

Übungen zur Kernphysik

Serie 2: Energieumsätze bei Kernreaktionen

Reminder zu den Konstanten im TR

Unser TR (TI-30X Pro Math View) kennt die folgenden Konstanten unter den Kürzeln rechts:

Elektronenmasse:	$m_e = 9.109\,382\,15 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	→ me
Protonenmasse:	$m_p = 1.672\,621\,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	→ mp
Neutronenmasse:	$m_n = 1.674\,927\,21 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	→ mn
Atommasseneinheit:	$u = 1.660\,538\,78 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	→ u
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:	$c = 2.997\,924\,58 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	→ c

Unbekannt ist dem TR hingegen die Umrechnung von Joule in Megaelektronvolt. Dafür merken wir uns:

$$\text{Megaelektronvolt: } 1 \text{ MeV} = 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

1. Eine typische Spaltungsreaktion im Schweizer AKW

In Schweizer Kernkraftwerken wird ausschliesslich mit ^{235}U als Spaltmaterial gearbeitet. Eine Spaltungsreaktion wird eingeleitet, indem ein Uran-Kern von einem freien Neutron getroffen wird. Eine Möglichkeit der anschliessend erfolgenden Aufspaltung lautet:



Bestimme die Energie in MeV, die bei dieser Spaltungsreaktion frei wird.

Massen der radioaktiven Tochternuklide:

$$m_A(^{139}\text{Ba}) = 138.908\,841 \text{ u} \quad \text{und} \quad m_A(^{94}\text{Kr}) = 93.934\,400 \text{ u}$$

2. Instabile Kerne und Radioaktivität

Instabile Kerne sind radioaktiv. D.h., sie wandeln sich nach einer gewissen Weile unter Aussendung hochenergetischer Strahlung in einen anderen, stabileren Kern um. Der Kern geht beim Zerfall in einen energetisch günstigeren Zustand über. In der Kernphysik bedeutet dies, dass er dabei an Masse verliert. Er wird leichter. Ein Beispiel eines solchen Zerfalls lautet:¹



Neben dem Tochterkern ^{198}Hg werden drei weitere Teilchen neu erzeugt: ein **Elektron** e^- ($= \beta^-$ -Teilchen), ein **Anti-Elektronneutrino** $\bar{\nu}_e$, und ein **Photon** γ . Das γ -Teilchen ist ganz masselos und die Masse des $\bar{\nu}_e$ ist unmessbar klein. Es gilt also: $m_{\bar{\nu}_e} \approx m_\gamma = 0$.

- (a) Wie viele MeV Energie werden bei diesem radioaktiven Zerfall frei? (Tabellenanhang A!)
- (b) Die freigesetzte Energie wird den aus der Reaktion hervorgehenden Teilchen in Form von kinetischer Energie mitgegeben.

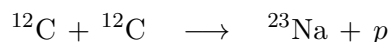
Vergleiche diese Energiemenge mit der Energie von Photonen in ungefährlichem violetterem Licht (ca. 2.7 eV) und in Sonnenbrand hervorrufender Ultraviolettstrahlung (ca. 4.2 eV).

Was für Schlüsse ziehst du aus diesem Vergleich?

¹Genau genommen wurden hier zwei hintereinander erfolgende Reaktionen zu einer einzigen zusammengefasst: Zuerst wandelt sich der radioaktive Gold-Kern ^{198}Au durch einen β^- -Zerfall in den ^{198}Hg um, wobei das e^- und das $\bar{\nu}_e$ erzeugt werden. Danach erfolgt der γ -Zerfall, bei dem sich der nach dem ersten Zerfall noch in einem angeregten Zustand befindliche ^{198}Hg -Kern durch Aussendung eines Photons γ abregt.

