

Prüfung zu Arbeit, Energie, Leistung und Energieerhaltung – Lösungen

1. Die "schnellere" Rutschbahn (2 Punkte)

Frage	Stein auf Bahn 1	Stein auf Bahn 2	beide Steine gleich
Welcher der beiden Steine kommt zuerst unten an?	☐	☒	☐
Welcher der beiden Steine kommt mit der grösseren Geschwindigkeit unten an?	☐	☐	☒

Wegen der Energieerhaltung müssen beide Steine mit derselben Geschwindigkeit unten ankommen. Der Stein auf Bahn 2 ist allerdings früher dort, weil seine Beschleunigung aufgrund der grösseren Steilheit gleich zu Beginn eben früher auf einem höheren Wert ist.

2. Geschwindigkeiten beim Vulkanausbruch (7 Punkte)

- (a) Beim Aufstieg verwandelt sich kinetische in potenzielle Energie bis zum kurzzeitigen Stillstand im höchsten Punkt. Mit der Energieerhaltung folgt: (3 P)

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin},1} &\stackrel{0.5}{=} E_{\text{pot},2} && | \text{ Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \quad \frac{mv_1^2}{2} &\stackrel{0.5}{=} mgh_2 && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow \quad v_1^2 &\stackrel{0.5}{=} 2gh_1 && | \sqrt{\dots} \\
 \Leftrightarrow \quad v_1 &\stackrel{0.5}{=} \sqrt{2gh_1} && | \text{ Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1980 \text{ m}} \stackrel{0.5}{=} 197.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \stackrel{0.5}{\simeq} \underline{\underline{197 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

- (b) In der Realität bildet der Stein **kein abgeschlossenes System**. Aufgrund des **Luftwiderstandes verliert er mechanische Energie**, sodass seine Geschwindigkeit resp. kinetische Energie anfänglich höher sein musste um dennoch 1.98 km Höhe zu erreichen. (1 P)
- (c) Die anfängliche kinetische Energie betrug mit dem neuen Wert: (1 P)

$$E_{\text{kin},1} = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{35 \text{ kg} \cdot \left(219 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 839\,300 \text{ J} = 839.3 \text{ kJ}$$

Für die potentielle Energie im höchsten Punkt berechnen wir: (1 P)

$$E_{\text{pot},2} = mgh_2 = 35 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1980 \text{ m} = 679\,800 \text{ J} = 679.8 \text{ kJ}$$

Der Verlust entspricht der Differenz dieser beiden Energiewerte: (1 P)

$$\Delta E = E_{\text{kin},1} - E_{\text{pot},2} = 839.3 \text{ kJ} - 679.8 \text{ kJ} = 159.5 \text{ kJ} \simeq \underline{\underline{160 \text{ kJ}}}$$

Natürlich kann man diesen Energieverlust auch mittels dem unter (a) berechneten Geschwindigkeitswert erhalten.

3. Mensch vs. Pferd (4 Punkte)

(a) Für die von der Sportlerin an sich selber verrichtete Hubarbeit ergibt sich: (1 P)

$$W_{\text{Hub}} \stackrel{0.5}{=} m \cdot g \cdot h = 57 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 7.5 \text{ m} \stackrel{0.5}{=} 4194 \text{ J}$$

Daraus folgt für die Hubleistung: (2 P)

$$P_{\text{Hub}} \stackrel{0.5}{=} \frac{W_{\text{Hub}}}{\Delta t} = \frac{4194 \text{ J}}{6.0 \text{ s}} \stackrel{0.5}{=} 699.0 \text{ W} \stackrel{1}{=} 0.9503 \text{ PS} \simeq \underline{\underline{0.95 \text{ PS}}}$$

(b) Die Hobby-Sportlerin ruft beim Treppensteigen eine Topleistung ab. In kurzer Zeit verrichtet sie soviel Arbeit, wie es nur geht. Die Pferdestärke steht hingegen nicht für die Spitzenleistung eines Pferdes, sondern für eine Leistung, die das Pferd während einer langen Zeitspanne zu erbringen in der Lage ist. Die menschliche Spitzenleistung ist also allenfalls mit der kontinuierlichen Leistung eines Pferdes vergleichbar – mehr aber auch nicht. (1 P)

4. Eine familiäre Auseinandersetzung... (3 Punkte)

Es gibt mehrere gute Lösungswege. Z.B. kann man ausrechnen, wie viel eine Stunde lautes Musikhören kostet. Die Energie dafür beträgt: (1 P)

$$\Delta E \stackrel{0.5}{=} P \cdot \Delta t = 25 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} \stackrel{0.5}{=} 25 \text{ Wh} = 0.025 \text{ kWh}$$

Für einen Franken erhält man vom Elektrizitätswerk 5 kWh Energie. (0.5 P)

Daraus können wir berechnen, wie viele Stunden Musik das wären: (1 P)

$$\Delta t = \frac{5 \text{ kWh}}{0.025 \text{ kWh}} = \underline{\underline{200 \text{ h}}} = \underline{\underline{8 \text{ d } 8 \text{ h}}}$$

Gut 8 Tage ununterbrochen Sound würden also nur einen Franken kosten. Das Kostenargument der Mutter fällt definitiv ins Wasser. (0.5 P)

Ein leicht anderer Lösungsweg besteht darin, die 5 kWh, die man für 1 Franken erhält, direkt durch die Leistung zu teilen und so die Zeit zu erhalten: (2 P)

$$\Delta t = \frac{5 \text{ kWh}}{25 \text{ W}} = \frac{5000 \text{ Wh}}{25 \text{ W}} = \underline{\underline{200 \text{ h}}} = \underline{\underline{8 \text{ d } 8 \text{ h}}}$$

5. Speerwurf-Daten (6 Punkte)

Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt $v_A = 105 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 29.17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (0.5 P)

Legen wir das Nullniveau auf die Höhe des Abwurfs (1.8 m über Boden), so beträgt die maximal erreichte Höhe des Speers $h_H = 24.4 \text{ m} - 1.8 \text{ m} = 22.6 \text{ m}$. Auf diese Weise gibt es beim Abwurf A keine potentielle Energie. Im Hochpunkt hingegen müssen wir eine potentielle und eine kinetische Energie notieren. Aus der Energieerhaltung folgt damit: (3.5 P)

$$\begin{aligned} E_{\text{pot,H}} + E_{\text{kin,H}} &\stackrel{1}{=} E_{\text{kin,A}} && | \text{Formeln einsetzen} \\ \Rightarrow mgh_H + \frac{mv_H^2}{2} &\stackrel{0.5}{=} \frac{mv_A^2}{2} && | \cdot \frac{2}{m} \\ \Rightarrow 2gh_H + v_H^2 &\stackrel{0.5}{=} v_A^2 && | - 2gh_H \\ \Leftrightarrow v_H^2 &= v_A^2 - 2gh_H && | \sqrt{\dots} \\ \Rightarrow v_H &\stackrel{0.5}{=} \sqrt{v_A^2 - 2gh_H} && | \text{Werte einsetzen} \\ &= \sqrt{\left(29.17 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 22.6 \text{ m}} \stackrel{1}{=} 20.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq \underline{\underline{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = \underline{\underline{72 \frac{\text{km}}{\text{h}}}} \end{aligned}$$