

Übungen zur Kernphysik

Serie 2: Energieumsätze bei Kernreaktionen

Reminder zu den Konstanten im TR

Unser TR (TI-30X Pro Math View) kennt die folgenden Konstanten unter den Kürzeln rechts:

Elektronenmasse:	$m_e = 9.109\,382\,15 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$\rightarrow \text{me}$
Protonenmasse:	$m_p = 1.672\,621\,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$\rightarrow \text{mp}$
Neutronenmasse:	$m_n = 1.674\,927\,21 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$\rightarrow \text{mn}$
Atommasseneinheit:	$u = 1.660\,538\,78 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$\rightarrow \text{u}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:	$c = 2.997\,924\,58 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\rightarrow c$

Unbekannt ist dem TR hingegen die Umrechnung von Joule in Megaelektronvolt. Dafür merken wir uns:

$$\text{Megaelektronvolt: } 1 \text{ MeV} = 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

1. Eine typische Spaltungsreaktion im Schweizer AKW

In Schweizer Kernkraftwerken wird ausschliesslich mit ^{235}U als Spaltmaterial gearbeitet. Eine Spaltungsreaktion wird eingeleitet, indem ein Uran-Kern von einem freien Neutron getroffen wird. Eine Möglichkeit der anschliessend erfolgenden Aufspaltung lautet:



Bestimme die Energie in MeV, die bei dieser Spaltungsreaktion frei wird.

Massen der radioaktiven Tochterneuklide:

$$m_A(^{139}\text{Ba}) = 138.908\,841 \text{ u} \quad \text{und} \quad m_A(^{94}\text{Kr}) = 93.934\,400 \text{ u}$$

2. Instabile Kerne und Radioaktivität

Instabile Kerne sind radioaktiv. D.h., sie wandeln sich nach einer gewissen Weile unter Aussendung hochenergetischer Strahlung in einen anderen, stabileren Kern um. Der Kern geht beim Zerfall in einen energetisch günstigeren Zustand über. In der Kernphysik bedeutet dies, dass er dabei an Masse verliert. Er wird leichter. Ein Beispiel eines solchen Zerfalls lautet:¹



Neben dem Tochterkern ^{198}Hg werden drei weitere Teilchen neu erzeugt: ein **Elektron** e^- ($= \beta^-$ -Teilchen), ein **Anti-Elektronneutrino** $\bar{\nu}_e$, und ein **Photon** γ . Das γ -Teilchen ist ganz masselos und die Masse des $\bar{\nu}_e$ ist unmessbar klein. Es gilt also: $m_{\bar{\nu}_e} \approx m_\gamma = 0$.

- Wie viele MeV Energie werden bei diesem radioaktiven Zerfall frei? (Tabellenanhang A!)
- Die freigesetzte Energie wird den aus der Reaktion hervorgehenden Teilchen in Form von kinetischer Energie mitgegeben.

Vergleiche diese Energiemenge mit der Energie von Photonen in ungefährlichem violettem Licht (ca. 2.7 eV) und in Sonnenbrand hervorrufender Ultravioletstrahlung (ca. 4.2 eV).

Was für Schlüsse ziehst du aus diesem Vergleich?

¹Genau genommen wurden hier zwei hintereinander erfolgende Reaktionen zu einer einzigen zusammengefasst: Zuerst wandelt sich der radioaktive Gold-Kern ^{198}Au durch einen β^- -Zerfall in den ^{198}Hg um, wobei das e^- und das $\bar{\nu}_e$ erzeugt werden. Danach erfolgt der γ -Zerfall, bei dem sich der nach dem ersten Zerfall noch in einem angeregten Zustand befindliche ^{198}Hg -Kern durch Aussendung eines Photons γ abregt.