3. Eine wichtige Kernreaktion

In dieser Aufgabe betrachten wir die folgende Kernreaktion:



- (a) Um welchen Typ von Kernreaktion handelt es sich hier? Gib ihr einen passenden Namen.
- (b) Bestimme die bei dieser Reaktion frei werdende Bindungsenergie in MeV.
- (c) Wohin geht eigentlich die bei der Reaktion frei werdende Energie? Wie oder wo ist sie nach der Reaktion vorhanden – sie kann ja gemäss dem Energieerhaltungsprinzip nicht einfach “vernichtet” worden sein?
- (d) Damit diese Kernreaktion abläuft, wird eine Temperatur von unglaublichen $700\,000\,000\,^{\circ}\text{C}$ benötigt. Weshalb braucht es eine derart hohe Temperatur, damit diese Reaktion überhaupt ablaufen kann?
- (e) Wo in der Natur gibt es eine solche Reaktion denn? Und weshalb war diese Reaktion für uns Menschen wohl von grosser Bedeutung?

Bedenke: Im innersten Kern unserer Sonne herrschen “nur” $15\,000\,000\,^{\circ}\text{C}$. Diese Reaktion kann dort also nicht stattfinden.

4. Die Kernspaltung von Plutonium-239

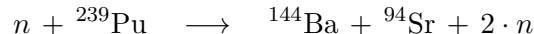
Pu-239 wird in einigen ausländischen Kernreaktoren – noch häufiger leider in Atombomben – als Spaltmaterial verwendet.

- (a) Eine mögliche Spaltungsreaktion lautet:



Welcher Tochterkern (\square) entsteht neben Technetium-107?

- (b) Eine andere Spaltungsreaktion von Pu-239 lautet:



Wie viel Kernenergie wird bei dieser Spaltungsreaktion frei? Gib die Antwort in MeV.

Nuklidmassen: $m_{\text{A}}(^{239}\text{Pu}) = 239.052\,163\,\text{u}$

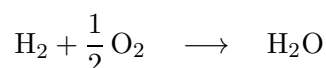
$$m_{\text{A}}(^{144}\text{Ba}) = 143.922\,953\,\text{u}$$

$$m_{\text{A}}(^{94}\text{Sr}) = 93.915\,361\,\text{u}$$

5. Zusatzaufgabe: Massendefekt in der Chemie

In der Chemie haben wir gelernt, dass die Masse eine Erhaltungsgrösse ist, also bei jeder beliebigen Reaktion insgesamt gleich bleibt. Dies ist aber nicht ganz richtig, denn auch bei diesen Reaktionen gilt die Einstein'sche Masse-Energie-Äquivalenzrelation $\Delta E = \Delta M \cdot c^2$. Wird bei einer exothermen Reaktion (Bindungs-)energie frei, so geht dies zwangsläufig mit einem Masseverlust einher.

Betrachten wir als Beispiel die Knallgasreaktion:



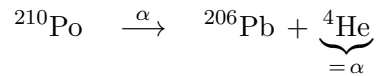
Laut Angaben aus dem Chemiebuch wird bei dieser Reaktion eine Energiemenge von $286\,\text{kJ}$ pro Mol entstehender H_2O -Moleküle frei. Für eine chemische Reaktion ist das ein beträchtlicher Energieumsatz!

Berechne aus dieser Angabe den Massenverlust, welcher sich gemäss Einstein ergibt, wenn die obige Reaktion genau einmal abläuft. Vergleiche das Resultat mit der Masse eines Elektrons und begründe damit, weshalb die Masse in der Chemie trotz Einstein als Erhaltungsgrösse betrachtet wird.

Hinweis: Avogadrokonstante = Teilchenzahl pro Mol = $6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$.

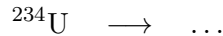
6. Energiefreisetzung beim α -Zerfall

- (a) Im Tabellenanhang A findest du Po-210 in der Auswahl radioaktiver Nuklide und kannst ablesen, dass es via α -Zerfall zerfällt. Das bedeutet, dass der Po-210-Kern früher oder später ein sogenanntes **α -Teilchen** abstösst. Das ist ein Paket aus $2p$ und $2n$, also ein ${}^4\text{He}$ -Kern:



Berechne die bei diesem Zerfall **freigesetzte Energiemenge** (in MeV).

