** R der Schaltung zu ermitteln. Achte im Folgenden auf die Namensgebungen in Abb. 5.2:

$$R_1 \text{ \& } R_2 \text{ seriell} \quad \Rightarrow \quad R_5 = R_1 + R_2 = 1800 \Omega + 390 \Omega = 2190 \Omega$$

$$R_3 \text{ \& } R_5 \text{ parallel} \quad \Rightarrow \quad R_6 = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{1500 \Omega} + \frac{1}{2190 \Omega} \right)^{-1} = 890 \Omega$$

$$R_4 \text{ \& } R_6 \text{ seriell} \quad \Rightarrow \quad R = R_4 + R_6 = 820 \Omega + 890 \Omega = 1710 \Omega$$

Mit diesem Gesamtwiderstand kann jetzt die Gesamtstromstärke ermittelt werden:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12 \text{ V}}{1710 \Omega} = 0.00702 \text{ A} = 7.0 \text{ mA}$$

Umgekehrt lässt sich mit diesen Gesamtgrößen nun **“in die Schaltung hineinrechnen”**, und zwar unter ständiger Ausnutzung des Ohm’schen Gesetzes für die einzelnen Widerstände: $U_i = R_i \cdot I_i$ (gilt auch für Ersatzwiderstände).² Ebenso benutzen wir ständig die Gleichungen (3.3), (3.4), (5.1) und (5.2), welche uns darüber aufklären, wie die Teilspannungen und Teilstromstärken bei Serie- und Parallelschaltung zusammenhängen.

“Von außen nach innen” finden wir z.B. für die Spannung U_1 über R_1 :

$$I_4 = I_6 = I = 0.00702 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad U_6 = R_6 \cdot I_6 = 820 \Omega \cdot 0.00702 \text{ A} = 5.76 \text{ V}$$

$$U_3 = U_5 = U_6 = 5.76 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{5.76 \text{ V}}{2190 \Omega} = 0.00263 \text{ A}$$

$$I_1 = I_2 = I_5 = 0.00263 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad U_1 = R_1 \cdot I_1 = 1800 \Omega \cdot 0.00263 \text{ A} = 4.7 \text{ V}$$

Manche Schaltungen lassen sich allerdings nicht so einfach als Ineinander-Verschachtelung von Serie- und Parallelschaltungen ansehen. Dann braucht man zur Bestimmung von Teilstromstärken und -spannungen zwei allgemeiner gültige Prinzipien, die man als **Kirchhoff’sche Regeln** bezeichnet. Wie so etwas gehen würde, erfährst du im Anhang B.

²Ein solches Ohm’sches Gesetz muss für jeden einzelnen Widerstand gelten, denn damit wird ja jeweils unmittelbar beschrieben, warum Strom durch den Widerstand fließt: Die Spannung U_i über dem Widerstand R_i führt zu einem Strom der Stärke I_i durch R_i , wobei eben gilt: $U_i = R_i \cdot I_i$.

Anhang A

Farbcodes bei Kohleschichtwiderständen

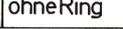
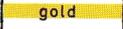
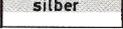
Farbe		1. Ring (1. Ziffer)	2. Ring (2. Ziffer)	3. Ring (Zahl der Nullen)	4. Ring (Toleranz)
schwarz	sw		0	0	—
braun	br		1	1	0
rot	rt		2	2	00
orange	or		3	3	000
gelb	ge		4	4	0 000
grün	gn		5	5	00 000
blau	bl		6	6	000 000
violett	vt		7	7	
grau	gr		8	8	
weiß	ws		9	9	
ohne Ring					± 20%
Manchmal	gold				× 0,1
auch:	silber				× 0,01

Abbildung A.1: Bedeutung des Farbcodes auf Keramikwiderständen.

Beispiel: Der Farbcode **gelb-violett-orange-gold** bedeutet:

$$R = \underset{\text{gelb}}{4} \underset{\text{violett}}{7} \underset{\text{orange}}{000} \Omega = 47\,000 \Omega = 47 \text{ k}\Omega$$

Der vierte Ring beschreibt die **Toleranz** des Widerstandes, d.h. seine Präzision. Bei den von uns verwendeten Widerständen ist der vierte Ring in der Regel goldig. Das bedeutet, dass der tatsächliche Wert um bis zu $\pm 5\%$ abweichen kann, hier also um bis zu $\pm 2.35 \text{ k}\Omega$.