3. Eine wichtige Kernreaktion

In dieser Aufgabe betrachten wir die folgende Kernreaktion:



- (a) Um welchen Typ von Kernreaktion handelt es sich hier? Gib ihr einen passenden Namen.
- (b) Bestimme die bei dieser Reaktion frei werdende Bindungsenergie in MeV.
- (c) Wohin geht eigentlich die bei der Reaktion frei werdende Energie? Wie oder wo ist sie nach der Reaktion vorhanden – sie kann ja gemäss dem Energieerhaltungsprinzip nicht einfach "vernichtet" worden sein?
- (d) Damit diese Kernreaktion abläuft, wird eine Temperatur von unglaublichen $700\,000\,000^\circ\text{C}$ benötigt. Weshalb braucht es eine derart hohe Temperatur, damit diese Reaktion überhaupt ablaufen kann?
- (e) Wo in der Natur gibt es eine solche Reaktion denn? Und weshalb war diese Reaktion für uns Menschen wohl von grosser Bedeutung?
Bedenke: Im innersten Kern unserer Sonne herrschen "nur" $15\,000\,000^\circ\text{C}$. Diese Reaktion kann dort also nicht stattfinden.

4. Die Kernspaltung von Plutonium-239

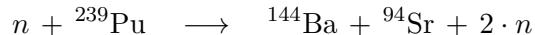
Pu-239 wird in einigen ausländischen Kernreaktoren – noch häufiger leider in Atombomben – als Spaltmaterial verwendet.

- (a) Eine mögliche Spaltungsreaktion lautet:



Welcher Tochterkern (\square) entsteht neben Technetium-107?

- (b) Eine andere Spaltungsreaktion von Pu-239 lautet:



Wie viel Kernenergie wird bei dieser Spaltungsreaktion frei? Gib die Antwort in MeV.

$$\text{Nuklidmassen: } m_A(^{239}\text{Pu}) = 239.052\,163 \text{ u}$$

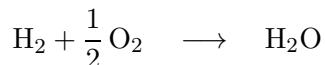
$$m_A(^{144}\text{Ba}) = 143.922\,953 \text{ u}$$

$$m_A(^{94}\text{Sr}) = 93.915\,361 \text{ u}$$

5. Zusatzaufgabe: Massendefekt in der Chemie

In der Chemie haben wir gelernt, dass die Masse eine Erhaltungsgröße ist, also bei jeder beliebigen Reaktion insgesamt gleich bleibt. Dies ist aber nicht ganz richtig, denn auch bei diesen Reaktionen gilt die Einstein'sche Masse-Energie-Äquivalenzrelation $\Delta E = \Delta M \cdot c^2$. Wird bei einer exothermen Reaktion (Bindungs-)energie frei, so geht dies zwangsläufig mit einem Masseverlust einher.

Betrachten wir als Beispiel die Knallgasreaktion:



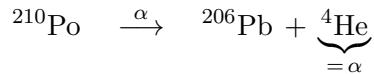
Laut Angaben aus dem Chemiebuch wird bei dieser Reaktion eine Energiemenge von 286 kJ pro Mol entstehender H₂O-Moleküle frei. Für eine chemische Reaktion ist das ein beträchtlicher Energieumsatz!

Berechne aus dieser Angabe den Massenverlust, welcher sich gemäss Einstein ergibt, wenn die obige Reaktion genau einmal abläuft. Vergleiche das Resultat mit der Masse eines Elektrons und begründe damit, weshalb die Masse in der Chemie trotz Einstein als Erhaltungsgröße betrachtet wird.

Hinweis: Avogadrokonstante = Teilchenzahl pro Mol = $6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$.

6. Energiefreisetzung beim α -Zerfall

- (a) Im Tabellenanhang A findest du Po-210 in der Auswahl radioaktiver Nuklide und kannst ablesen, dass es via α -Zerfall zerfällt. Das bedeutet, dass der Po-210-Kern früher oder später ein sogenanntes **α -Teilchen** abstößt. Das ist ein Paket aus 2p und 2n, also ein ${}^4\text{He}$ -Kern:



Berechne die bei diesem Zerfall **freigesetzte Energiemenge** (in MeV).

- (b) Auch ${}^{234}\text{U}$ zerfällt via α -Zerfall. Wie lautet demnach die vollständige Zerfallsgleichung?



- (c) Berechne die beim Zerfall von ${}^{234}\text{U}$ freigesetzte Energiemenge.

