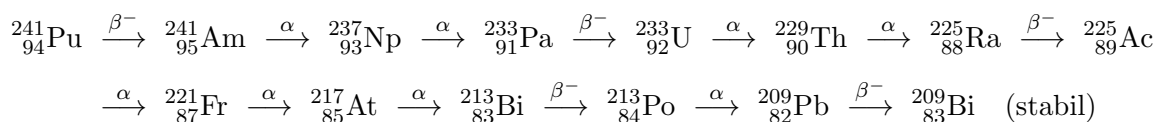


Lösungen zur Kernphysik – Serie 4

1. Zerfallsreihen

(a) Für die Zerfallsreihe ergibt sich mit allen Zwischenkernen:



(b) Bei jedem α -Zerfall verlassen 4 Nukleonen den Kern $\Rightarrow A = 217 - 4 \cdot 4 = 201$.

Bei jedem α -Zerfall verlassen 2 Protonen den Kern und bei jedem β^+ -Zerfall wird 1 Proton in 1 Neutron umgewandelt $\Rightarrow Z = 92 - 4 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 80$.

Somit entsteht als Endkern **Quecksilber-201: ${}^{201}_{80}\text{Hg}$** .

2. Zerfallsarten erraten...

${}^{102}\text{Cd}$: Cadmium (Cd) ist das Element Nr. 48. Das Nuklid enthält in seinem Kern also 48 p . Gemäss Tabellenanhang A gibt es zwei stabile Nuklide mit Massenzahl 102, nämlich Ruthenium-102 (Element Nr. 44) und Palladium-102 (Element Nr. 46). Cadmium-102 besitzt folglich zu viele p um stabil zu sein. Es dürfte sich daher via **β^+ -Zerfall** umwandeln.

${}^{218}\text{Ra}$: Dies ist ein sehr grosser Kern mit insgesamt zu vielen Nukleonen um stabil zu sein. Bei solchen "Riesenkernen" besteht in der Regel die Möglichkeit eines **α -Zerfalls**, bei dem der Kern $2p$ und $2n$ in Form eines ${}^4_2\text{He}$ -Kerns (= α -Teilchen) abstösst.

${}^{22}\text{O}$: Der einzige stabile Kern mit 22 Nukleonen ist ${}^{22}_{10}\text{Ne}$. Die 8 p im Kern des Sauerstoffatoms sind offensichtlich im Verhältnis zu den 14 n zu wenige, damit der Kern stabil sein könnte. Im Kern wird sich wohl ein Neutron in ein Proton umwandeln. D.h., der Kern bestreitet einen **β^- -Zerfall**.

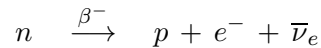
${}^{206}\text{Po}$: Der Polonium-Kern enthält 84 p . Bei Blei mit lediglich 82 p ist das Nuklid ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ stabil. Wir könnten also vermuten, dass sich im ${}^{206}\text{Po}$ -Kern durch doppelten **β^+ -Zerfall** zwei Protonen in zwei Neutronen verwandeln. Diese Möglichkeit besteht tatsächlich.

Andererseits ist ${}^{206}\text{Po}$ ein derart grosser Kern, dass auch ein **α -Zerfall** in Frage kommt, bei dem der Kern $2p$ und $2n$ in Form eines ${}^4_2\text{He}$ -Kerns (= α -Teilchen) abstösst. Auch diese Variante ist möglich. Sie sehen hier eine merkwürdige, aber sehr fundamentale Eigenschaft der Quantenwelt (= Welt der Elementarteilchen): Der instabile Kernzustand ${}^{206}\text{Po}$ kennt mehrere Zerfallsmöglichkeiten. Welche davon bei einem bestimmten Kern realisiert wird, ist eine Frage des Zufalls. Lediglich die Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Zerfallskanäle lassen sich für den einzelnen Kern angeben. (Ebenso kann man bezüglich des Zeitpunktes des Zerfalls für den einzelnen Kern nur eine Wahrscheinlichkeitsangabe machen!)