Anhang B

Die Kirchhoff'schen Gesetze

Mit der Beschreibung von Serie- und Parallelschaltungen in den Kapiteln 3 und 5 haben wir eine Idee davon erhalten, wie wir in komplizierteren Schaltungen mit Spannungen und Strömen umgehen.

Allerdings wurden in Kapitel 5 als kompliziertester Fall lediglich Verschachtelungen von Serie- und Parallelschaltungen angeschaut. Es gibt aber durchaus noch komplexere Situation, in denen nicht so leicht zwischen Serie- und Parallelschaltung unterschieden werden kann. Hier ein typisches Beispiel:

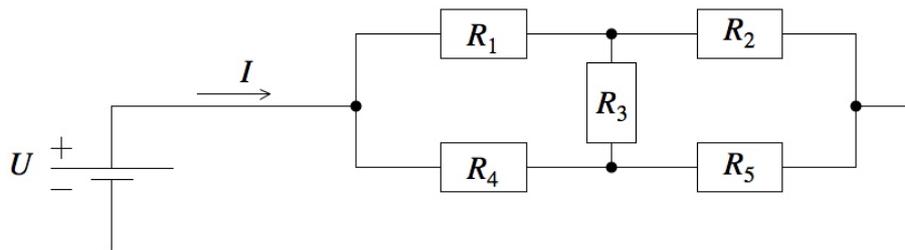


Abbildung B.1: Eine Schaltung, welche nur durch Anwendung der Kirchhoff'schen Regeln zu analysieren ist.

Wie verteilt sich in dieser Schaltung der Strom? In welche Richtung fließt er beispielsweise im mittleren Widerstand R_3 ?

In diesem Anhang werden nun die beiden allgemeinen Grundgesetze beschrieben, mit welchen sich im Prinzip beliebig komplizierte Schaltkreise untersuchen lassen. Es sind dies die beiden **Kirchhoff'schen Gesetze**. De facto handelt es sich dabei um zwei passend für elektrische Stromkreise formulierte Grundgesetze der Physik: Das 1. Kirchhoff'sche Gesetz (1. KG), die **Knotenregel**, widerspiegelt die **Ladungserhaltung**, das 2. KG, die **Maschenregel**, resultiert aus der **Energieerhaltung**. Die KGs ermöglichen uns weitergehende Analysen von Schaltungen – allerdings wird es auch mathematisch anspruchsvoller. Wir werden Gleichungssysteme zu lösen haben, wobei diese in aller Regel linear sind und somit eindeutige Lösungen besitzen.¹

¹Zum Glück! Alles andere wäre höchst verwirrend, denn schliesslich realisiert die Natur in der Schaltung auch nur eine ganz bestimmte Spannungs- und Stromstärkeverteilung.

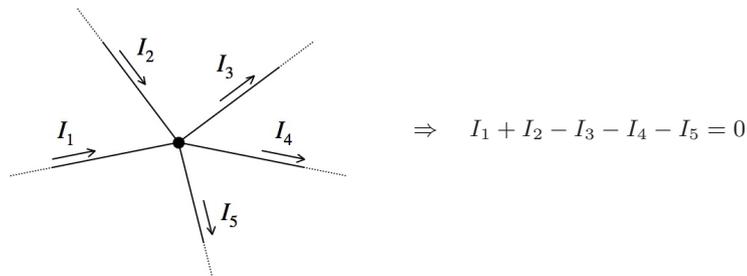
Die Kirchhoff'schen Gesetze

1. Kirchhoff'sches Gesetz: Die Knotenregel

Bei jedem Knoten in einer Schaltung sind die zu- und die abfließenden Ströme insgesamt gleich stark:

$$\text{Knoten} \Rightarrow \sum I_{\text{zu}} - \sum I_{\text{ab}} = 0 \quad (\text{B.1})$$

Konkret:

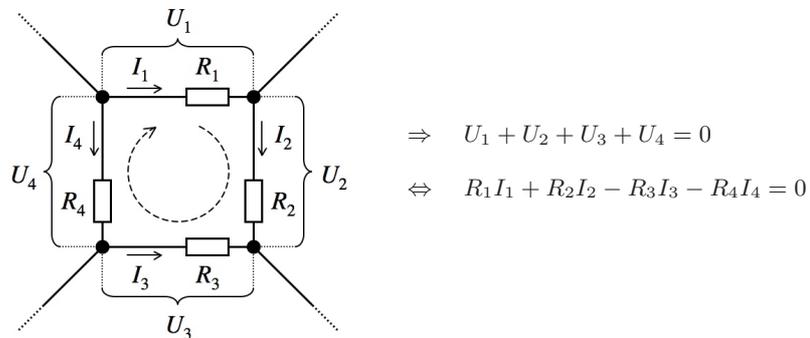


2. Kirchhoff'sches Gesetz: Die Maschenregel

Bei jeder Masche in einer Schaltung ist die Summe über sämtliche Teilspannungen längs einer Umlaufrichtung gleich Null:

$$\text{Masche} \Rightarrow \sum U_i = 0 \quad (\text{B.2})$$

Konkret:



