

Übungen zur Elektrizitätslehre – Lösungen Serie 2

1. Grundrechnungen mit der Leistungsdefinition und Kilowattstunden

- (a) Zur Berechnung der bezogenen Energiemenge rechnet man die Zeit am besten in Stunden um: $\Delta t = 4.0 \text{ min} = \frac{1}{15} \text{ h}$. Damit folgt für die Preisabschätzung:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 1400 \text{ W} \cdot \frac{1}{15} \text{ h} \approx 100 \text{ Wh} = \underline{\underline{0.1 \text{ kWh}}} \approx \underline{\underline{2 \text{ Rp.}}}$$

- (b) Für die Standby-Leistung erhalten wir:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{69\,000 \text{ J}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = \underline{\underline{0.80 \text{ W}}}$$

Ausserdem schliessen wir auf die Energie resp. den Preis pro Monat:

$$30 \cdot 69 \text{ kJ} = 2070 \text{ kJ} = 2.07 \text{ MJ} = 0.575 \text{ kWh} \approx \underline{\underline{12 \text{ Rp.}}}$$

- (c) Der Energieinhalt beider Batterien beträgt $\Delta E = 2 \cdot 15 \text{ kJ} = 30\,000 \text{ J}$. Daraus folgt für die Brenndauer des Lämpchens:

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{30\,000 \text{ J}}{0.7 \text{ W}} = 42\,857 \text{ s} = 11.9 \text{ h} = \underline{\underline{10 \text{ h}}}$$

2. Rechnungen rund um die elektrische Leistung

- (a) Aus der Steckdosenspannung von $U = 230 \text{ V}$ folgt für die maximale Leistung:

$$P_{\text{max}} = U \cdot I_{\text{max}} = 230 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} = 2300 \text{ W} = \underline{\underline{2.3 \text{ kW}}}$$

- (b) Für die benötigte Stromstärke würde sich ergeben:

$$I = \frac{P_{\text{el}}}{U} = \frac{2000 \text{ W}}{12 \text{ V}} = \underline{\underline{167 \text{ A}}} \quad !!!$$

Daraus ergäbe sich für den Widerstand des "Öfelis":

$$R = \frac{U}{I} = \frac{12 \text{ V}}{167 \text{ A}} = \underline{\underline{0.072 \Omega}}$$

Für die Betriebszeit mit einer vollen Batterie würde folgen:

$$\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{36 \text{ Ah}}{167 \text{ A}} = 0.216 \text{ h} = \underline{\underline{13 \text{ min}}}$$

- (c) Der Bohrer sei Ohm'sch. D.h., sein elektrischer Widerstand bleibt auch bei anderen Spannungen als 230 V derselbe. Wir berechnen zuerst diesen Widerstand, den dies ist die Grösse, welche wir quasi "mit dem Bohrer" in die USA mitnehmen.

Für die Stromstärke und den Widerstand ergibt sich aus den Schweizer Daten:

$$I_{\text{EU}} = \frac{P_{\text{el,EU}}}{U_{\text{EU}}} = \frac{400 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 1.74 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U_{\text{EU}}}{I_{\text{EU}}} = \frac{230 \text{ V}}{1.74 \text{ A}} = 132 \Omega$$

Nun erhalten wir für die Stromstärke und die Leistung in den USA:

$$I_{\text{USA}} = \frac{U_{\text{USA}}}{R} = \frac{110 \text{ V}}{132 \Omega} = 0.833 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad P_{\text{el,USA}} = U_{\text{USA}} \cdot I_{\text{USA}} = 110 \text{ V} \cdot 0.833 \text{ A} = \underline{\underline{90 \text{ W}}}$$

Die geringere Spannung in den USA hat einen enormen Leistungsabfall des Bohrers zur Folge, denn erstens fliesst bei weniger Spannung weniger Strom (Ohm'sches Gesetz), und zweitens heisst weniger Spannung auch weniger Energieumsatz pro fließende Ladung (Spannungsdefinition resp. Formel für die elektrische Leistung). Tatsächlich hängt die elektrische Leistung bei Ohm'schen Geräten quadratisch von der angelegten Spannung ab. Vergleichen wir die elektrischen Leistungen des Bohrers in Europa und in den USA miteinander, so finden wir:

$$\frac{P_{\text{el,EU}}}{P_{\text{el,USA}}} = \frac{U_{\text{EU}} \cdot I_{\text{EU}}}{U_{\text{USA}} \cdot I_{\text{USA}}} = \frac{U_{\text{EU}} \cdot \frac{U_{\text{EU}}}{R}}{U_{\text{USA}} \cdot \frac{U_{\text{USA}}}{R}} = \frac{U_{\text{EU}}^2}{U_{\text{USA}}^2} = \left(\frac{U_{\text{EU}}}{U_{\text{USA}}} \right)^2 = \left(\frac{230 \text{ V}}{110 \text{ V}} \right)^2 \approx 2^2 = 4$$

Da die Spannung in Europa etwa doppelt so gross ist wie diejenige in den USA, ergibt sich beim Vergleich der Leistungen in etwa ein Faktor 4.