${}^{74}\text{As}$: Dies ist ein Spezialfall! Arsen, das Element Nr. 33, liegt zwischen den beiden Elementen Germanium (Nr. 32) und Selen (Nr. 34). Bei diesen beiden Elementnachbarn finden wir in der Tabelle der stabilen Nuklide die Nukleonenzahl 74, bei Arsen selber allerdings nicht. Tatsächlich kann sich Arsen-74 entweder via **β^+ -Zerfall** in Germanium-74 oder via **β^- -Zerfall** in Selen-74 umwandeln. Beides geht – und man kann dies natürlich auch so vermuten...

3. Neutrinophysik

- (a) Im Kernreaktor werden laufend schwere Atomkerne gespalten, z.B. U-235. Die dabei entstehenden Tochterkerne besitzen im Verhältnis zu den Protonen zu viele Neutronen, um stabil zu sein. Sie werden früher oder später via β^- -Zerfall ein Neutron in ein Proton umwandeln. Dies kann sogar mehrmals hintereinander passieren (Zerfallsreihen). Bei jedem solchen β^- -Zerfall wird ein Anti-Elektronneutrino $\bar{\nu}_e$ frei:



Daher ist ein Kernreaktor eine sehr aktive Neutrinoquelle.

- (b) Die Tochterkerne einer Kernspaltung sind radioaktiv. Wie eben gesehen, zerfallen sie in der Regel via β^- -Zerfall. Die daraus hervorgehenden Kerne sind sehr häufig angeregt, d.h. noch nicht in ihrem Grundzustand. Unter Aussendung von γ -Strahlung gehen sie in Letzteren über. Deshalb sendet ein Kernreaktor in grossen Mengen γ -Strahlung aus.

4. Das Innenleben eines γ -Strahlers

- (a) Von keiner Zerfallsart können wir mit Sicherheit sagen, dass sie in einer Quelle drin stattfindet, nur weil diese γ -Strahlung aussendet!

Am naheliegendsten wäre ja die Annahme, dass in der Quelle drin γ -Zerfälle stattfinden. Das ist mit grosser Wahrscheinlichkeit so. Bei einem γ -Zerfall geht ein angeregter Kern in seinen Grundzustand über. Angeregte Zustände von Atomkernen sind allerdings ziemlich kurzlebig. Von einer radioaktiven Quelle sprechen wir allerdings nur, wenn sie über einen längeren Zeitraum hinweg Strahlung aussendet. Daher kann es nicht sein, dass darin ausschliesslich γ -Zerfälle ablaufen. Dem γ -Zerfall eines Kerns geht eine andere Kernumwandlung voraus, also ein α -, β^+ - oder β^- -Zerfall. Bei solchen Zerfällen bleibt der Tochterkern sehr häufig zunächst in einem angeregten Zustand zurück, der via γ -Zerfall abgebaut wird. In der Quelle drin dürften also sicher α -, β^+ - oder β^- -Zerfälle stattfinden. Handelt es sich um β^+ -Zerfälle, so ist es nicht zwingend, dass die beobachtete γ -Strahlung von nachfolgenden γ -Zerfällen herrührt. Sie könnte ebenso gut das Resultat der Paar-Annihilationen sein, die das bei einem β^+ -Zerfall erzeugte Positron mit einem Elektron durchführt.

Fazit: Weder vom α , noch vom β^+ -, noch vom β^- , noch vom γ -Zerfall kann man mit Sicherheit sagen, dass er in dieser Quelle drin abläuft. Die Information, dass es sich um einen γ -Strahler handelt lässt keine absolute Aussage zu.

- (b) Der β^+ -Zerfall könnte im Prinzip durch eine sogenannte Koinzidenz-Messung bestätigt werden. Die zwingende Folge eines β^+ -Zerfalls ist nämlich eine Paar-Annihilation. Das Positron findet in der Nachbarschaft des gerade zerfallenen Kerns sofort ein Elektron, mit dem es sich annihilieren (= gegenseitig vernichten) kann. Dabei werden zwei γ -Teilchen erzeugt und in exakt entgegengesetzte Richtungen ausgesendet. Mit geeigneter Messapparatur können diese zwei Teilchen detektiert werden. Findet man viele solche gleichzeitig registrierten γ -Paare, so ist man sicher, dass es sich mitunter um β^+ -Zerfälle handeln muss. Findet man keine, so lässt sich diese Zerfallsart ausschliessen.