Tipp: Alle notwendigen Nuklidmassen finden sich im Tabellenanhang A.

- (d) **Bei jeder Kernreaktion gilt:** Die freigesetzte Energiemenge liegt unmittelbar nach der Reaktion in Form von **kinetischer Energie** der Produkte vor. Dabei bekommen leichtere Teilchen jeweils einen wesentlich grösseren Anteil ab als schwerere Teilchen.

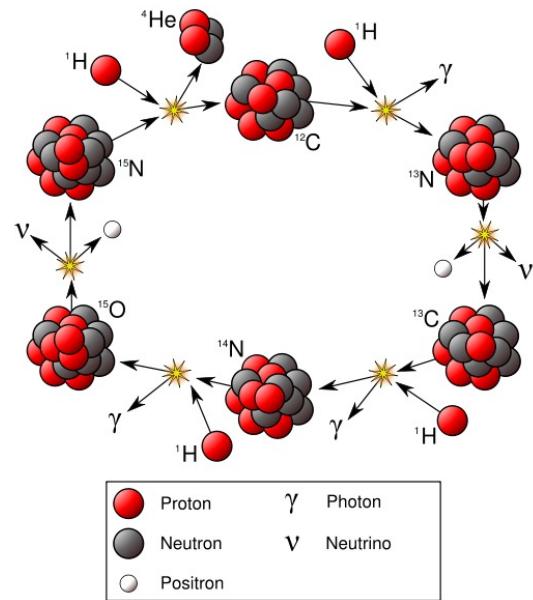
In der Auswahl radioaktiver Nuklide (Tabellenanhang A) stehen in der letzten Spalte verschiedene Angaben für die kinetischen Energien der beim Zerfall emittierten (= ausgesendeten) α -Teilchen. Betrachte diesen Wert im Falle von Po-210. Weshalb ist er etwas geringer als der unter (a) berechnete Energiewert?

7. Der Bethe-Weizsäcker-Zyklus

Der rechts dargestellte **Bethe-Weizsäcker-** oder **CNO-Zyklus** ist eine Abfolge mehrerer Kernprozesse. Netto wird dabei in einem einzelnen Zyklus aus vier Protonen ein He-4-Kern erzeugt. Nach dem Proton-Proton-Zyklus sehen wir hier eine zweite Variante des **Wasserstoffbrennens** (H-Brennen, Kernfusion).

In der Sonne kommt der Bethe-Weizsäcker-Zyklus allerdings kaum vor, denn einerseits gibt es dort nur ganz wenige C-, N- oder O-Kerne, andererseits ist die Temperatur für ein effizientes Funktionieren dieses Zyklus zu gering. In sehr grossen Sternen (mit z.B. 10-facher Sonnenmasse) kann der CNO-Zyklus aber durchaus zur wichtigsten Komponente des H-Brennens werden.

Der Kohlenstoff-Kern ${}^{12}\text{C}$ dient lediglich als **Katalysator** und steht am Ende des Zyklus wieder frisch zur Verfügung.



- (a) Notiere, ausgehend vom C-12-Kern oben in der Mitte, alle im CNO-Zyklus vorkommenden **Reaktionsgleichungen**.
- (b) Betrachte die unter (a) aufgestellten Reaktionsgleichungen. Welches ist in deiner noch nicht rechnerisch überprüften Einschätzung die energetisch ergiebigste Reaktion? Gib einen begründeten Tipp ab.
- (c) Bestimme schliesslich die bei den sechs Reaktionen frei werdenden Energiemengen. Hast du mit deiner Vermutung unter (b) richtig gelegen?