Anmerkungen zu den Kirchhoff'schen Gesetzen

- Ganz fremd sind uns diese Regeln nicht. Z.B. beinhaltet die Knotenregel (B.1) die Gleichung (5.1): Bei einer Parallelschaltung teilt sich der Gesamtstrom in die Teilströme auf. Und die Maschenregel (B.2) ist eine umfassendere Formulierung von (3.4): Bei einer Serieschaltung addieren sich die Teilspannungen zur Gesamtspannung.²
- Die beiden Gesetze sind auf ganz fundamentale physikalische Gesetzmässigkeiten zurückzuführen: Im Falle der Knotenregel geht es um die **Ladungserhaltung** (resp. die Erhaltung der Elektronen) bei einem Knoten. Bei der Maschenregel haben wir eine weitere Variante des **Energieerhaltungsprinzips** vor uns.³

²Also ist $U - U_1 - U_2 - \dots = 0$.

³Führen wir ein Elektron durch eine ganze Masche hindurch, so hat es am Ende wieder gleich viel elektrische

- Die Maschenregel wendet man korrekt an, indem man völlig unabhängig von irgendwelchen Kriterien eine Umlaufsrichtung in der Masche festlegt. Bei Abschnitten, auf welchen die Stromrichtung in eben diese Umlaufsrichtung zeigt, wird die Teilspannung im Ohm'schen Gesetz positiv angesetzt, ansonsten wird ein Minuszeichen eingebaut:

$$\text{Umlaufsrichtung } \uparrow \parallel \text{ Stromrichtung} \Rightarrow U_i = R_i \cdot I_i$$

$$\text{und: Umlaufsrichtung } \uparrow \nparallel \text{ Stromrichtung} \Rightarrow U_i = -R_i \cdot I_i$$

Im Prinzip ist auch die Festlegung der Stromrichtungen zunächst willkürlich. Am Beispiel von Abb. B.2 werden wir diskutieren, welche Festlegungen sinnvoll sind und wie wir die Resultate der Berechnungen zu interpretieren haben.

Rechnen mit den Kirchhoff'schen Gesetzen – ein Beispiel

Vorgegeben sei die Schaltung in Abb. B.2. Es ist die Schaltung vom Anfang dieses Anhangs (vgl. Abb. B.1), nun allerdings mit ganz konkreten Vorgaben der Widerstandswerte und der Gesamtspannung.

Aus der Analyse dieser Schaltung soll hervorgehen, wie stark die Teilströme sind. Zudem möchten wir herausfinden, in welche Richtung der Strom durch Widerstand R_3 fließt.

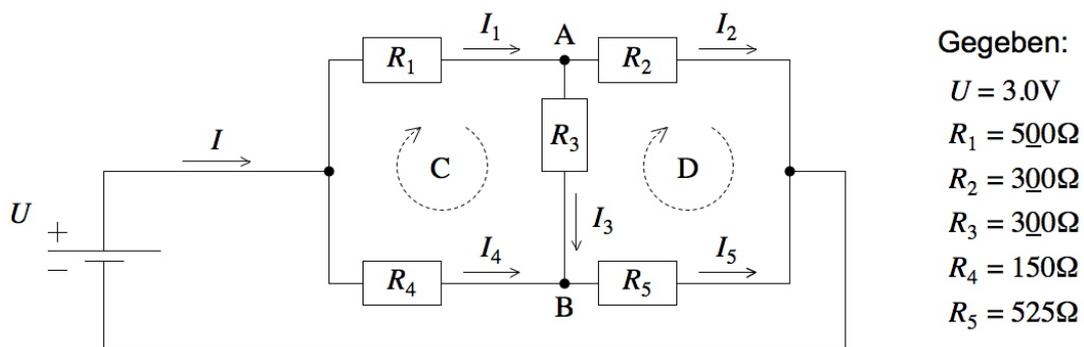


Abbildung B.2: Die Analyse einer Schaltung mittels Kirchhoff'scher Regeln. Für jeden Widerstand muss zu Beginn eine Stromrichtung und für jede Masche eine Umlaufsrichtung definiert werden.