5. Nuklide mit Massenzahl 45

- (a) Der Kern eines bestimmten Elementes soll sich bei gleich bleibender Nukleonenzahl zu einem Kern des nächsthöheren Elementes umwandeln. Dies ist beim β^- -**Zerfall** so. Im Kern wandelt sich ein Neutron in ein Proton um, wodurch die Ordnungszahl Z bei konstanter Nukleonenzahl A um 1 ansteigt. Damit dieser Vorgang spontan abläuft, muss allerdings der Ausgangskern eine grössere Masse als der Endkern aufweisen, denn nur so kann Kernbindungsenergie freigesetzt werden. Ein Kern von *El III* ist eben schwerer als einer von *El IV*, und somit kann ein β^- -Zerfall stattfinden. In der Gegenrichtung handelt es sich um β^+ -**Zerfälle**. Im Kern wandelt sich ein Proton in ein Neutron um, wobei wieder Masse verloren gehen muss, damit der Vorgang spontan stattfinden kann. Von *El VIII* zu *El VII* ist das z.B. genau so.
- (b) Im Diagramm sind die Kernmassen aufgeführt. Dabei gibt es offensichtlich ein Minimum. Spontane Kernreaktionen, also Zerfälle, können nur stattfinden, wenn dabei Masse verlorengeht. Energie und Masse hängen über Einsteins Masse-Energie-Äquivalenz zusammen. Der leichteste Kern ist somit der stabilste Kern, weil seine Bestandteile im Mittel am meisten Bindungsenergie abgegeben haben. Suchen wir in der Tabelle nach stabilen Nukliden mit $A = 45$, so finden wir genau einen einzigen, nämlich Scandium-45. Dies muss der Kern mit der minimalen Masse sein (*El VI*). Die anderen Elemente sind dann die Nachbarn von Scandium im Periodensystem, also:

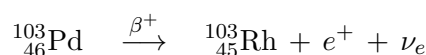
$$\begin{array}{lllll} \text{El I} = \text{S} & \text{El II} = \text{Cl} & \text{El III} = \text{Ar} & \text{El IV} = \text{K} & \text{El V} = \text{Ca} \\ \text{El VI} = \text{Sc} & \text{El VII} = \text{Ti} & \text{El VIII} = \text{V} & \text{El IX} = \text{Cr} & \end{array}$$

6. Ein wichtiger Wert für die Kern- und Teilchenphysik

- (a) Für die Ruheenergie des Elektrons/Positrons ergibt sich:

$$E_e = m_e \cdot c^2 = 8.187 \cdot 10^{-14} \text{ J} = \underline{\underline{0.511 \text{ MeV}}}$$

- (b) Bei der Paar-Annihilation werden zwei Elektronenmassen vernichtet und in Energie umgewandelt. Somit werden $2E_e = 1.02 \text{ MeV}$ Energie freigesetzt.
- (c) Notieren wir zunächst die Zerfallsreaktion:



Für den Massenverlust und die "freigesetzte" Energie erhalten wir daraus:

$$\begin{aligned} \Delta M &= m_{\text{Kern}}({}^{103}_{46}\text{Pd}) - m_{\text{Kern}}({}^{103}_{45}\text{Rh}) - m_e \\ &= [m_A({}^{103}_{46}\text{Pd}) - 46 m_e] - [m_A({}^{103}_{45}\text{Rh}) - 45 m_e] - m_e \\ &= m_A({}^{103}_{46}\text{Pd}) - m_A({}^{103}_{45}\text{Rh}) - 2 m_e \\ &= (102.906\,111 - 102.905\,504) \text{ u} - 2 m_e \\ &= -8.139 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta E = \Delta M \cdot c^2 = -8.139 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot c^2 = -7.315 \cdot 10^{-14} \text{ J} = -0.457 \text{ MeV}$$

Offensichtlich würde es sich bei diesem β^+ -Zerfall um einen endothermen Prozess handeln. Und deshalb kann er nicht einfach so stattfinden. Zwar ist es so, dass der Pd-103-Kern durchaus mehr Masse besitzt als der Rh-103-Kern, aber beim β^+ -Zerfall muss eben zusätzlich eine Elektronen- resp. Positronenmasse erzeugt werden – und dafür reicht dieser Massenunterschied knapp nicht. In diesem Beispiel fehlt dafür eine Energiemenge von nur gerade 0.054 MeV ($= 0.511 \text{ MeV} - 0.457 \text{ MeV}$).