- (b) Auch ${}^{234}\text{U}$ zerfällt via α -Zerfall. Wie lautet demnach die vollständige Zerfallsgleichung?



- (c) Berechne die beim Zerfall von ${}^{234}\text{U}$ freigesetzte Energiemenge.

Tipp: Alle notwendigen Nuklidmassen finden sich im Tabellenanhang A.

- (d) **Bei jeder Kernreaktion gilt:** Die freigesetzte Energiemenge liegt unmittelbar nach der Reaktion in Form von **kinetischer Energie** der Produkte vor. Dabei bekommen leichtere Teilchen jeweils einen wesentlich grösseren Anteil ab als schwerere Teilchen.

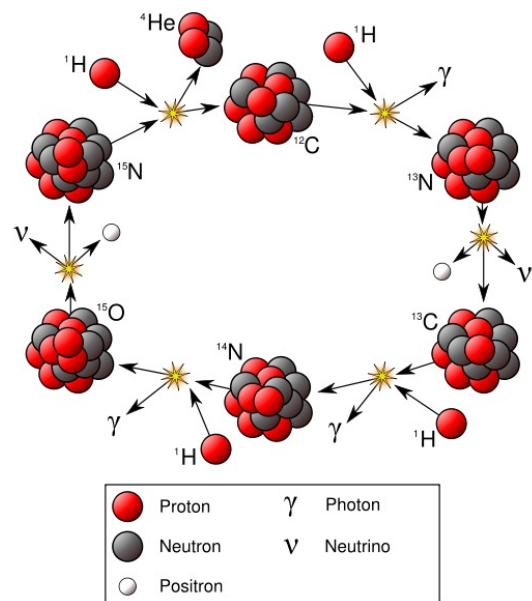
In der Auswahl radioaktiver Nuklide (Tabellenanhang A) stehen in der letzten Spalte verschiedene Angaben für die kinetischen Energien der beim Zerfall emittierten (= ausgesendeten) α -Teilchen. Betrachte diesen Wert im Falle von Po-210. Weshalb ist er etwas geringer als der unter (a) berechnete Energiewert?

7. Der Bethe-Weizsäcker-Zyklus

Der rechts dargestellte **Bethe-Weizsäcker-** oder **CNO-Zyklus** ist eine Abfolge mehrerer Kernprozesse. Netto wird dabei in einem einzelnen Zyklus aus vier Protonen ein He-4-Kern erzeugt. Nach dem Proton-Proton-Zyklus sehen wir hier eine zweite Variante des **Wasserstoffbrennens** (H-Brennen, Kernfusion).

In der Sonne kommt der Bethe-Weizsäcker-Zyklus allerdings kaum vor, denn einerseits gibt es dort nur ganz wenige C-, N- oder O-Kerne, andererseits ist die Temperatur für ein effizientes Funktionieren dieses Zyklus zu gering. In sehr grossen Sternen (mit z.B. 10-facher Sonnenmasse) kann der CNO-Zyklus aber durchaus zur wichtigsten Komponente des H-Brennens werden.

Der Kohlenstoff-Kern ${}^{12}\text{C}$ dient lediglich als **Katalysator** und steht am Ende des Zyklus wieder frisch zur Verfügung.



- (a) Notiere, ausgehend vom C-12-Kern oben in der Mitte, alle im CNO-Zyklus vorkommenden **Reaktionsgleichungen**.
- (b) Betrachte die unter (a) aufgestellten Reaktionsgleichungen. Welches ist in deiner noch nicht rechnerisch überprüften Einschätzung die energetisch ergiebigste Reaktion? Gib einen begründeten Tipp ab.
- (c) Bestimme schliesslich die bei den sechs Reaktionen frei werdenden Energiemengen. Hast du mit deiner Vermutung unter (b) richtig gelegen?