Massen der radioaktiven Nuklide:

$$m_A({}^{13}\text{N}) = 13.005\,739\,\text{u} \quad \text{und} \quad m_A({}^{15}\text{O}) = 15.003\,065\,\text{u}$$

Periodensystem der Elemente

Gruppe	I A			II A			III A			IV A			V A			VI A			VII A			VIII A														
	$\frac{1}{2}$	H	He	1.0079	$\frac{1}{2}$	H	He	10.81	$\frac{5}{2}$	C	6	N	7	O	8	F	9	Ne	10	F	18.998	20.180														
Li	³ 6.941	Be	⁴ 9.012					10.81	B	C	6	C	7	O	8	F	9	Ne	10	F	18.998	20.180														
Na	1122.990	Mg	¹² 24.305					12.011			14.007		15.999																							
K	1939.098	Ca	²⁰ 40.078	Sc	²¹ 44.956		Ti	²² 47.867	Cr	²³ 50.942	Mn	²⁵ 54.938	Fe	²⁶ 55.845	Co	²⁷ 58.933	Ni	²⁸ 58.693	Cu	²⁹ 63.546	Zn	³⁰ 65.39	Ga	³¹ 69.723	Ge	³² 72.61	As	³³ 74.922	Se	³⁴ 78.96	Br	³⁵ 79.904	Kr	³⁶ 83.80		
Rb	3785.468	Sr	³⁸ 87.62	Y	³⁹ 88.906		Nb	⁴⁰ 91.224	Tc	⁴¹ 92.906	Mo	⁴² 95.94	Ru	⁴³ [98]	Rh	⁴⁴ 101.07	Pd	⁴⁵ 102.906	Ag	⁴⁶ 106.42	Cd	⁴⁷ 107.868	In	⁴⁸ 112.41	Sn	⁴⁹ 114.818	Te	⁵⁰ 118.710	⁵¹ 121.76	⁵² 127.60	⁵³ 127.60	⁵⁴ 126.904	⁵⁵ 131.29			
Cs	55132.905	Ba	⁵⁶ 137.327	La	⁵⁷ 138.906	bis	Hf	⁵⁸ 71	Ta	⁷² 178.49	W	⁷³ 180.948	Re	⁷⁴ 183.84	Os	⁷⁵ 186.207	Ir	⁷⁶ 190.23	Pt	⁷⁷ 192.217	Au	⁷⁸ 195.078	Hg	⁷⁹ 196.967	⁸⁰ 200.59	⁸¹ 204.383	⁸² 207.2	⁸³ 208.980	⁸⁴ 208.980	⁸⁵ 209.04	⁸⁶ At	⁸⁷ Rn	⁸⁸ [222]			
Fr	87[223]	Ra	⁸⁸ [226]	Ac	⁸⁹ [227]	bis	Rf	⁹⁰ [261]	Db	¹⁰⁴ [262]	Db	¹⁰⁵ [263]	Bg	¹⁰⁶ [262]	Bh	¹⁰⁷ [265]	Hs	¹⁰⁸ [266]	Mt	¹⁰⁹ [271]	Ds	¹¹⁰ [272]	Rg	¹¹¹ [277]	uut	¹¹² [284]	uuq	¹¹³ [288]	uup	¹¹⁴ [289]	uuuh	¹¹⁵ [288]	uuus	¹¹⁶ [292]	uuuo	¹¹⁷ [293]

	⁵⁸ Ce	⁵⁹ Pr	⁶⁰ Nd	⁶¹ Pm	⁶² Sm	⁶³ Eu	⁶⁴ Gd	⁶⁵ Tb	⁶⁶ Dy	⁶⁷ Ho	⁶⁸ Er	⁶⁹ Tm	⁷⁰ Yb	⁷¹ Lu
140.116	140.908	144.24	[145]	150.36	151.964	157.25	158.925	162.50	164.930	167.26	168.934	173.04	174.967	[262]
	⁹⁰ Th	⁹¹ Pa	⁹² U	⁹³ Np	⁹⁴ Pu	⁹⁵ Am	⁹⁶ Cm	⁹⁷ Bk	⁹⁸ Cf	⁹⁹ Es	¹⁰⁰ Fm	¹⁰¹ Md	¹⁰² No	¹⁰³ Lr
232.038	231.036	238.029	[237]	[244]	[243]	[247]	[251]	[247]	[252]	[257]	[258]	[257]	[259]	[259]

In Klammern: Nukleonenzahl des Isotops mit der längsten Halbwertszeit.