(d) Pro Scheinwerfer fliesst ein Strom mit Stärke:

$$I = \frac{P_{\text{el}}}{U} = \frac{850 \text{ W}}{380 \text{ V}} = 2.24 \text{ A}$$

Bei 10 A maximaler Stromstärke sind somit lediglich **4 Scheinwerfer** an einem Verteiler möglich.

(e) i. Es gilt: 1 PS = 735.5 W. Daraus folgt für die Leistung des Roadster-Motors:

$$P = 290 \text{ PS} = 213\,300 \text{ W} = \underline{\underline{210\,000 \text{ W}}}$$

ii. Bei 375 V Spannung folgt für die Stromstärke:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{213\,300 \text{ W}}{375 \text{ V}} = \underline{\underline{570 \text{ A}}}$$

iii. Eine grosse Stromstärke bedeutet stets auch viel Verlust durch Joule'sche Wärme! Von der Energie, welche bei 900 A Stromstärke freigesetzt wird, nämlich $P = U \cdot I = 375 \text{ V} \cdot 900 \text{ A} = 340 \text{ kW}$ werden gerademal 210 kW für den Antrieb des Autos verwendet. Der ganze Rest, also gut 60 %, ist (Joule'sche) Abwärme!

Allerdings ist der Wirkungsgrad eines Elektromotors nur dann so ungünstig, wenn er wirklich die volle Leistung abrufen muss, was bei einem Auto eher selten der Fall ist!

Zum Vergleich: Selbst bei guten Verbrennungsmotoren macht die Abwärme mindestens 65 % der bei der Verbrennung frei werdenden Energie aus, egal wie stark der Motor gerade beansprucht wird.

(f) Innenwiderstand R_i und Drahtwiderstand R_D addieren sich zum Gesamtwiderstand R :

$$R = R_i + R_D = 5.7 \, \Omega + 0.0030 \, \Omega = 5.703 \, \Omega$$

Beim Kurzschluss spielt also offensichtlich der Drahtwiderstand praktisch keine Rolle!

Für die Stromstärke ergibt sich:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1.5 \text{ V}}{5.703 \, \Omega} = 0.263 \text{ A}$$

Damit folgt für die in Innenwiderstand und Draht umgesetzten Leistungen:

$$P_i = R_i \cdot I^2 = 5.7 \, \Omega \cdot (0.263 \text{ A})^2 = \underline{\underline{0.39 \text{ W}}}$$

$$P_D = R_D \cdot I^2 = 0.0030 \, \Omega \cdot (0.263 \text{ A})^2 = 0.000\,208 \text{ W} = \underline{\underline{0.21 \text{ mW}}}$$

Für die Betriebsdauer der Batterie erhalten wir:

$$\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{0.55 \text{ Ah}}{0.263 \text{ A}} = \underline{\underline{2.1 \text{ h}}}$$

Die Batterie hält diesen Kurzschluss also erstaunlich lange aus. Grund dafür ist, dass die 1.5 V eine doch recht geringe Spannung sind und sich damit die Stromstärke zumindest einigermaßen in Grenzen hält. Kommt noch dazu, dass die durch den chemischen Prozess in der Batterie erzeugte Spannung etwas zusammenbricht, wenn zu viel Strom fliesst. Die Batterie ist gar nicht in der Lage, bei zu grossen Stromstärken die Spannung aufrecht zu erhalten. Dadurch wird der Stromfluss nochmals verringert!

Trotzdem wird die Batterie oder zumindest Teile davon heiss, denn die gesamte freigesetzte Leistung ist Joule'sche Wärme. Wichtig: Die Batterie wird heiss, nicht der Draht!

3. Europa vs. USA – welche Auswirkungen haben unterschiedliche Spannungen?

(a) Für die Stromstärke und Gerätewiderstand ergibt sich aus den Angaben:

$$I_{\text{USA}} = \frac{P_{\text{el,USA}}}{U_{\text{USA}}} = \frac{1350 \text{ W}}{110 \text{ V}} = 12.3 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U_{\text{USA}}}{I_{\text{USA}}} = \frac{110 \text{ V}}{12.3 \text{ A}} = 8.94 \, \Omega = \underline{\underline{8.9 \, \Omega}}$$

(b) In der Schweiz würde dieser Kocher beim Betrieb an einer Steckdose mit einer Spannung von 230 V konfrontiert. Daraus ergäbe sich eine Stromstärke von:

$$I_{\text{CH}} = \frac{U_{\text{CH}}}{R} = \frac{230 \text{ V}}{8.94 \, \Omega} = 25.7 \text{ A}$$

Diese Stromstärke würde keine Schweizer Sicherung aushalten!