Als Vorbereitung einer solchen Analyse muss man Strom- und Maschenrichtungen ins Schaltschema eintragen. Die Wahl der Maschenrichtungen ist für jede einzelne Masche beliebig. Ich habe mich für den Uhrzeigersinn entschieden. Bei den Strömen mag es Richtungen geben, welche von Beginn weg klar sind. In unserem Beispiel sind dies die Richtungen von I_1 , I_2 , I_4 und I_5 . Ungewiss ist hingegen die Richtung von I_3 . Wir legen dafür zunächst willkürlich eine Richtung fest. Ich habe mich für "von oben nach unten" entschieden.

Am Ende unserer Berechnungen werden wir evaluieren: Für die Ströme I_1 , I_2 , I_4 und I_5 müssen wir positive Werte erhalten, sonst ist etwas schief gelaufen. Die Richtung von I_3 werden wir am Vorzeichen dieser Stromstärke erkennen.

Energie wie am Anfang, denn es befindet sich ja an derselben Stelle in der Schaltung. Demnach muss sein Energieumsatz bei diesem Vorgang insgesamt gleich Null sein. Es muss also gleich viel Energie aufgenommen wie abgegeben haben.

Mit den beiden Kirchhoff'schen Gesetzen lässt sich notieren:

$$\text{Knotenregel bei A: } I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{Knotenregel bei B: } I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$\text{Maschenregel in C: } U_1 + U_3 + U_4 = R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0$$

$$\text{Maschenregel in D: } U_2 + U_5 + U_3 = R_2 I_2 - R_5 I_5 - R_3 I_3 = 0$$

Das sind bis jetzt vier Gleichungen für fünf Unbekannte (I_1 bis I_5). Noch nicht mit eingeflossen ist die Gesamtspannung U . Dies kann auf verschiedenem Weg passieren, z.B.:

$$U = U_1 + U_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2 \quad \text{oder} \quad U = U_4 + U_3 + U_2 = R_4 I_4 - R_3 I_3 + R_2 I_2$$

Grundsätzlich ist jeder Weg durch die Schaltung, vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle, für diese letzte Gleichung wählbar, solange man auch hier für die Vorzeichen die Stromrichtungspfeile beachtet. Sinnvoll ist natürlich eine möglichst einfache Variante.

Nun haben wir ein **lineares Gleichungssystem** mit fünf Gleichungen und fünf Unbekannten erhalten. Dieses hat in aller Regel – und zu unserem Glück – genau eine Lösung. D.h., unsere physikalischen Gesetze, wie auch die Natur, verhalten sich eindeutig:

$$\left| \begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_3 + I_4 - I_5 = 0 \\ R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0 \\ R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 = U \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_3 + I_4 - I_5 = 0 \\ 500 I_1 + 300 I_3 - 150 I_4 = 0 \\ 300 I_2 - 300 I_3 - 525 I_5 = 0 \\ 500 I_1 + 300 I_2 = 3.0 \end{array} \right|$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich z.B. mit dem Additionsverfahren lösen, das wir aus der Algebra kennen. Wir sehen hier also eine konkrete Anwendung dieser Mathematik. Man erhält:

$$I_1 = 3.0 \text{ mA} \quad I_2 = 5.0 \text{ mA} \quad I_3 = -2.0 \text{ mA} \quad I_4 = 6.0 \text{ mA} \quad I_5 = 4.0 \text{ mA}$$

I_3 kommt negativ heraus! D.h., die tatsächliche Stromrichtung im Widerstand führt entgegen der willkürlich gewählten Pfeilrichtung "von unten nach oben".

Das ist nicht sehr überraschend, denn der Weg vom Plus- zum Minuspol der Spannungsquelle über R_1 - R_3 - R_5 besitzt einen klar grösseren Widerstand als derjenige über R_4 - R_3 - R_2 .

Wir müssen übrigens nicht in der Lage sein lineare Gleichungssysteme mit fünf Gleichungen von Hand zu lösen. Probieren darf man's aber durchaus einmal!

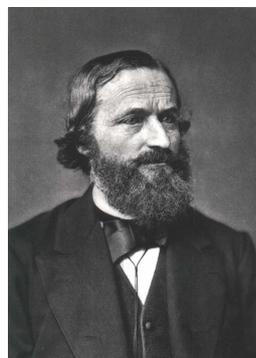


Abbildung B.3: Gustav Robert Kirchhoff (1824 – 1887), verewigt auch als Briefmarke.