7. Eine weitere Zerfallsart: Der Elektroneneinfang

(a) Repetition:

α -Zerfall: Ein schwerer Kern stösst ein energetisch günstiges Nukleonenpaket bestehend aus 2 Protonen und 2 Neutronen ab (= α -Teilchen resp. He-4-Kern).

β^- -Zerfall: Im Kern wandelt sich ein Neutron in ein Proton um, wobei ein negativ geladenes Teilchen neu erzeugt wird. Dabei handelt es sich um ein Elektron e^- (= β^- -Teilchen), welches zusammen mit einem ebenfalls neu erzeugten Anti-Elektronneutrino $\bar{\nu}_e$ ausgesandt wird.

β^+ -Zerfall: Im Kern wandelt sich ein Proton in ein Neutron um, wobei ein positiv geladenes Teilchen neu erzeugt wird. Dabei handelt es sich um ein Positron e^+ (= β^+ -Teilchen), welches zusammen mit einem ebenfalls neu erzeugten Elektronneutrino ν_e ausgesandt wird.

γ -Zerfall: Ein angeregter Kern geht unter Abgabe seiner überschüssigen Energie in Form eines γ -Quants in seinen Grundzustand über. Die Kernzusammensetzung bleibt dabei unverändert.

Beim Elektroneneinfang bleibt die Nukleonenzahl A offenbar gleich, aber die Ordnungszahl Z nimmt um 1 ab ($Z_{\text{Pd}} = 46$ und $Z_{\text{Rh}} = 45$). Im Kern ist also nach dem Zerfall ein Proton weniger und ein Neutron mehr zu finden. **Ein Proton wurde in ein Neutron umgewandelt.** Dasselbe passiert beim **β^+ -Zerfall.**

Von aussen gibt es allerdings einen deutlichen Unterschied zwischen dem Elektroneneinfang und dem β^+ -Zerfall: Bei letzterem annihiliert sich das ausgesandte Positron e^+ in Kürze mit einem Elektron der Umgebung. Bei dieser Paar-Annihilation entstehen zwei "Energieblitze" in Form von γ -Quanten, welche im 180° -Winkel auseinander rasen. Diese γ 's lassen sich beim Elektroneneinfang nicht beobachten. Man könnte fast sagen, der Elektroneneinfang ist ein "nicht-radioaktiver"-Zerfall.

(b) Kerne sind in der Natur geradezu in eine Schar von Elektronen eingebettet, denn sie bilden ja das Zentrum der Atome, die eine Elektronenhülle besitzen.

Wollte man einen Elektroneneinfang tatsächlich verhindern, so müsste man das Atom ionisieren und anschliessend den Atomkern alleine aufbewahren. Das ist fast nicht möglich, denn ein 26-fach positiv geladenes Teilchen alleine zu speichern ist nicht ganz einfach.

(c) Für die frei werdende Energie berechnen wir:

$$\begin{aligned}\Delta M &= m_{\text{Kern}}(^{103}_{46}\text{Pd}) + m_e - m_{\text{Kern}}(^{103}_{45}\text{Rh}) \\ &= [m_{\text{A}}(^{103}_{46}\text{Pd}) - 46 m_e] + m_e - [m_{\text{A}}(^{103}_{45}\text{Rh}) - 45 m_e] \\ &= m_{\text{A}}(^{103}_{46}\text{Pd}) - m_{\text{A}}(^{103}_{45}\text{Rh}) \\ &= (102.906\,111 - 102.905\,504) \text{ u} \\ &= 1.008 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \\ \Rightarrow \Delta E &= \Delta M \cdot c^2 = 1.008 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot c^2 = 9.059 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0.565 \text{ MeV}\end{aligned}$$

Nun ist der Massenverlust und damit die freigesetzte Energiemenge positiv. Es handelt sich also um einen exothermen Prozess. Auf diesem Weg kann der Übergang von Pd-103 zu Rh-103 stattfinden – im Gegensatz zum β^+ -Zerfall (vgl. Aufgabe 6.(c)).