- (c) Der Kocher arbeitet mit Joule'scher Wärme. Mit zunehmender Stromstärke wird die metallische Heizspirale immer heisser. Dies erschwert das Fliessen des Stroms im Metall. Deshalb muss für grosse Stromstärken eine überproportional stärkere Spannung angelegt werden. Genau dies kommt in dieser Kennlinie zum Ausdruck.
- (d) Bei einer Spannung von $U = 230 \text{ V}$ lesen wir als Stromstärke ab: $I = 14.6 \text{ A}$. Demzufolge kann der Kocher theoretisch an einer Schweizer Steckdose betrieben werden, solange diese über eine 16 A-Sicherung verfügt.

(Natürlich müssen die Stromleitungen vor und hinter einer solchen Steckdose auch tatsächlich für 16 A Stromstärke ausgelegt sein!)

Als Geräteleistung würde sich ergeben:

$$P_{\text{el}} = U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 14.6 \text{ A} = \underline{\underline{3400 \text{ W}}}$$

4. Energieverlust bei Hochspannungsleitungen

- (a) Um die eingespiesene Leistung aufzunehmen, ist bei $U = 380 \text{ kV}$ die folgende Stromstärke nötig:

$$I = \frac{P_{\text{el,KW}}}{U_{\text{KW}}} = \frac{85\,000\,000 \text{ W}}{380\,000 \text{ V}} = \underline{\underline{224 \text{ A}}}$$

- (b) Für die Spannung über der Leitung ergibt sich:

$$U_{\text{H}} = R_{\text{H}} \cdot I = 20 \Omega \cdot 224 \text{ A} = 4480 \text{ V}$$

Daraus erhalten wir für die gesamte in der Hochspannungsleitung umgesetzte elektrische Leistung:

$$P_{\text{H}} = U_{\text{H}} \cdot I = 4480 \text{ V} \cdot 224 \text{ A} = 1\,003\,000 \text{ W} = 1003 \text{ kW} = \underline{\underline{1000 \text{ kW}}}$$

- (c) Für die von der Trafostation aufgenommene Leistung erhalten wir:

$$P_{\text{T}} = P_{\text{KW}} - P_{\text{H}} = 85\,000 \text{ kW} - 1003 \text{ kW} = 83\,997 \text{ kW}$$

Und somit finden wir für den Wirkungsgrad η der Hochspannungsleitung:

$$\eta = \frac{P_{\text{T}}}{P_{\text{KW}}} = \frac{83\,997 \text{ kW}}{85\,000 \text{ kW}} = 0.99 = \underline{\underline{99 \%}}$$

- (d) Rechnungen mit $U_{\text{KW}} = 50 \text{ kV}$:

$$I = \frac{P_{\text{el,KW}}}{U_{\text{KW}}} = \frac{85\,000\,000 \text{ W}}{50\,000 \text{ V}} = 1700 \text{ A}$$

$$\Rightarrow U_{\text{H}} = R_{\text{H}} \cdot I = 20 \Omega \cdot 1700 \text{ A} = 34\,000 \text{ V}$$

$$\Rightarrow P_{\text{H}} = U_{\text{H}} \cdot I = 34\,000 \text{ V} \cdot 1700 \text{ A} = 57\,800\,000 \text{ W} = 57\,800 \text{ kW}$$

$$\Rightarrow P_{\text{T}} = P_{\text{KW}} - P_{\text{H}} = 85\,000 \text{ kW} - 57\,800 \text{ kW} = 27\,200 \text{ kW}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{P_{\text{T}}}{P_{\text{KW}}} = \frac{27\,200 \text{ kW}}{85\,000 \text{ kW}} = 0.32 = \underline{\underline{32 \%}}$$

Bei einer Spannung von "nur" 50 kV kommen z.B. nur noch 32 % der im Kraftwerk eingespiesenen Leistung bei der Trafostation an. Fast 70 % der Energie würden verloren gehen!

- (e) Grössere Spannungen ermöglichen bei gleicher Leistungseinspeisung den Betrieb bei geringeren Stromstärken. Dies ist besonders für die Verluste von zentraler Bedeutung, weil darin die Stromstärke quadratisch einfliesst, wenn man von einer Ohm'schen Leitung ausgeht:

$$P_{\text{H}} = U_{\text{H}} \cdot I = \underbrace{R_{\text{H}} \cdot I}_{= U_{\text{H}}} \cdot I = R_{\text{H}} \cdot I^2$$

Um die Verlustleistung zu minimieren, muss also die Stromstärke möglichst gering gehalten werden. Und dies erreicht man eben durch das Hochtransformieren der Spannung:

$$I = \frac{P_{\text{el,KW}}}{U_{\text{KW}}}$$

(Spannungs-)Transformatoren sind für unsere Stromversorgung von ebenso grosser Bedeutung wie die **Generatoren**, in welchen die elektrische Energie aus der kinetischen Energie der Turbinen erzeugt wird.