Massen der radioaktiven Nuklide:

$$m_{\text{A}}({}^{13}\text{N}) = 13.005\,739\,\text{u} \quad \text{und} \quad m_{\text{A}}({}^{15}\text{O}) = 15.003\,065\,\text{u}$$

Periodensystem der Elemente

Gruppe	I A	II A	I H 1.0079										III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
																		² He 4.003
	³ Li 6.941	⁴ Be 9.012											⁵ B 10.81	⁶ C 12.011	⁷ N 14.007	⁸ O 15.999	⁹ F 18.998	¹⁰ Ne 20.180
	¹¹ Na 22.990	¹² Mg 24.305											¹³ Al 26.982	¹⁴ Si 28.086	¹⁵ P 30.974	¹⁶ S 32.066	¹⁷ Cl 35.453	¹⁸ Ar 39.948
	¹⁹ K 39.098	²⁰ Ca 40.078	²¹ Sc 44.956	²² Ti 47.867	²³ V 50.942	²⁴ Cr 51.996	²⁵ Mn 54.938	²⁶ Fe 55.845	²⁷ Co 58.933	²⁸ Ni 58.693	²⁹ Cu 63.546	³⁰ Zn 65.39	³¹ Ga 69.723	³² Ge 72.61	³³ As 74.922	³⁴ Se 78.96	³⁵ Br 79.904	³⁶ Kr 83.80
	³⁷ Rb 85.468	³⁸ Sr 87.62	³⁹ Y 88.906	⁴⁰ Zr 91.224	⁴¹ Nb 92.906	⁴² Mo 95.94	⁴³ Tc [98]	⁴⁴ Ru 101.07	⁴⁵ Rh 102.906	⁴⁶ Pd 106.42	⁴⁷ Ag 107.868	⁴⁸ Cd 112.41	⁴⁹ In 114.818	⁵⁰ Sn 118.710	⁵¹ Sb 121.76	⁵² Te 127.60	⁵³ I 126.904	⁵⁴ Xe 131.29
	⁵⁵ Cs 132.905	⁵⁶ Ba 137.327	⁵⁷ La 138.906	⁵⁸ Hf 178.49	⁷² Ta 180.948	⁷⁴ W 183.84	⁷⁵ Re 186.207	⁷⁶ Os 190.23	⁷⁷ Ir 192.217	⁷⁸ Pt 195.078	⁷⁹ Au 196.967	⁸⁰ Hg 200.59	⁸¹ Tl 204.383	⁸² Pb 207.2	⁸³ Bi 208.980	⁸⁴ Po [209]	⁸⁵ At [210]	⁸⁶ Rn [222]
	⁸⁷ Fr [223]	⁸⁸ Ra [226]	⁸⁹ Ac [227]	⁹⁰ Rf [261]	¹⁰⁵ Db [262]	¹⁰⁶ Sg [263]	¹⁰⁷ Bh [262]	¹⁰⁸ Hs [265]	¹⁰⁹ Mt [266]	¹¹⁰ Ds [271]	¹¹¹ Rg [272]	¹¹² Uud [277]	¹¹³ Uut [284]	¹¹⁴ Uuq [289]	¹¹⁵ Uup [288]	¹¹⁶ Uuh [292]	¹¹⁷ Uus [?]	¹¹⁸ Uuo [293]

	⁵⁸ Ce 140.116	⁵⁹ Pr 140.908	⁶⁰ Nd 144.24	⁶¹ Pm [145]	⁶² Sm 150.36	⁶³ Eu 151.964	⁶⁴ Gd 157.25	⁶⁵ Tb 158.925	⁶⁶ Dy 162.50	⁶⁷ Ho 164.930	⁶⁸ Er 167.26	⁶⁹ Tm 168.934	⁷⁰ Yb 173.04	⁷¹ Lu 174.967
	⁹⁰ Th 232.038	⁹¹ Pa 231.036	⁹² U 238.029	⁹³ Np [237]	⁹⁴ Pu [244]	⁹⁵ Am [243]	⁹⁶ Cm [247]	⁹⁷ Bk [247]	⁹⁸ Cf [251]	⁹⁹ Es [252]	¹⁰⁰ Fm [257]	¹⁰¹ Md [258]	¹⁰² No [259]	¹⁰³ Lr [262]

In Klammern: Nukleonenzahl des Isotops mit der längsten Halbwertszeit.